(Conto corrente con la Posta)

Si pubblica una volta al mese. 1891. Fascicolo N. 1 e 2.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXIX.

GENNAIO e FEBBRAIO

Pubblicato il 18 Marzo 1891.

1891

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

IL NUOVO CIMENTO
ANNO XXXVII.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXIX.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1891

COMPENDIO DELLE RICERCHE DEL PROF. *VOIGT* SULL' ELASTICITÀ DEI CRISTALLI; PER ALFONSO SELLA.

Le costanti elastiche c_{hk} di una sostanza sono definite dalle 6 equazioni lineari

$$
\begin{aligned}
-X_x &= c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z + c_{15}z_x + c_{16}x_y\\
-Y_y &= c_{21}x_x + c_{22}y_y + c_{23}z_z + c_{24}y_z + c_{25}z_x + c_{26}x_y\\
-Z_z &= c_{31}x_x + c_{32}y_y + c_{33}z_z + c_{34}y_z + c_{35}z_z + c_{36}x_y\\
-Y_z &= c_{41}x_x + c_{42}y_y + c_{43}z_z + c_{44}y_z + c_{45}z_x + c_{46}x_y\\
-Z_x &= c_{51}x_x + c_{52}y_y + c_{53}z_z + c_{54}y_z + c_{55}z_x + c_{56}x_y\\
-X_y &= c_{61}x_x + c_{62}y_y + c_{63}z_z + c_{64}y_z + c_{65}z_x + c_{66}x_y
\end{aligned}
$$

le quali esprimono secondo la notazione di Kirchhoff, le componenti delle forze elastiche in funzione delle dilatazioni parallelamente agli assi coordinati e delle variazioni degli angoli delle direzioni parallele agli assi coordinati. Queste 36 costanti, il cui valore dipende dalla scelta degli assi coordinati, si riducono a 21 e vale la relazione $c_{hk} = c_{kh}$. se si ammette che le forze elastiche abbiano un potenziale. In sostanze che posseggono elementi di simmetria esse si lasciano ridurre ad un numero minore mediante una scelta opportuna degli assi coordinati.

Segue lo schema delle costanti elastiche per i 32 gruppi in cui si dividono i corpi cristallini; ricordiamo che nei fenomeni elastici esiste sempre un centro di simmetria. A fianco dello

schema delle costanti c_{hk} viene dato quello delle costanti s_{hk} determinate da

$$s_{hk} = \frac{S_{hk}}{S} \text{ in cui } S_{hk} = \frac{dS}{d s_{hk}} \text{ ed } S = \begin{vmatrix} c_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & c_{66} \end{vmatrix}$$

e per cui il Voigt ha proposto ultimamente [1]) la denominazione di moduli di elasticità; esse sono di una grande importanza nella misura delle deformazioni elastiche e quindi in tutte le applicazioni pratiche.

Sistema triclino.

GRUPPI { 1) Oloedria, 2) Emiedria — 21 costanti.

$$\begin{array}{cccccc} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} & s_{56} \\ s_{16} & s_{26} & s_{36} & s_{46} & s_{56} & s_{66} \end{array}$$

Sistema monoclino.

GRUPPI { 3) Oloedria, 4) Emimorfia, 5) Emiedria — L'asse delle x coincide coll'asse di simmetria binario. 13 costanti.

$$\begin{array}{cccccc} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & s_{24} & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & 0 & 0 \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & c_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{56} & c_{66} \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & 0 & 0 \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & s_{66} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{56} & s_{66} \end{array}$$

1) W. Voigt, *Ueber die innere Reibung der festen Körper, insbesondere der Krystalle. Abhandlungen der Kön. Ges. d. Wiss. zu Göttingen*, Bd. 36, p. 40. 1890.

Sistema trimetrico.

GRUPPI
- 6) Oloedria
- 7) Emimorfia
- 8) Emiedria

Gli assi coordinati coincidono cogli assi di simmetria binari. 9 costanti.

$$
\begin{matrix}
c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\
c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\
c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}
\end{matrix}
\qquad
\begin{matrix}
s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\
s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\
s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}
\end{matrix}
$$

Sistema dimetrico.

GRUPPI
- 9) Oloedria
- 10) Emiedria trapezoedrica
- 11) Emiedria sfenoidale
- 12) Emiedria emimorfa

L' asse delle z coincide coll' asse quaternario; gli assi delle x e delle y con una coppia di assi binarii eguali. I classe 6 costanti.

$$
\begin{matrix}
c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\
c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\
c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}
\end{matrix}
\qquad
\begin{matrix}
s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\
s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\
s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}
\end{matrix}
$$

GRUPPI
- 13) Emiedria piramidale
- 14) Tetartoedria emimorfa
- 15) Tetartoedria sfenoidale

L' asse delle z concide coll' asse quaternario. II classe 7 costanti.

$$
\begin{matrix}
c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\
c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & -c_{16} \\
c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\
c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 & c_{66}
\end{matrix}
\qquad
\begin{matrix}
s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & s_{16} \\
s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & -s_{16} \\
s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\
s_{16} & -s_{16} & 0 & 0 & 0 & s_{66}
\end{matrix}
$$

Sistema monometrico.

GRUPPI
- 16) Oloedria
- 17) Emiedria tetraedrica
- 18) Emiedria plagiedrica
- 19) Emiedria pentagonale
- 20) Tetartoedria

Gli assi coordinati coincidono cogli assi quaternari. 3 costanti.

$$\begin{matrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} \end{matrix}$$

Sistema esagonale.

GRUPPI
- 21) Oloedria
- 22) Emiedria emimorfa
- 23) Emiedria trapezoedrica
- 24) Emiedria piramidale
- 25) Prima tetartoedria emimorfa
- 26) Emiedria sfenoidale
- 27) Tetartoedria sfenoidale

L'asse delle z coincide coll'asse senario. I classe. 5 costanti.

$$\begin{matrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11}-s_{12}) \end{matrix}$$

- 28) Emiedria romboedrica
- 29) Seconda tetartoedria emimorfa
- 30) Tetartoedria trapezoedrica

L'asse delle z coincide coll'asse ternario; l'asse delle x con un asse laterale binario. II classe. 6 costanti.

$$\begin{matrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{14} & \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 2s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2s_{14} & 2(s_{11}-s_{12}) \end{matrix}$$

31) Tetartoedria romboedrica
32) Ogdoedria

L'asse delle z coincide coll'asse ternario. III classe. 7 costanti.

$$\begin{matrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & -c_{25} & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & c_{25} & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & c_{25} \\ -c_{25} & c_{25} & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\ 0 & 0 & 0 & c_{25} & c_{14} & \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & -s_{25} & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & s_{25} & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & 2s_{25} \\ -s_{25} & s_{25} & 0 & 0 & s_{44} & 2s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 2s_{25} & 2s_{14} & 2(s_{11}-s_{12}) \end{matrix}$$

Isotropia.

Ponendo c, s, c', s' in luogo di c_{11}, s_{11}, c_{12}. s_{12} si ha

$$\begin{matrix} c & c' & c' & 0 & 0 & 0 \\ c' & c & c' & 0 & 0 & 0 \\ c' & c' & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c-c'}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c-c'}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c-c'}{2} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} s & s' & s' & 0 & 0 & 0 \\ s' & s & s' & 0 & 0 & 0 \\ s' & s' & s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(s-s') & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s-s') & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s-s') \end{matrix}$$

Il metodo adottato per determinare sperimentalmente le costanti elastiche consiste nel tagliare nella sostanza cristallina a studiarsi asticine prismatiche variamente orientate e nell' osservare poi la flessione prodotta sull' asta, quando questa, appoggiata alle estremità, viene caricata nel mezzo con pesi, e la torsione prodotta quando l' asta, fissata ad un capo, viene sottoposta all' altro capo all' azione di una coppia. Per mezzo delle s_{hk} si può esprimere in modo relativamente comodo e semplice la flessione e la torsione di un prisma rettangolo di orientazione data e quindi inversamente dalle osservazioni dirette si può risalire alla determinazione delle costanti. Le unità adottate di lunghezza e di forza sono il millimetro ed il peso di un gramma.

(*Continua*).

UNA RELAZIONE FRA IL COEFFICIENTE DI COMPRESSIBILITÀ CUBICA, IL PESO SPECIFICO ED IL PESO ATOMICO DEI METALLI; NOTA DEL DOTT. ENRICO BOGGIO-LERA [1]).

(*Atti della R. Accademia dei Lincei* vol. VI, 1° sem., serie 4).

Se P è il peso specifico e p il peso atomico di un metallo, il rapporto $N = \frac{P}{p}$ è proporzionale al numero di molecole contenute nell' unità di volume; ed ammettendo che le melecole siano equidistanti in uno stesso metallo (isotropo ed omogeneo), $N^{2/3}$ ed $N^{1/3}$ sono rispettivamente proporzionali ai numeri di molecole per unità di superficie e per unità di lunghezza. Se si rammenta ora che l' allungamento di un prisma per trazione è proporzionale alla lunghezza di esso ed inversamente proporzionale alla sua sezione, si deduce subito che se α è il coefficiente di allungamento d' una sostanza isotropa di cui $N^{1/3}$ è il numero di molecole per unità di lunghezza ed $N^{2/3}$ il numero di molecole per unità di superficie,

$$a = \frac{\alpha}{N^{1/3}} \times N^{2/3} = \alpha N^{1/3}$$

darà la variazione della distanza di due molecole successive supposto che l' unità di forza tenda ad avvicinarle oppure ad allontanarle.

Se si suppone che si abbia:

$$\omega = k \, . \, a \, . \, N$$

essendo ω il coefficiente di compressibilità cubica e k una costante, si ha, sostituendo ad a ed a N i loro valori, che

$$\frac{\alpha}{\omega}\left(\frac{P}{p}\right)^{4/3}$$

deve risultare uguale ad una costante.

1) Lavoro eseguito nel R. Istituto Tecnico di Sassari, Gennaio 1890.

Le grandissime difficoltà che si incontrano nella determinazione del coefficiente di compressibilità cubica, fanno sì che non si conosca ancora con esattezza qual valore esso abbia pei diversi metalli. Regnault lo ha determinato solamente per il rame e l'ottone; Everett solamente per il vetro, il ferro, l'acciaio, la ghisa ed il rame; Amagat solamento per il vetro, l'acciaio, l'ottone, il rame ed il piombo. Io l'ho determinato per l'acciaio, l'argento, il rame, l'oro ed il platino in base alla teoria dinamica del calore e ad alcune esperienze di Edlund sui calorici specifici di queste sostanze. I valori trovati per una stessa sostanza coi differenti metodi sono fra loro poco concordanti, però è da ammettere che i numeri trovati da uno stesso esperimentatore o col medesimo metodo siano fra di loro nel medesimo rapporto dei valori veri. Nella seguente tabella io ho posto nella 1ª colonna i valori trovati per $\frac{1}{\omega}$ in base alle esperienze di Wertheim, calcolando ω per mezzo della formola

$$\omega = 3\,\alpha\,(1 - 2\mu)$$

ove μ è il rapporto di Poisson; nella 2ª i numeri trovati da Everett, nella 3ª quelli di Amagat ridotti al sistema (C. G. S.) [1]); nella 4ª quelli trovati da me colla formola della teoria del calore:

$$c_p - c_p = \frac{A\,T\left(\alpha + t\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 v_0}{\omega(1 + \alpha t)}$$

nella quale c_p indica il calore specifico, c la vera capacità calorica, A l'equivalente dinamico del calore, T la temperatura assoluta, α il coefficiente di dilatazione cubica, v_0 il volume dell'unità di peso e t la temperatura ordinaria. Per $c_p - c$ ho preso i valori che si deducono dai valori trovati da Edlund per i rapporti $\frac{c_p}{c}$ [2]).

1) Amagat, Journal de Physique par d'Almeida, Août 1889. *Sur l'elasticité de corps solides.*

2) Edlund, Pogg. Ann. Band CXIV und CXXVI.

	Wertheim $\frac{1}{\omega_1}$	Everett $\frac{1}{\omega_2}$	Amagat $\frac{1}{\omega_3}$	Boggio $\frac{1}{\omega_4}$
Vetro.	—	$2{,}40\times10^{11}$	$4{,}48\times10^{11}$	—
altra qualità.	—	2,35 »	3,53 »	—
Acciaio	$21{,}83\times10^{11}$	8,19 »	20,00 »	$9{,}69\times10^{11}$
Ferro.	19,16 »	7,69 »	—	—
Ghisa.	—	5,32 »	—	—
Rame.	11,05 »	—	11,95 »	8,30 »
Piombo	—	—	3,55 »	—
Argento.	—	—	—	5,22 »
Platino	—	—	—	10,27 »
Oro.	—	—	—	4,79 »

Nella seguente tabella pongo i valori che io ho trovato per l'espressione $\frac{\alpha}{\omega}\left(\frac{P}{p}\right)^{4/3}$. Avverto che per peso specifico dell'acciaio, della ghisa, del ferro e del rame ho preso i numeri trovati da Everett per le sue sostanze, e per gli altri metalli ho preso la media dei valori fra i quali esso può variare. Inoltre avverto che per peso molecolare della ghisa e dell'acciaio ho supposto lo stesso valore del ferro, che per α ho preso i valori trovati dai singoli esperimentatori e per la 4ª colonna i numeri di Wertheim per questo coefficiente.

	$\frac{\alpha}{\omega}\left(\frac{P}{p}\right)^{4/3}$			
	per $\omega=\omega_1$	$\omega=\omega_2$	$\omega=\omega_3$	$\omega=\omega_4$
Acciaio . . .	0,064	0,028	0,050	0,033
Ferro	0,063	0,027	—	—
Ghisa	—	0,026	—	—
Rame	0,055	0,027	0,068	0,048
Piombo . . .	—	—	0,048	—
Argento . . .	—	—	—	0,033
Oro	—	—	—	0,033
Platino . . .	—	—	—	0,032

Onde si vede che se si eccettua il rame, per il quale il rapporto di Poisson è stato trovato variabilissimo:

Secondo Wertheim = 0,300
» Everett = 0,378
» Amagat = 0,327

il valore che si trova per $\frac{\alpha}{\omega}\left(\frac{P}{p}\right)^{4/3}$ con uno stesso metodo, è costante. Ora dall' essere questa espressione:

secondo Wertheim, costante per l' acciaio ed il ferro;
secondo Everett, costante per l'acciaio, il ferro, la ghisa ed il rame;
secondo Amagat, costante per l' acciaio ed il piombo;
secondo il calcolo, cost. per l'acciaio, l'argento, l'oro ed il platino;

si deve dedurre che $\frac{\alpha}{\omega}\left(\frac{P}{p}\right)^{4/3}$ è realmente costante per tutti questi metalli. E quindi si può concludere che l' ipotesi:

$$\omega = h \, . \, a \, . \, N$$

è confermata, ossia che:

Il coefficiente di compressibilità cubica di una sostanza è proporzionale al numero di molecole contenute nell' unità di volume, ed alla variazione della distanza di due molecole consecutive per l'unità di forza.

SULLA DILATAZIONE TERMICA DELLE LEGHE FACILMENTE FUSIBILI ALLO STATO LIQUIDO; SUNTO DI UNA NOTA DEL DOTT. PROF. CARLO CATTANEO PRESENTATA ALLA R. ACCADEMIA DEI FISIOCRITICI IN SIENA [1].

La dilatazione termica delle leghe facilmente fusibili, come quelle di Wood, Lipowitz, Rose, Darcet fu già studiata allo stato solido ed allo stato liquido sino a 125° da Walthere Spring (*Annales de Chimie et Physique*, serie 5ª tom. 7, pag. 178); ho intrapreso lo studio di queste leghe per ricercarne la loro densità ad alte temperature e per determinarne il coefficiente medio di dilatazione anche nell' intento di verificare se le conclusioni a cui Vicentini ed Omodei (*Rend. Acc. Lincei*, vol. III 2° sem.

1) Questo sunto ci fu inviato dall' Autore stesso.

1887 — vol. IV 1° e 2° sem. 1888) erano giunti riguardo alla dilatazione termica delle leghe binarie allo stato liquido e quelle a cui io ero giunto riguardo alla dilatazione delle amalgame pure allo stato liquido (α *R. Acc.* Torino vol. XXV. 1890) si potessero estendere anche al caso di leghe formate da più metalli come quelle sopraccennate e cioè: se anche in esse, allo stato di perfetta liquidità, viga la legge di approssimazione che i metalli vi conservino i loro rispettivi coefficienti di dilatazione e se sia sensibile la variazione di volume accompagnante la loro formazione.

Anche per questo studio adottai il metodo dilatometrico. Le operazioni diverse colle quali venne compiuto il presente lavoro sono le seguenti.

1. Preparazione delle leghe e determinazione della loro densità, allo stato solido, alla temperatura dell'ambiente.

2. Studio della loro temperatura di fusione.

3. Preparazione e calibrazione dei dilatometri.

4. Riempimento dei dilatometri e determinazione delle densità delle leghe alle varie temperature.

5. Calcoli delle esperienze.

6. Confronti e discussione dei risultati.

1. I metalli Bismuto, Stagno, Piombo e Cadmio che mi hanno servito per la formazione delle leghe erano chimicamente puri e provenivano dalla casa Trommsdorff. Le pesate tutte vennero fatte col metodo della tara mediante quella stessa bilancia di precisione, sensibile al decimo di milligrammo, che mi aveva servito lo scorso anno per lo studio delle amalgame. Determinate le proporzioni ponderali dei varii metalli formavo la lega in un piccolo crogiuolo di carbone di storta tenendola coperta di vapori di paraffina per toglierla quanto più si poteva dal contatto dell'aria. Preparato un cilindretto per ogni lega ne determinai la densità alla temperatura dell'ambiente col metodo della bilancia idrostatica.

2. Le temperature di fusione vennero determinate col metodo del raffreddamento e con tutte le cautele già indicate nel mio lavoro sopracitato e sopra segnato α (paragr. 2); l'ambiente a temperatura costante era costituito da un grande bagno ad acqua mantenuto alla temperatura di circa 25°; il bulbo del ter-

mometro immerso nella lega era custodito da una guaina di ottone (entro cui stava della paraffina) per preservarlo dagli effetti della forza di dilatazione allorquando la lega si solidificava.

3. Anche per questo studio i dilatometri vennero preparati in Laboratorio saldando all'estremità superiore del cannello capillare già graduato un imbuto cilindrico lungo circa 10 cent. ed a quella inferiore un bulbo dilatometrico fatto per tutti con tratti della medesima canna di vetro. Come coefficiente di dilatazione del vetro alle varie temperature assunsi quelli dati da Vicentini ed Omodei, per il vetro delle solite canne di Germania facilmente fusibili, nella Memoria sopracitata (1887 — *Acc. Lincei*, pag. 295). La calibrazione degli otto dilatometri adoperati in questa ricerca venne fatta collo stesso procedimento e con calcoli analoghi a quelli già citati nella mia Nota segnata α precedentemente (paragr. 3).

4. Trattandosi qui di leghe che nel solidificarsi aumentano di volume e spezzano quindi il bulbo del dilatometro nel quale sono contenuti i dilatometri stessi venivano riempiti il giorno medesimo in cui si eseguiva la serie di misure della densità, tenendoli in un bagno ad olio ad una temperatura di circa 130° e versandovi la lega già fusa nel crogiuolo ed alla stessa temperatura. Il buon riempimento dei bulbi veniva agevolato da un sottil filo metallico introdotto nel cannello capillare e mediante la rarefazione colla macchina pneumatica; anzi prima di eseguire la serie di misure delle densità la lega veniva portata nel dilatometro a circa 300° ed a questo punto si eseguivano su di essa varie rarefazioni per scacciare completamente le bollicine di aria che per caso potessero esser rimaste ancora nel bulbo. Ridotta poi la lega a livello opportuno nel cannello capillare, ripulito per bene questo e l'imbuto, il dilatometro veniva rapidamente trasportato dal bagno ad olio nell'apparecchio riscaldante a paraffina, lo stesso che mi aveva già servito per lo studio delle amalgame e descritto da Vicentini ed Omodei nella Memoria sopracitata (1887 — *Acc. Lincei.* pag. 294).

Per tutte le cautele usate nelle serie di misure della densità, per quanto riguarda la correzione delle letture termometriche rimando al mio lavoro sopra segnato α. Ogni lega fu studiata con porzioni diverse in due diversi dilatometri i quali,

dopo estratti dall' apparecchio riscaldante, venivano rapidamente puliti all' esterno con cura e poi si lasciavano a sè in un recipiente opportuno finchè il bulbo si spezzava; seguivano poi le pesate del dilatometro così rotto per ottenere il peso della lega in esso contenuta.

5. Nelle tavole della Nota che raccolgono i risultati delle esperienze i simboli adottati hanno sempre i seguenti significati:

V_n volume del dilatometro fino alla divisione n.

n. divisione del cannello capillare.

v_0 volume medio di una piccola divisione del cannello.

p. peso della lega contenuta nel dilatometro.

ϕ. temperatura di fusione.

D. D' ecc. densità alle varie temperature t, t' ecc.

γ. coefficiente medio di dilatazione della lega allo stato di perfetta liquidità fra t, e t'.

α idem fra 250° e 300°.

δ. coefficiente medio di dilatazione della lega fra ϕ e t' supponendo che fra t e ϕ la dilatazione avvenga colla stessa legge che fra t e t'.

k coefficiente medio di dilatazione cubica del vetro.

Le formule adottate pei calcoli sono le seguenti:

$$D_t = \frac{p}{V_0 (1 + k_0 t)} \tag{1}$$

$$\gamma = \frac{D - D'}{D' (t' - t)} \tag{2}$$

$$\alpha = \frac{D - D'}{100\, D'} \tag{3}$$

$$\delta = \frac{D - D'}{(t' - \phi)\, D' - (t - \phi) D} \tag{4}$$

Aggiungansi inoltre le formule qui sotto indicate per il calcolo teorico della densità e del coefficiente medio di dilatazione delle leghe, in base ai dati già conosciuti per ogni singolo metallo componente e nella supposizione che i metalli conservino nella lega i loro rispettivi coefficienti di dilatazione:

$$D_l = \frac{100}{\frac{P_b}{D_b} + \frac{P_s}{D_s} + \frac{P_p}{D_p} + \frac{P_c}{D_c}} \tag{5}$$

$$(6)\qquad \alpha = \frac{D_l\left(\alpha'\frac{P_b}{D_b}+\alpha''\frac{P_s}{D_s}+\alpha'''\frac{P_p}{D_p}+\alpha''''\frac{P_c}{D_c}\right)}{100}$$

ove $P_b\,D_b$, $P_s\,D_s$, $P_p\,D_p$, $P_c\,D_c$ rappresentano rispettivamente le quantità ponderali su cento e le densità ad una determinata temperatura dei metalli Bismuto, Stagno, Piombo e Cadmio, D_l rappresenta la densità della lega alla stessa temperatura ed $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha''', \alpha''''$ rispettivamente i coefficienti medi di dilatazione della lega e dei detti metalli allo stato di perfetta liquidità.

Infine la formula

$$(7)\qquad D_p = \frac{D_l\,P_p}{100-\left(\frac{P_b}{D_b}+\frac{P_s}{D_s}+\frac{P_c}{D_c}\right)D_l}$$

serve a calcolare, per una data temperatura, la densità di un metallo allo stato liquido (per esempio del piombo) quando si conoscano già altrimenti le densità degli altri metalli componenti una data lega e la densità di questa; e la formula:

$$(8)\qquad \alpha''' = \left\{\frac{100\,\alpha}{D_l}-\left(\alpha'\frac{P_b}{D_b}+\alpha''\frac{P_s}{D_s}+\alpha''''\frac{P_c}{D_c}\right)\right\}\frac{D_p}{P_p}$$

serve a calcolare il coefficiente di dilatazione dello stesso metallo allo stato di perfetta liquidità quando già altrimenti si conoscano i coefficienti stessi degli altri metalli e quello della lega.

I dati numerici relativi alle densità e coefficienti medi di dilatazione allo stato di perfetta liquidità dei singoli metalli componenti le quattro leghe studiate furono ricavati dalle sopracitate Memorie di Vicentini ed Omodei.

Per calcolare poi i valori delle densità dei quattro metalli solidi alla temperatura dell'ambiente in base a quelle a 0° ha assunto come coefficienti medii β di dilatazione cubica fra 0° e 100° quelli dati dal Matthiessen.

Lega Wood $Bi_4\ Sn_2\ Pb\ Cd_2$		Lega Rose $Bi_7\ Sn_6\ Pb_4$	
t	D_t	t	D_t
149,°4	9, 2315	153,°1	9, 3565
172, 6	9, 2028	196, 3	9, 3000
203, 7	9, 1675	242, 9	9, 2456
230, 7	9, 1281	296, 5	9, 1667
274, 3	9, 0798	323, 2	9, 1320
290, 2	9, 0559	—	—
Lega Lipowitz $Bi_{11}\ Sn_5\ Pb_4\ Cd_4$		Lega Darcet $Bi_{13}\ Sn_{10}\ Pb_8$	
149,°7	9, 4927	165, 6	9, 4719
177, 5	9, 4596	205, 1	9, 4236
209, 0	9, 4192	244, 3	9, 3757
241, 8	9, 3725	293, 5	9, 3165
287, 3	9, 3152	323, 3	9, 2793
313, 4	9, 2827	—	—
325, 4	9, 2688	—	—

6. α) Per tutti i calcoli necessari alla compilazione delle tavole che in questo sunto sono omesse ho tracciato per ogni lega la curva delle densità, ed ho trovato in tal modo che, entro i limiti di temperatura fra cui ognuna è stata studiata, la curva (tracciata con una scala nella quale lungo le ascisse un centigrado era rappresentato da un millimetro e lungo le ordinate il millimetro rappresentava i centesimi del valore delle densità), si confonde con una linea retta e quindi la loro dilatazione entro quei limiti si può ritenere regolare.

β). Meno che per la lega di Wood le densità alla rispettiva temperatura di fusione ed a 100° sono maggiori che quelle della lega solida a circa 11°, fatto causato naturalmente dall'anomalia fisica del Bismuto.

γ). Meno che per la lega di Wood le densità ad 11°, calco-

late teoricamente nella supposizione che nella formazione delle leghe non si verifichi variazione di volume, sono maggiori che quelle trovate coll'esperienza; così, meno che per la Darcet, le densità a 325° calcolate sono maggiori delle sperimentali. Si può dunque asserire che in complesso nella formazione di queste leghe si verifica piuttosto aumento di volume che contrazione, in media le differenze fra i valori calcolati e quelli trovati colla esperienza sono minori per le leghe ternarie che per le quadernarie, specialmente quando esse sono allo stato di perfetta liquidità; dette differenze sono però abbastanza sensibili.

δ). I coefficienti di dilatazione delle leghe calcolati teoricamente, nella supposizione che i metalli componenti conservino i propri, sono per tutte minori che quelli dati dalla esperienza; anche qui le differenze sono abbastanza sensibili.

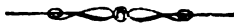
ε). Volendo calcolare la densità od il coefficiente di dilatazione di uno dei metalli componenti una data lega in base agli altri elementi supposti noti per altra via e servendosi delle formule (7), (8), si trovano grandi differenze tra i valori così calcolati teoricamente e quelli dati direttamente dalla esperienza per i singoli metalli; dette differenze però sono minori per le leghe ternarie che per le quadernarie.

φ). Da tutto quanto abbiamo sopra accennato possiamo concludere che nelle leghe formate con più di due metalli non vige (come per le leghe e per le amalgame binarie) con molta approssimazione la legge che i metalli componenti vi conservino i loro rispettivi coefficienti di dilatazione e non è trascurabile la variazione di volume che accompagna la loro mescolanza allo stato liquido; in generale vi ha aumento di volume ed i coefficienti di dilatazione di tali leghe allo stato di perfetta liquidità sono maggiori di quelli che loro spetterebbero qualora le dilatazioni dei componenti semplicemente si sommassero.

N. B. — I risultati ottenuti dallo Spring (*Annales de Chimie et Physique.* Serie 5ª tom. 7, pag. 178) per la dilatazione delle leghe solide e fuse fino a 120° sono discordanti non solo da quelli che si possono trarre in base alla curva delle densità tracciata fra 150° e 350° dietro le mie misure ma anche da quelli che si ottengono col calcolo ammettendo rigorosamente applicabile al caso pratico la formula (6); ora per quanto ciò

possa ammettersi soltanto con approssimazione pure si può con cognizione di causa presumere già a priori che la discordanza fra i valori sperimentali e quelli teorici sarà al massimo appena sensibile sulla seconda cifra significativa dei valori esprimenti i coefficienti di dilatazione. Orbene secondo lo Spring si avrebbero per le dette leghe coefficienti che diversificano di molto, (e da quelli da me trovati e da quelli che la teoria con molta approssimazione fa prevedere), sulla prima cifra significativa, tantochè i valori dello Spring sarebbero di questi circa sette volte maggiori! Come mai può ammettersi che leghe formate da metalli i cui coefficienti di dilatazione allo stato liquido variano insieme da 0,00011 a 0,00017 circa abbiano coefficienti rappresentati ad esempio da 0,0008, 0,0009 ?; lo stesso dicasi per lo stato solido nel quale i coefficienti di dilatazione cubica dei detti metalli variano insieme da 0,00004 a 0,00009, mentre per le leghe, secondo lo Spring, si avrebbero allo stato solido coefficienti rappresentati ad esempio da 0,0001, 0,0003, 0,0005. Da un attento esame della Memoria dello Spring si rileva che il metodo da esso adottato per la misura della dilatazione lasciava luogo a grandi incertezze specialmente per la piccola quantità di lega adoperata in confronto di quella dell'olio e per la variabilità del coefficiente di dilatazione di quest'ultimo e per la sua facile decomponibilità durante il riscaldamento, mentre il metodo dilatometrico usato da Vicentini ed Omodei e da me è suscettibile di grande esattezza; al più si potrebbe incorrere in un lieve errore (che del resto colle cautele che si possono impiegare è ben difficile commettere) dipendente da una bollicina d'aria rimasta nel bulbo del dilatometro, ma è facile convincersi che in tal caso i coefficienti di dilatazione misurati dovrebbero riuscire in eccesso sui veri e non più piccoli come parrebbe (stando ai risultati dello Spring) fossero riusciti i nostri.

Il presente studio è stato eseguito nel Laboratorio di Fisica Sperimentale diretto dal prof. Vicentini al quale porgo i miei più sentiti ringraziamenti.

Siena. R. Università. Dicembre 1890.

SUI CRIOIDRATI DELLE MISCELE SALINE; DOMENICO MAZZOTTO.

Sunto dell' antore.

(Dalla memoria pubblicata nei rendiconti dell' Istituto Lombardo.
vol. XXIII, pag. 545-579, 633-653).

Se si raffredda al di sotto di zero gradi una soluzione, evitando nei modi ben noti la soprafusione e la soprasaturazione possono avvenire tre casi: o si raggiunge prima il punto di saturazione e si deposita del sale, o si raggiunge prima il punto di solidificazione e si forma del ghiaccio, od i detti due punti coincidono e si ha cristallizzazione contemporanea dell' acqua e del sale.

Il corpo solido che si forma in quest' ultimo caso deve, come dedusse Rüdorff dalle leggi della solubilità, avere la stessa composizione dell' acqua madre dalla quale proviene e mantenere inalterata la propria temperatura fino a completa solidificazione della massa.

A tali corpi il Guthrie, che a quanto pare non conosceva la teoria svolta sui medesimi del Rüdorff molti anni prima, diede poi il nome di " *crioidrati* „ credendo, egli, che fossero dei veri idrati dei sali i quali non potessero esistere che a temperature sotto zero.

Offer ed altri, hanno poi dimostrato che essi non devono considerarsi che come semplici miscele di ghiaccio e sale, tuttavia il nome loro dato dal Guthrie restò ad essi ma con senso diverso. Per noi la parola " crioidrato „ equivale a: *soluzione satura al punto di solidificazione* i cui caratteri sono:

1° Punto di solidificazione coincidente col punto di saturazione.

2° Identità di composizione del deposito e dell' acqua madre.

3° Costanza di temperatura durante la solidificazione e la fusione.

Il Rüdorff dimostrò inoltre che la conoscenza della composizione dei crioidrati ha uno stretto legame colla preparazione delle miscele frigorifere, inquantochè la minima temperatura

che da esse si può ottenere è il punto di solidificazione del corrispondente crioidrato, e le proporzioni più opportune da adottarsi fra ghiaccio e sale per ottenere quella minima temperatura sono appunto le proporzioni dell'acqua e del sale nel crioidrato stesso.

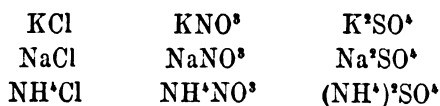
Il Rüdorff indicò anche un processo esperimentale da seguirsi per la determinazione di questi dati e lo applicò, incompletamente. ad alcuni pochi casi; nelle tabelle ordinarie delle miscele frigorifere si trovano molto spesso riprodotte, fra le altre, le proporzioni e le temperature minime indicate dal Rüdorff alcune delle quali sono però ben lungi dall'esser esatte.

Più esatti sono i risultati ottenuti dal Guthrie per circa un centinaio di crioidrati, e con essi si potrebbero correggere la maggior parte delle tavole riguardanti le miscele frigorifere, di ghiaccio con un solo sale.

Il Guthrie nel lungo suo lavoro toccò anche la questione dei crioidrati di miscele saline, la quale, a quanto mi risulta, non fu trattata da altri autori, ma giunse, come vedremo, a risultati che le mie esperienze dimostrarono erronei.

La poca estensione data dal Guthrie a quest'ultima questione, la complicazione dei risultati ottenuti, la poca verosimiglianza di alcuni di essi, e l'importanza pratica del soggetto essendo frequente il caso che si usino miscele frigorifere con più di un sale, mentre su di esse non si hanno finora che pochi dati empirici ed inesatti, sono le ragioni che mi indussèro a studiare questo argomento.

Limitai il mio studio a tutte le miscele binarie possibili coi nove sali seguenti:

KCl	KNO^3	K^2SO^4
$NaCl$	$NaNO^3$	Na^2SO^4
NH^4Cl	NH^4NO^3	$(NH^4)^2SO^4$

ottenendo così 36 crioidrati dei quali determinai il punto di solidificazione e la composizione.

Dopo aver preparato le 36 soluzioni con sali puri, introducendone di ciascuno una quantità più che sufficiente per saturare da solo l'intera massa di acqua, (condizione, questa, impor-

tantissima, e che trascurata, come vedremo, dal Guthrie, lo condusse in errore), determinai anzitutto, con esperienze speciali, la temperatura di solidificazione dei relativi crioidrati.

Il processo da me seguito consisteva nel raffreddare fino a — 60° (col mezzo dell'evaporazione dell'anidride solforosa) una provetta contenente al fondo una piccola porzione della soluzione dei due sali, e quindi nell'osservare a qual punto si arrestava il termometro in essa immerso nel riscaldarla in ambiente a temperatura ordinaria.

Il punto d'arresto del termometro (accuratamente confrontato prima con quello ad aria) è molto netto ed indica la temperatura di fusione del crioidrato. Su di esso non ha influenza l'essere la soluzione più o meno lontana dalla composizione del crioidrato, inquantochè, l'eccesso di sale o di acqua che esistesse, si solidifica separatamente prima del crioidrato nel raffreddamento si liquefà dopo di esso nel riscaldamento; precisamente come avviene per le leghe, le quali hanno un punto di arresto fisso, indipendente dalle proporzioni dei componenti.

Questo metodo da me applicato per determinare il punto di fusione di un crioidrato, è, oltre che più breve, più sicuro di quello usato dal Guthrie, il quale determinava invece il punto di solidificazione raffreddando le soluzioni in miscele frigorifere, ed esportando l'eccesso di sale o di ghiaccio che si andava man mano cristallizzando, finchè otteneva la soluzione in cui si solidificavano contemporaneamente l'acqua ed il sale. Il punto fisso al quale questa solidificazione avveniva era il punto di solificazione del crioidrato.

Questo processo, più forse per difficoltà di applicazione che per erroneità di principio, può in alcuni casi condurre a dei risultati erronei riguardo al punto di solidificazione; infatti il Guthrie trovò con questo metodo che il crioidrato del cloruro di calcio si forma a — 37°, mentre col metodo da me seguito trovai che esso si forma a — 55°, temperatura la quale coincide con quella data dell'Hammerle, ed è comprovata dal fatto ben noto che con una miscela di ghiaccio e cloruro di calcio idrato si può facilmente congelare il mercurio.

Il processo del Guthrie fu invece da me seguito nella preparazione dei crioidrati, non essendovi più pericolo che mi con-

ducesse in errore conoscendo già io in precedenza il loro punto di solidificazione; solo lo modificai in alcuni particolari di esecuzione per rendere più sicura la separazione del vero crioidrato dalla parte di soluzione che conteneva l'eccesso di sale o di acqua.

Alla preparazione dei crioidrati feci seguire la loro analisi, i cui dettagli si trovano nella memoria originale; solo qui dirò che, nel maggior numero dei casi, analizzai solo l'acqua madre che rimaneva quando si era solidificata circa la metà di una soluzione che restava liquida fino al punto di solidificazione del crioidrato, e che quindi dovea ritenersi non aver eccesso nè di sale nè di acqua; in alcuni casi però analizzai anche il residuo solido, il quale avea una composizione quasi identica a quella dell'acqua madre.

Le analisi furono sempre dirette in modo da escludere il più possibile le determinazioni per differenza.

Nella memoria originale si trovano raccolti, in due estese tabelle che non possono aver posto in questo sunto, i risultati delle analisi ed altri valori da essi tratti e necessari alla discussione dei risultati. Nella prima di queste tabelle si trovano i risultati relativi alle miscele di sali aventi acido o base comune, nella seconda quelli relativi alle miscele di sali con acidi e basi differenti.

Estraggo da dette tabelle i dati riportati nella seguente e che sono i più importanti per le applicazioni, quali sono: la temperatura di solidificazione dei crioidrati delle varie miscele, e la loro composizione; questi dati indicheranno in quali proporzioni si debbono unire il ghiaccio ed i singoli sali per ottenere una miscela frigorifera che si arresti alla temperatura indicata nell' ultima colonna.

Per rendere più pratico l' uso di questa tabella ho disposto i crioidrati in ordine tale che le temperature di solidificazione riescano crescenti, ordine che non ho potuto tenere nella memoria originale per non rendere più difficile la discussione dei risultati.

TABELLA DEI CRIOIDRATI

indicante il peso (in grammi) dei sali contenuti per ogni 100 gr. di acqua, ed il loro punto di solidificazione.

Gli stessi numeri indicano le quantità di sali che si devono mescolare con 100 grammi di ghiaccio per ottenere la miscela frigorifera che si arresta al detto punto di solidificazione; nei casi pratici però si potrà, senza scapito sensibile trascurare quei sali che figurano in quantità troppo piccole rispetto agli altri della miscela.

Num. d'ordine	CLORURO di			NITRATO di			SOLFATO di			Punto di solidif. del crioidrato o di arresto della miscela frigorif.
	Sodio	Potassio	Ammon°	Sodio	Potassio	Ammon°	Sodio	Potassio	Ammon°	
1	—	—	—	—	—	—	4,9	9,7	—	— 3,0
2	—	—	—	—	9,2	—	—	5,4	—	— 3,8
3	—	—	—	(1,1)	11,7	—	5,5	—	—	— 4,9
4	—	24,2	—	—	—	—	—	1,4	—	—10,9
5	—	24,5	—	—	4,5	—	—	—	—	—11,7
6	(5,7)	20,0	—	—	—	—	1,1	—	—	—14,0
7	—	—	—	—	—	—	—	3,1	59,5	—17,4
8	—	—	23,5	—	—	—	6,6	—	—	—17,7
9	—	—	—	—	9,0	73,8	—	—	—	—17,8
10	—	—	23,8	—	—	—	—	11,1	—	—17,9
11	—	12,2	19,3	—	—	—	—	—	—	—18,0
12	—	—	—	60,1	—	—	0,3	—	—	—18,2
13	—	—	25,2	—	12,3	—	—	—	—	—18,3
14	—	4,6	(8,9)	—	—	—	—	—	32,0	—19,0
15	—	—	—	63,0	(10,4)	—	—	0,3	—	—19,1
16	—	—	—	62,1	10,7	—	—	—	—	—19,5
17	—	—	—	—	—	68,8	9,8	—	—	—19,7
18	—	—	—	—	—	66,9	—	6,0	(8,3)	—20,1
19	—	—	—	—	—	—	8,6	—	65,2	—20,1
20	—	—	—	—	—	37,4	—	—	40,1	—21,0
21	—	—	—	—	4,2	(10,7)	—	—	56,5	—21,1
22	—	—	—	10,1	—	(54,4)	—	—	12,8	—21,3
23	30,1	—	—	—	—	—	0,2	—	—	—21,4
24	—	—	18,9	—	—	44,1	—	—	—	—22,2
25	—	—	11,6	—	—	—	—	—	50,7	—22,5
26	—	5,4	(15,5)	—	—	49,8	—	—	—	—22,8
27	28,7	(6,1)	—	—	—	—	—	0,4	—	—23,3
28	25,7	8,7	—	—	—	—	—	—	—	—23,7
29	(16,4)	1,9	—	42,7	—	—	—	—	—	—24,7
30	31,3	—	—	—	10,8	—	—	—	—	—24,7
31	25,0	—	10,3	—	—	—	—	—	—	—25,1
32	4,5	—	(12,7)	—	—	—	—	—	28,2	—25,1
33	20,5	—	—	31,0	—	—	—	—	—	—25,2
34	—	—	—	55,1	—	48,0	—	—	—	—26,4
35	22,6	—	—	(3,7)	—	51,8	—	—	—	—31,4
36	—	—	23,4	55,8	—	—	—	—	—	—31,4

Riguardo al peso dei sali contenuti nei crioidrati devo far osservare che essi vengono dati direttamente dall'analisi per le

miscele di sali aventi base od acido comune, perchè in esse non poteva avvenire scambio di elementi, ma che per le miscele di sali aventi basi ed acidi differenti, quello scambio poteva avvenire, per cui, non è che in base ad una discussione, della quale darò or ora un esempio, che potei determinare il peso dei singoli sali che si potevano ritenere esistenti nelle soluzioni; ed infatti in molti casi i risultati analitici non si potevano spiegare ammettendo l' esistenza nella soluzione dei soli due sali introdotti, e si dovea quindi ritenere che uno scambio di elementi fosse avvenuto colla formazione, almeno, di un terzo sale, la cui quantità potea venir determinata. Nella tabella precedente il peso del terzo sale così formatosi è chiuso *fra parentesi* ( ) per distinguerlo dai sali introdotti direttamente.

Ecco un esempio della discussione che mi servì a decidere se, nelle soluzioni di due sali a basi ed acidi differenti, si poteva ammettere che esistessero solo i due sali introdotti o se vi si trovava necessariamente almeno un terzo sale, ed a determinare quale esso fosse ed in quale quantità.

Prendiamo i risultati dell'analisi dei crioidrati ottenuti dalle due miscele:

Cloruro d'ammonio + Nitrato di potassio N. 13 } della tabella
Cloruro di potassio + Nitrato d'ammonio N. 26 }

Tali coppie di miscele costituite da sali aventi gli stessi acidi e le stesse basi ma accoppiati in modo diverso le chiamerò, per brevità, *alterne*.

L' analisi centesimale di questi due crioidrati diede i risultati seguenti:

Risultati diretti dell' analisi centesimale dei crioidrati delle due miscele alterne:

	$NH^4Cl + KNO^3$		$KCl + NH^4NO^3$	
	Acqua madre	Residuo solido	Acqua madre	Residuo solido
H^2O	72,90	74.65	58,17	58,44
Cl	12,20	10,93	7,46	7,20
NO^3 [1]	5,51	5,47	22,52	22,50
NH^4	6.18	5,50	9,55	9,32
K	3,47	3,35	1,64	1,51
Somme	100,26	99,90	99,34	98,97

Dividendo i numeri suesposti per i pesi dell' atomo del corpo, o del gruppo atomico, che rappresentano, cioè per: Cl = 35,37 K = 39,03 NO^3 = 61,89 NH^4 = 18,01, si ottengono (tralasciando l'acqua che non entra nella discussione) i seguenti quozienti:

Cl.	0,345	0,309	0,211	0,203
NO^3	0,089	0,086	0,364	0,363
NH^4	0.343	0,306	0,530	0,518
K	0,089	0,086	0,042	0,038

I valori così ottenuti indicano quanti equivalenti di ciascun acido o di ciascuna base si trovarono nella soluzione. Osservando le due prime colonne si vede che, tanto nell' acqua madre che nel residuo solido, il numero di equivalenti del cloro è uguale a quello dell' ammonio, e quello del potassio a quello dell' acido nitrico; quindi si può ritenere che nella soluzione esistano ancora inalterati i due sali introdotti, cloruro d' ammonio e nitrato di potassio, in ragione di 18,38 del primo e 8,98 del secondo per 100,26 di soluzione, come si ha direttamente coll' addizione dei risultati analitici suesposti; e ciò corrisponde a 25,2 del

1) Calcolai in base alle formule NO^3, NH^4 ed SO^4 la quantità di N^2O^5, NH^3, e di SO^3 per poter, come si vede sopra, colla semplice addizione riconoscere il grado di approssimazione raggiunto nel complesso delle analisi, il che mi facilitò l'esposizione e la discussione dei risultati.

primo e 12,3 del secondo per 100 di acqua, come figura al N. 13 della precedente tabella.

Se osserviamo invece le due ultime colonne si vede che il numero degli equivalenti del cloro diversifica molto da quello del potassio, e così, naturalmente, quello dell'acido nitrico da quello dell'ammonio; qui non si può dunque più ammettere che esistano solamente il cloruro di potassio ed il nitrato d'ammonio introdotti, ma vi deve essere almeno un terzo sale. Quale sia questo terzo sale ce lo dicono i numeri stessi, inquantochè, trovandosi l'ammonio col massimo numero di equivalenti, esso deve essere combinato con ambedue gli acidi, e quindi trovasi in soluzione, oltre al nitrato d'ammonio introdotto, anche del cloruro d'ammonio nuovamente formatosi, oltre, ben inteso, al cloruro di potassio.

Dagli stessi numeri, limitandoci qui alla colonna che si riferisce all'acqua madre, si ricava che in 100 di soluzione il massimo numero di equivalenti di cloruro di potassio che si possono ritenere ancora esistenti è di 0,042, quello massimo di equivalenti di nitrato d'ammonio è di 0,364 e restano liberi ancora 0,169 equivalenti di ammonio ed altrettanti di cloro i quali vengono a costituire il nuovo sale formatosi.

Moltiplicando questi numeri pei pesi molecolari equivalenti dei respettivi sali risulta che in 100 gr. di soluzione si trovano

gr. 3,13 di KCl; 29,08 di NH^4NO^3; 9,02 di NH^4Cl

e quindi ogni 100 gr. di acqua:

gr. 5,4 di KCl; 49,8 di NH^4NO^3; 15,5 di NH^4Cl

come è indicato al N. 26 della precedente tabella, ove il 15,5 è chiuso fra parentesi perchè rappresenta il peso pel nuovo sale formatosi.

Osserviamo ora che nella parziale doppia decomposizione dei sali introdotti la quale diede luogo alla formazione del nuovo sale, cloruro d'ammonio, restarono liberi del potassio e dell'acido nitrico che avranno formato una quantità di nitrato di potassio equivalente alla quantità di cloruro d'ammonio formatosi, e che essa non si trova più in soluzione perchè, se ci fosse, si troverebbe ancora corrispondenza fra gli equivalenti come se non esi-

stessero che i sali primitivi; quindi, questo quarto sale si deve esser deposto.

Riassumendo in forma generale il risultato di questa discussione, dirò che, se nel crioidrato proveniente dalla miscela di due sali A B, A' B' (con A A' rappresento gli acidi, con B B' le basi) si trova che il numero di equivalenti di A e B non sono fra loro uguali e quindi neppure quelli di A' e B'; e se uno di essi, per esempio A, figura col numero di equivalenti massimo, si può conchiudere che si trova in soluzione il nuovo sale A B' e che si è precipitato il quarto sale B A'.

Applicando questo metodo di discussione alle nove coppie di miscele alterne da me studiate, trovai che nel massimo numero dei casi (delle eccezioni si può dar facilmente ragione) avveniva quanto vedemmo sopra nell'esempio citato; che cioè, in una delle miscele avveniva la parziale doppia decomposizione colla creazione di un nuovo sale che restava in soluzione e di un altro che si precipitava, e nell'altra gli elementi restavano combinati come nei sali introdotti. Le prime di tali miscele le diremo *variabili*, le seconde *fisse.*

Esaminando quali sali davano miscele variabili, e quali miscele fisse, riconobbi che quest'ultime sono quelle in cui fra i sali inizialmente introdotti si trova il sale meno solubile fra i quattro sali possibili con quegli acidi e quelle basi, mentre sono variabili quelle miscele in cui non è introdotto direttamente il sale meno solubile; così nell'esempio sopra citato, la prima miscela è fissa e la seconda variabile perchè il nitrato di potassio, che è il meno solubile dei quattro sali possibili, si trova inizialmente nella prima miscela e non nella seconda.

E se osserviamo, quale è il quarto sale che si forma e deposita nel caso delle miscele variabili, si trova che esso è appunto il meno solubile dei quattro nelle condizioni delle esperienze, possiamo quindi concludere che: *raffreddando una soluzione di due sali fino a cristallizzazione, avviene una parziale doppia decomposizione solo quando essa dia luogo alla formazione di un sale meno solubile di quelli introdotti, il quale si deposita per primo.*

Questo principio può considerarsi come un corollario della legge di Berthollet; in questa infatti è detto che lo scambio degli elementi avviene quando ne risulti un composto insolubile; ora

nel nostro caso si può ritenere che un corpo diventi in parte insolubile quando la soluzione abbia raggiunto rispetto ad esso il suo punto di saturazione.

Le poche eccezioni che riscontrai alle conclusioni sopra accennate non sono che apparenti, ed avvengono nei casi in cui nel lungo intervallo di temperatura che percorre la soluzione prima di raggiungere il punto di solidificazione del crioidrato, per un tratto è meno solubile uno dei sali e per un tratto un altro, e quindi in ambedue le miscele alterne si alterano i sali primitivi.

Un' altra parte della discussione dei risultati riguarda la ricerca delle relazioni fra la temperatura di solidificazione dei crioidrati e la loro composizione.

Si riconosce anzitutto, a prima vista, che la temperatura alla quale si forma il crioidrato di una miscela è sempre inferiore a quella alla quale si formano i crioidrati dei sali che la compongono, quindi si avrà sempre un vantaggio usando più sali invece di uno. E in quanto poi al valore assoluto di essa riconobbi, fondandomi sulle esperienze di varii autori sul punto di solidificazione delle soluzioni saline, che: *la temperatura di solidificazione di un crioidrato è sensibilmente uguale* (in generale un po' inferiore in valore assoluto) *alla somma degli abbassamenti che produrrebbero separatamente i singoli sali disciolti sul punto di solidificazione dell' intera massa d' acqua*; e ciò in conformità alla II legge di Blagden sulla solidificazione dell' acqua contenente delle miscele di sali.

A questo riguardo le mie esperienze sono in completo disaccordo con quanto il Guthrie avea creduto di poter dedurre dalle sue. Egli infatti avea conchiuso, che il crioidrato di una miscela si forma a temperatura intermedia fra quelle alle quali si formano i crioidrati dei singoli sali mescolati, e più vicina a quella del sale che si trova in quantità maggiore. Per citare un esempio delle divergenze dirò che unendo il solfato d'ammonio, il cui crioidrato si forma a $-18^\circ,9$, al solfato di sodio che dà un crioidrato a $-1^\circ,26$ si ottiene una miscela che, secondo le mie esperienze, dà un crioidrato a -20°; invece il Guthrie trovò che lo dà a -7°. Per le altre poche miscele studiate dal

Guthrie le differenze sono meno grandi ma sempre molto sensibili. Anche le due analisi di crioidrati di miscele fatte dal Guthrie non corrispondono colla mia.

Ricercai la causa di queste divergenze e le riscontrai nel modo col quale il Guthrie preparava le soluzioni. Egli, partendo forse dalle sue idee teoriche sulla costituzione dei crioidrati, prendeva i sali in quantità proporzionali ai loro pesi molecolari, e quindi aggiungeva tanta acqua quanta era necessaria a sciogllierli completamente.

È evidente che in questo modo egli otteneva una soluzione satura solo rispetto al sale meno solubile, ma che poteva esser diluitissima rispetto all' altro sale. Così per es. nella miscela sopra citata mescolò 7,1 gr. di solfato di sodio e 6,6 gr. di solfato d' ammonio; per sciogliere il solfato di sodio dovea impiegare poi tanta acqua, che, per saturarla di solfato d' ammonio ne avrebbe dovuto introdurre almeno 12 volte tanto quello introdotto. Nel raffreddare questa soluzione doveva avvenire presso a poco come se si raffreddasse una soluzione di solo solfato di sodio, ed infatti il Guthrie ebbe un punto d'arresto di poco inferiore a quello che darebbe il solo solfato di sodio.

In conferma che il risultato del Guthrie non è esatto dirò che egli stesso, facendo poi la miscela frigorifera coi detti sali, trovò che si ottiene con essa un raffreddamento sotto i — 16°.

Avendo io avuto sempre cura di partire da soluzioni sature di ambedue i sali, non poteva cadere in simile errore, per cui posso conchiudere che i risultati delle esperienze del Guthrie sui crioidrati delle miscele saline non devono ritenersi come decisivi.

È utile che io faccia ancora conoscere un riavvicinamento da me fatto fra i risultati da me ottenuti e quelli ottenuti dal Rüdorff in un esteso suo lavoro esperimentale sulla solubilità delle miscele saline.

Il Rüdorff, ne' suoi esperimenti, versava in una certa massa d' acqua, due sali in quantità tale che non potessero nè l' uno nè l' altro sciogliersi completamente; della soluzione ottenuta prendeva tre parti; la prima la lasciava inalterata e la analizzava direttamente; nella seconda introduceva una quantità di

uno dei due sali e quindi analizzava la soluzione risultante; altrettanto facea della terza parte dopo di avervi invece introdotto l'altro sale.

In alcuni casi trovò che le tre soluzioni così preparate erano di composizione identica, ed in altri casi non lo erano; che cioè la II e la III parte di soluzione aveano disciolto una parte del nuovo sale introdotto. Le soluzioni ottenute coi due sali uniti erano quindi sature nel primo caso, non sature nel secondo: diremo le prime soluzioni *saturabili*, le seconde *non saturabili*, ed il Rüdorff trovò delle relazioni cristallografiche fra i sali costituenti le prime e quelli costituenti le seconde.

Siccome però molte delle miscele da me studiate erano pure state studiate dal Rüdorff sotto quest' altro punto di vista, pensai di confrontare i risultati miei con quelli del Rüdorff, e trovai, fra le miscele di sali ad acidi e basi differenti, una perfetta coincidenza, delle miscele saturabili del Rüdorff con quelle da me riconosciute come fisse, e delle non saturabili con le variabili; per cui, senza infirmare le relazioni cristallografiche trovate dal Rüdorff, mi pare di poter riavvicinare i due risultati conchiudendo che: *le miscele di due sali ad acidi e basi differenti, danno soluzioni fisse e saturabili quando contengono il sale meno solubile fra i quattro possibili con quegli elementi, e, nel caso che non lo contengano, le miscele sono variabili e non saturabili.*

Anche nella preparazione dei crioidrati l'operatore si accorge di queste differenti specie di soluzioni inquantochè, nelle miscele saturabili il punto di solidificazione del crioidrato è molto stabile, e nelle non saturabili, la temperatura all' atto della solidificazione oscilla entro limiti relativamente estesi.

Un' ultima conclusione potei ricavare dai miei esperimenti indagando se essi erano in accordo con una deduzione tratta dal Nernst dalla teoria del Van 't Hoff sulle soluzioni diluite.

È noto come, secondo questa teoria, le molecole disciolte in un liquido si troverebbero in condizione analoga a quelle delle molecole di un gas in un ambiente chiuso. Alla pressione manometrica che esercita il gas sulle pareti del recipiente cor-

risponderebbe la pressione osmotica del liquido sopra una membrana che sia a contatto con esso.

Il Nernst, in un recente lavoro, dedusse, come corollario di detta teoria, che due sali aventi base od acido comune, sciogliendosi nella medesima acqua, dovrebbero diminuire reciprocamente la solubilità che avrebbero se fossero soli, perchè la pressione osmotica massima (corrispondente alla pressione massima degli aeriformi) ha un valore limitato per ciascuno degli joni che compongono i sali, e quindi, lo jone comune non può trovarsi in ciascuno dei sali in quantità uguale a quella in cui si troverebbe se fosse solo.

Invece i sali ad acidi e basi differenti, e non capaci di agire chimicamente gli uni sugli altri, dovrebbero, anche uniti, serbare inalterate le loro solubilità, perchè in questo caso gli joni sono tutti differenti e la pressione osmotica massima raggiunta da uno di essi non può impedire che un' altro raggiunga la sua, (precisamente come avviene nelle miscele di aeriformi), e quindi i singoli joni si possono sciogliere nella stessa quantità come se fossero soli,

Io volli vedere, quantunque le mie soluzioni non fossero diluite al grado che esigerebbe l' esatta applicazione della teoria di Van 't Hoff, se la composizione di esse, che come sappiamo sono sature dei due sali al punto di solidificazione del crioidrato, veniva in appoggio o no alla deduzione di Nernst.

Do nella seguente tabella alcuni esempi, tratti dalle tabelle più estese della memoria, del confronto da me fatto fra le quantità dei singoli sali che l' analisi mi rivelò disciolti nei crioidrati (quantità trovata), e quelle che, secondo le esperienze di altri autori sulla solubilità dei sali a basse temperature, saturerebbero l' intera massa d' acqua alla temperatura di formazione del crioidrato (quantità calcolata).

Qui faccio osservare che, per le miscele con acidi e basi differenti, dovetti limitare il confronto a quelle nelle quali non è avvenuto scambio di elementi: anzitutto perchè solo per esse si può dire che sieno formate di sali non agenti chimicamente l' uno sull' altro, e inoltre perchè per le altre è troppo incerto il modo nel quale sono realmente aggruppati gli acidi e le basi per porlo a base di calcolo.

Tabella di confronto fra la solubilità dei sali isolati (quantità calcolata) e quella dei sali mescolati (quantità trovata) riferite a 100 grammi di acqua.

MISCELE CON					
ACIDO O BASE COMUNE			ACIDI E BASI DIFFERENTI		
SALI MESCOLATI	Quantità di sale		SALI MESCOLATI	Quantità di sale	
	trovata	calcolata		trovata	calcolata
	grammi	*grammi*		*grammi*	*grammi*
{ NH^4Cl . . .	19,3	23	{ NH^4Cl . . .	25,2	25
{ $K\,Cl$ . . .	12,2	23	{ $K\,NO^3$ . . .	12,3	5
{ NH^4NO^3 . .	48,0	55	{ NH^4Cl . . .	23,4	18
{ $Na\,NO^3$ . . .	55,1	51	{ $Na\,NO^3$ . . .	55,8	50
{ $(NH^4)^2SO^4$ . .	59,5	67	{ $Na\,Cl$ . . .	31,3	30
{ K^2SO^4 . . .	3,1	6	{ $K\,NO^3$ . . .	10,8	5
{ NH^4Cl . . .	18,9	22	{ NH^4Cl . . .	23,8	22
{ NH^4NO^3 . .	44,1	65	{ K^2SO^4 . . .	11,1	5
{ NH^4NO^3 . .	37,4	68	{ NH^4Cl . . .	23,5	22
{ $(NH^4)^2SO^4$ . .	40,1	65	{ Na^2SO^4 . . .	6,6	2
{ $K\,NO^3$ . . .	9,2	11,5	{ NH^4NO^3 . .	68,8	70
{ K^2SO^4 . . .	5,4	8	{ Na^2SO^4 . . .	9,8	0
{ $Na\,Cl$ . . .	20,5	30	{ $K\,NO^3$ . . .	11,7	11
{ $Na\,NO^3$ . . .	31,0	55	{ Na^2SO^4 . . .	5,5	4

Da questa tabella si vede che nelle miscele di sali aventi acido o base comune la quantità di sale trovata in soluzione è sensibilmente minore di quella calcolata, cioè i sali diminuiscono reciprocamente la loro solubilità; invece nelle miscele di sali ad acidi e basi differenti si osserva che la quantità di sale trovata è sensibilmente uguale a quella calcolata, specialmente pei sali più solubili, e pei meno solubili la solubilità dimostra anzi un aumento che potrebbe spiegarsi con speciali aggruppamenti molecolari. Ho potuto quindi conchiudere che le mie esperienze vengono in appoggio della sopra citata deduzione di Nernst.

Riassumendo, ecco le principali conclusioni del presente lavoro:

1° Venne determinata la composizione ed il punto di solidificazione dei 36 crioidrati formati dai tre cloruri, tre nitrati e tre solfati di sodio, potassio ed ammonio, accoppiati a due a due in tutti i modi possibili.

2° Vennero determinate nel medesimo tempo le proporzioni nelle quali si devono mescolare il ghiaccio ed i detti sali per preparare le corrispondenti miscele frigorifere, e la temperatura alle quali queste si arrestano.

3° La temperatura di fusione del crioidrato di una miscela è sensibilmente uguale alla somma degli abbassamenti che i sali in esso contenuti produrrebbero al punto di solidificazione di tutta la massa d'acqua, ed essa fu sempre trovata più bassa di quella dei crioidrati dei singoli sali. Tutto ciò deve servire a rettifica di quanto avea conchiuso il Guthrie sullo stesso argomento.

4° La composizione dell'acqua madre è molto prossima, ma non identica, a quella del residuo solido.

5° Il punto di solidificazione dei crioidrati è molto fisso per alcune miscele, ma lo è meno per altre. Le prime sarebbero le miscele che, secondo Rüdorff, danno soluzioni saturabili, le seconde quelle che non danno soluzioni saturabili.

6° Nelle soluzioni di miscele di sali con acidi e basi differenti, sono saturabili quelle nelle quali fu inizialmente introdotto il sale che, nelle condizioni delle esperienze, è il meno solubile fra i quattro possibili con quegli acidi e quelle basi, e queste nel raffreddamento sono stabili; le altre sono instabili, cioè avviene in esse uno scambio di elementi, pel quale si formano gli altri due sali uno dei quali rimane in soluzione e l'altro, che è il meno solubile, si deposita.

7° Come corollario risulta che di due miscele di sali costituiti dagli stessi acidi e dalle stesse basi ma accoppiati in modo diverso, l'una è, in generale, saturabile e stabile, ed è quella che contiene già inizialmente il sale meno solubile; l'altra, che non lo contiene, è non saturabile ed instabile. Ma possono esser instabili e non saturabili entrambi, quando entro un certo intervallo di temperatura il meno solubile è uno dei quattro sali ed in un altro intervallo lo è un altro.

8° Resta appoggiata la deduzione tratta dal Nernst dalla teoria di Van 't Hoff sulle soluzioni diluite, che cioè, i sali aventi acido o base comune diminuiscono reciprocamente la loro solubilità quando si trovano nella stessa soluzione, e quelli ad acidi e basi differente ed incapaci di agire chimicamente l'uno sull'altro, la conservano inalterata.

Dal Gabinetto di Fisica del R. Liceo Parini
Aprile 1890.

OSSERVAZIONI INTORNO AD ALCUNI FENOMENI DI FOSFORESCENZA E FLUORESCENZA; NOTA DEL PROF. EMILIO VILLARI.

(*R. Accad. delle Scienze dell' Istituto di Bologna.* Serie IV, Tomo X).

È ben noto che i diversi raggi dello spettro hanno proprietà diverse e caratteristiche. I raggi poco rifrangibili sono in preferenza termici, quelli di media rifrangibilità sono luminosi, e quelli molto rifrangibili eccitano le azioni chimiche. È noto altresì che ai raggi poco rifrangibili, provenienti da corpi poco caldi, s'aggiungono raggi via via più rifrangibili col crescere della temperatura. Così nella luce del Sole ed in quella dell' arco elettrico vi sono moltissimi raggi chimici, e pochissimi in quella del gas, del petrolio ecc. I metalli volatilizzati dalla scintilla elettrica producono degli spettri chimici estesissimi e tali da essere in certi casi 5 o 6 volte più ampi degli spettri visibili, secondo Mascart. Il magnesio, che brucia facilmente nell' aria, produce una luce vivissima di un bianco speciale che tira un poco al violetto, e dà anche esso uno spettro assai ricco di raggi chimici.

I fenomeni di fosforescenza e fluorescenza sono, in generale, risvegliati da raggi molto rifrangibili, e perciò hanno bisogno di sorgenti luminose di elevata temperatura. Essi riescono assai bene con la luce del sole e con la luce elettrica. La luce del magnesio, essendo assai ricca di raggi molto rifrangibili, deve potersi adoperare con vantaggio nello studio dei fenomeni di

fosforescenza e fluorescenza: ed io ho appunto cercato di studiare l'azione di cotesta luce in questi fenomeni, confrontandola con quella di altre luci.

Le prime esperienze furono da me eseguite studiando i fenomeni di fosforescenza. Esaminai diversi corpi col fosforoscopio del Becquerel, e vidi come la loro fosforescenza riusciva assai vivace coi raggi diretti del sole. La luce Drummond (prodotta dall'incandescenza della calce per la fiamma del gas illuminante e dell'ossigeno) rinchiusa nella lanterna Duboscq, rendeva debolmente fosforescente il solo spinello, fra le varie sostanze da me investigate. Invece, la luce del magnesio, prodotta con la nota lampada, che introducevo nella lanterna Duboscq, sebbene in condizioni non molto propizie, pure rendeva fosforescenti, e brillantemente, lo spinello, quindi il distene, e parecchi altri minerali in minor grado, ma sempre, assai distintamente. Talmente che la luce del magnesio è assai più adatta di quella Drummond nello studio della fosforescenza. Ma la differenza è ancora molto più cospicua ed importante pei fenomeni della fluorescenza.

La luce del magnesio produce i fenomeni di fluorescenza con grande splendore. Un cono di detta luce, concentrato con una lente convergente, produce una fluorescenza bellissima nelle soluzioni di solfato di chinina, nella soluzione eterea di clorofilla (della menta piperina o dell'ortica), nella soluzione alcoolica di curcuma, non che nel vetro di uranio, che furono le sole sostanze da me esaminate.

Per osservare tali fenomeni si dispongono i diversi corpi in piatti neri od in piatti di vetro posti su fondo nero, e poscia s'illuminano con la luce del magnesio, dirigendola obliquamente su di essi. In tal caso, guardando i corpi della parte medesima d'onde vengono illuminati s'osservano fluorescenti d'uno splendore bellissimo. E ciò che concorre a rendere più spiccato il fenomeno si è, di certo, l'apparenza opalina che acquistano i corpi così esaminati, i quali sembrano quasi come opachi, ed il colore pare che venga soltanto dalla loro superficie. La clorofilla, poi, prende intieramente l'apparenza del sangue.

La fluorescenza diventa, inoltre, nei corpi, assai più distinta e brillante quando si modera la luce del magnesio col mezzo di un vetro turchino; il quale lascia passare, in preferenza, i raggi

molto rifrangibili e fluogenici riducendo, in tal modo, la luce trasmessa a quella più attiva, ed assorbendo quella meno attiva e perturbatrice. Così i corpi su citati diventano assai luminosi e prendono sempre più un'apparenza analoga a quella del vetro lattino, che è assai caratteristica.

I medesimi fenomeni s'osservano brillantissimi con la luce diretta del sole. L'efficacia della luce del magnesio, in questi fenomeni è poco inferiore a quella del sole ed essa, inoltre, ha il vantaggio di potersi adoperare assai più facilmente e comodamente.

In questi miei studi mi è occorso di notare un fatto che, a vero dire, non so se sia stato osservato da altri; ed io descriverò non avendolo trovato descritto nei consueti trattati di fisica. Ho osservato, adunque, che quando la luce del sole o del magnesio abbia attraversato uno strato di 3 o 4 cm. di una soluzione di curcuma o di clorofilla, essa è incapace di rendere fluorescente la soluzione di solfato di chinina, od il vetro di uranio; però è sempre atta a rendere fluorescente, nuovamente, la curcuma e la clorofilla. Per lo contrario la luce che ha attraversata una soluzione di 6 a 7 cm. di grossezza di solfato di chinina, rende fluorescente tanto una nuova soluzione di solfato, quanto quella di curcuma, di clorofilla, non che il vetro di uranio.

Laonde si rileva, che mentre la clorofilla e la curcuma assorbono quei raggi di luce che possono risvegliare la fluorescenza del vetro d'uranio e del solfato di chinina. non assorbono invece tutti quelli atti a generare fluorescenza nella clorofilla e nella curcuma. Il solfato sciolto, invece, assorbe molto meno dei raggi attivi, imperocchè la luce concentrata con una lente che ne attraversa la soluzione, in strati non molto grossi, è sempre atta a produrre fluorescenza in tutti i corpi qui sopra ricordati.

Si sa, dagli studi fatti sulla fluorescenza, che i corpi fluorescenti hanno per la luce un potere assorbente, oltre quello dovuto al proprio colore, che può dirsi elettivo, per quei raggi che risvegliano in essi medesimi la propria fluorescenza. Onde accade che la luce, quando non sia concentrata da una lente od altrimenti, risveglia la fluorescenza superficialmente soltanto Come, adunque, accade che la luce, dopo d'avere attraversata

la clorofilla e la curcuma può rendere ancora fluorescente una delle dette soluzioni, mentre è inattiva pel solfato di chinina ed il vetro d'uranio? Questi fenomeni possono interpretarsi ammettendo che i raggi, i quali rendono fluorescenti i corpi su indicati non sieno per tutti i medesimi: e supponendo, altresì, che la curcuma e la clorofilla fluoriscono per maggior varietà di raggi che non accade pel solfato di chinina e pel vetro d'uranio. Il che ho confermato con le seguenti esperienze.

Ho osservato con uno spettroscopio a visione diretta gli spettri delle diverse luci da me adoperate e ne ho, con la scala, misurate le estensioni. Dopo di che sono passato ad osservare quali erano i raggi in preferenza assorbiti dalle varie sostanze fluorescenti, e sono pervenuto alle seguenti conclusioni.

Luce solare. — Lo spettro di questa luce si estende oltre la divisione 200 a 205 del mio spettroscopio, quando non attraversa alcuna soluzione [1]).

a) Si estende fino alla divisione 195 dopo avere attraversata una soluzione limpida di solfato di chinina di 6 cm. di spessezza.

b) Si estende fino alla divisione 185 a 190, nel violetto, dopo avere attraversato un vetro d'uranio di circa 7 mm. di spessezza.

c) La soluzione pallida di clorofilla di 5 cm. di spessezza assorbe moltissimi dei raggi più rifrangibili, e limita lo spettro alla divisione 138 nel turchino. Oltre di che mostrasi distintissima la stria caratteristica di assorbimento nel rosso fra la divisione 63 e 69 della scala.

d) Con la soluzione di curcuma lo spettro visibile è ancora più ristretto; ed esso s'estende soltanto fino alla divisione 108, nel verde.

Luce del magnesio. — Lo spettro con questa luce, non dissimile in apparenza dal precedente, s'estende fino oltre la divisione 200 della solita scala.

1) I corpi esaminati erano disposti fra la sorgente luminosa e la fenditura dello spettroscopio.

a) Il solfato di chinina precedente lo riduce alla divisione 185, con estesa zona violetta.

b) Il vetro d'uranio, precedente, limita lo spettro alla divisione 175, con ristretta zona violetta.

c) La clorofilla ne assorbe tutti i raggi visibili, oltre il turchino, e limita lo spettro alla divisione 135.

d) E la curcuma lo riduce fino al principio del verde, corrispondente alla divisione 108.

Luce Drummond [1]. — Lo spettro di questa luce è assai debole, in confronto coi precedenti, e s'estende fino alla divisione 180 della scala, con una ristretta zona violetta.

a) La soluzione di solfato di chinina non ne assorbe una quantità percettibile.

b) Il vetro d'uranio lo restringe fino alle divisioni 140 a 150.

c) La clorofilla lo riduce fino alla divisione 130, al verde.

d) E la curcuma lo limita al principio del verde, alla divisione 108 circa.

Da ciò si rileva: che lo spettro della luce del magnesio ha quasi la medesima estensione di quella del sole; mentre, come è naturale, quèllo della luce Drummond è assai più ristretta e manchevole nella parte più rifrangibile.

Che i raggi assorbiti dai vari corpi esaminati sono diversi per qualità e quantità. Lo assorbimento procede dal violetto al rosso aumentando dal primo all'ultimo dei corpi seguenti:

Soluzione di solfato di chinina.
Vetro d'uranio.
Soluzione di clorofilla.
» di curcuma.

Da ciò si può ritenere, con molta probabilità, che la luce che passa per le due ultime soluzioni, di sufficiente spessezza, sia incapace di produrre la fluorescenza dei due primi corpi,

1) Questa luce era prodotta arroventando la calce con un getto acceso di gas luce ed ossigeno.

giacchè i raggi visibili più rifrangibili ed atti a farli fluorire sono stati intieramente assorbiti. Ed ho detto, *con molta probabilità*, perchè i raggi ultra violetti, non sono visibili, e perciò non vennero contemplati da me in modo diretto. Non pertanto, deve ammettersi che detti raggi rimangono assorbiti ancora dalle due ultime soluzioni, quando si pone mente che la luce che le ha attraversate è inefficace a produrre la fluorescenza nel solfato di chinina per la quale occorrerebbero, appunto, i raggi molto rifrangibili.

Per ispiegare come la soluzione di solfato di chinina, ed il vetro d'uranio non tolgono alla luce la proprietà di rendere fluorescenti le soluzioni di clorofilla e di curcuma, è stato necessario di osservare quali sono i raggi fluogenici di questa sostanza. E perciò, non volendo eseguire misure di gran precisione, ho adoperato il seguente metodo semplicissimo. Ho proiettato uno spettro solare puro con le sue strie, per mezzo di una lente acromatica e di un prisma, sopra un diaframma posto a 5 o 6 metri da questo. In prossimità del diaframma ho disposto una lente convergente di circa 40 cm. di distanza focale, in maniera da intercettare i raggi emessi dal prisma. Detta lente era coperta, sulla faccia rivolta al prisma, di più doppi di carta, aventi una fenditura verticale larga circa un centimetro e lunga quanto tutto il diametro della lente: in maniera che soltanto una ristretta zona dello spettro poteva attraversare la lente. Trasportando questa lente, man mano, nelle varie regioni dello spettro, si otteneva sul diaframma una immagine reale ed allungata dei vari colori dello spettro. In cotesti colori introducevo le varie soluzioni, e determinavo con quali esse cominciavano a divenire fluorescenti. E così provando più e diverse volte, venni alle seguenti conclusioni.

1° Il solfato di chinina comincia a divenir fluorescente coi raggi indaco, e seguita con quelli più rifrangibili.

2° Il vetro di uranio comincia a fluorire coi raggi verdi, e seguita con quelli più rifrangibili.

3° La curcuma, sebbene meno facilmente si osservi, pure può ritenersi che la sua fluorescenza comincia coi raggi verdi, e seguita con quelli verso il violetto.

4° La soluzione eterea di clorofilla diventa fluorescente

con tutti i raggi dello spettro, ed il massimo effetto lo producono i raggi rossi; e rossi sono eziandio i raggi diffusi per fluorescenza dalla medesima.

Laonde risulta che qualsiasi luce è sufficiente a rendere fluorescente la clorofilla; e perciò è sufficiente che essa sia illuminata perchè possa mostrare la propria fluorescenza. Anzi parmi possa dirsi che nella luce non possa distruggersi il potere fluogenico per la clorofilla senza annullare contemporaneamente anche il suo potere luminoso: come appunto accade pei poteri luminosi e termici dei raggi visibili dello spettro.

La curcuma, il vetro d'uranio ed il solfato di chinina hanno bisogno, per divenire fluorescenti, di raggi sempre più rifrangibili e limitati verso il violetto. Perciò quando la luce è priva d'essi, tai corpi non possono fluorire. Così, la luce che è passata per la curcuma e la clorofilla è inefficace a rendere fluorescente il solfato di chinina e lo è poco o punto pel vetro di uranio. Essa per contro è attiva per la curcuma o clorofilla, nelle condizioni delle mie esperienze, giacchè la curcuma fluorisce coi raggi verdi non stati assorbiti, e la clorofilla fluorisce per qualunque specie di raggi luminosi.

SUL RAPPORTO FRA L'UNITÀ BRITANNICA E L'UNITÀ DI MERCURIO; NOTA DI ENRICO SALVIONI.

(*Rendiconti della R. Acc. dei Lincei*, Serie IV, Vol. VI, 1890).

Sono lieto di poter dare notizia d'una comunicazione gentilmente fatta al Prof. Roiti dal Prof. R. T. Glazebroock, la quale interessa i miei lavori sull'ohm legale.

Per chiarezza rammenterò che nel 1888, in occasione della costruzione dell'ohm legale, avevo istituito una serie di confronti fra le resistenze N. 1'$_{**}$ Siemens e Halske, N. 20 di Strecker e N. 95 d'Elliot, le quali erano già state confrontate fra loro dal Prof. Roiti nel 1884; e che dal raffronto dei risultati notevolmente differenti avuti nelle due diverse epoche, avevo dedotto (v. *Di una nuova costruz.* ecc. pag. 46) che alcune almeno delle

tre resistenze dovevano aver subìte variazioni sensibili. Ciascuna di esse veniva pertanto rimandata all' estero e, per cortese assenso dei signori Dott. Frölich, Prof. Kohlrausch e Prof. R. T. Glazebroock, riconfrontata coi campioni originali; delle mie misure stimai però opportuno pubblicare i risultati immediati, riservandomi a dedurne i rapporti fra le varie unità, appena conosciuto l'esito delle nuove verificazioni. Questo fu per le copie N. $1'_{**}$ e N. 20 oltremodo soddisfacente; infatti il sig. Dott. Frölich nella prima e il sig. Prof. Kohlrausch nella seconda, trovarono dei sensibili aumenti (0,00119; 0,00021) rispetto ai campioni normali e (v. mia Nota: *Nuovi confronti* ecc. pag. 149) appunto tali da ricondurre le misure dell' 88 in accordo con quelle dell' 84, a meno di un mezzo decimillesimo. Ben poco soddisfacente sembrò invece la verificazione della copia N. 95; il Prof. Glazebroock riferiva infatti che essa era rimasta invariata rispetto ai campioni di Cambridge, mentre, per porre in accordo le mie misure con quelle del Prof. Roiti, dovevo supporre in essa una diminuzione di mezzo millesimo. Malgrado l' esito di questa verificazione, fui dalla discussione dei risultati indotto ad affermare che *la copia N. 95 era dal marzo 1884 al maggio 1889* (v. mia Nota: *Nuovi confronti* ecc. pag. 149, 3°) *diminuita di circa 5 decimillesimi*; dovendo poi, per altri raffronti (id. pag. 150, 4°) escludere una corrispondente diminuzione nei campioni di Cambridge, fui costretto ad ammettere che qualche equivoco era intervenuto nella nuova verificazione di Glazebroock. Tutto ciò è riferito particolareggiatamente nei lavori citati. Ora il Prof. Glazebroock, con cortese interessamento di cui gli sono ben grato, ha comunicato al Prof. Roiti che, indottosi a rivedere i propri calcoli relativi alla verificazione della copia in parola, ha trovato ch' era incorso in un' errore di 5 decimillesimi, per avere aggiunto una correzione di 0,00025, che doveva invece essere sottratta nel computo della riduzione per la temperatura.

Il valore di 0,99903 U. A. B. a 12°,8 (20 marzo 1889) dato per la N. 95 e quindi da me introdotto nei calcoli in via provvisoria, deve essere diminuito di 0,00050; questa copia presenta quindi la resistenza di 0,99853 U. A. B. a 12°,8, e, siccome aveva nel 1883 (21 nov.) la resistenza di 0.99977 U. A. B. a 15°,3 corrispondente a 0,99900 U. A. B. a 12°,8 (coefficiente di tempera-

tura = 0,00031), così essa è realmente diminuita di 0,00047, cioè appunto di circa 5 decimillesimi come avevo preveduto.

Pertanto i numeri esprimenti i rapporti delle unità di mercurio definite dai miei cannelli e dalle copie di Siemens, Kohlrausch e Benoit, alla unità britannica, che avevo raccolti in un gruppo a sè (v. Nota citata pag. 148, 2° gruppo) perchè calcolati col valore 0,99903 attribuito alla N. 95, devono esser corretti, e quelle misure danno quindi:

$1 \frac{m}{mm^2}$ Hg a 0°	di Strecke-Kohlrausch (N. 20)	=0,95363	U. A. B. (N. 95)
" "	di Siemens e Halske 1882-85 ($1'_{89}$)	=0,95354	
" "	di Siemens e Halske 1885-89 ($1'_{89}$)	=0.95377	
" "	di Benoit (N. 70).	=0,95393	
" "	di Salvioni (N. 1, N. 2) . . .	=0,95354	

Così il rapporto che risulta, in modo definitivo, coi miei cannelli, fra l'unità di mercurio e l'unità britannica è

0.95354

e riesce quindi ora in ottimo accordo con quelli che risultarono nelle ultime determinazioni e che qui richiamerò

1887	Kohlrausch	secondo Glazebroock, 0.95338 secondo il mio confronto (v. s.) 0,95363	media = 0,95350
1887	Rowland		0,95349
1888	Glazebroock e Fitzpatrick		0,95352
1888	Wuilleumier.		0,95355

La coincidenza fra i risultati è ormai tale a mio avviso da non lasciar più dubbio, che, nella determinazione di questo rapporto, la approssimazione giustamente reclamata di 1 su diecimila almeno, deve considerarsi definitivamente raggiunta.

La correzione comunicata da Glazebroock rende anche necessaria una modificazione ai numeri esprimenti i rapporti fra le unità Siemens, Kohlrausch e britannica che riferii ultimamente (id. pag. 149) coll'intento di porre a riscontro i risultati dell'88-89 con quelli avuti nel 1884. Introducendo tale correzione ottengo:

	Prof. Roiti 1884	Salvioni 1888-89	Differenza
1 $\frac{m}{mm^2}$ Hg a 0° di Kohlrausch (N. 20)	=1,00003	1,00009 U. S. 82-85 (1'..)	+ 0,00006
" " "	=0,95366	0,95363 U. A. B. (N. 95)	— 0,00003
" di Siemens (1'..)	=0,95363	0,95354 U. A. B. (N. 95)	— 0,00009

Così le differenze pubblicate quando non si conosceva l'esito delle nuove verificazioni (*Di una nuova costruzione* ecc. pag. 44) e che erano rispettivamente 0.00105, 0.00070, 0.00178, sono ora ridotte tutte minori di 1 decimillesimo; risultato più che soddisfacente, se si pensa che in esse si compendiano gli errori di misura inerenti a confronti istituiti da diversi osservatori in luoghi ed epoche differenti. Da tale accordo ormai stabilito si può con tutta fiducia trarre la importante conclusione:

I campioni in mercurio di Berlino, quelli in mercurio di Würzburg e la Unità Britannica definita dalle resistenze normali di Cambridge, sono rimasti fra loro invariati dal 1883 al 1889.

LE CORRENTI TELLURICHE ALL' OSSERVATORIO VESUVIANO OSSERVATE PER UN ANNO INTERO NON MENO DI QUATTRO VOLTE AL GIORNO; NOTA DEL PROF. L. PALMIERI.

Dopo un anno di quotidiane osservazioni eseguite all'Osservatorio Vesuviano non meno di quattro volte al giorno, la corrente tellurica ha mostrato fatti o non avvertiti o non curati innanzi, i quali fanno non solo perdere in gran parte il valore a molti studi precedenti, ma valgono forse a fare intendere l'origine di alcuni risultamenti contradittori a' quali erasi per lo innanzi pervenuto.

Sebbene nello scorso anno avessi dato un primo annunzio dell' impianto di un apparecchio per lo studio delle correnti telluriche, pure stimo necessario ricordare in qual modo le osservazioni furono istituite.

Per benevola e spontanea concessione del ministro delle poste e telegrafi Onorev. Pietro Lacava, ebbi a mia disposizione otto chilometri di linea telegrafica che prima serviva alla

strada funicolare del Vesuvio. Il filo di questa linea parte da Resina ove prende terra in un pozzo, e viene all'Osservatorio a congiungersi con un capo di un galvanometro a filo molto lungo e sottile ed a doppio isolamento, l'altro capo della matassa galvanica poi si fa comunicare con la terra del parafulmine dell'Osservatorio. La linea è diretta da SO (Resina) a NE (Osservatorio). Molti osservatori usarono due fili uno dei quali era collocato in direzione del meridiano magnetico o terrestre, e l'altro pendicolare a questo, e la maggior parte trovarono che la corrente meridiana è diretta da N a S, e l'equatoriale da E ad O, e quindi con deduzioni matematiche conchiusero, la vera direzione della corrente tellurica essere da NO a SE. Per la qual cosa mi parve che il filo andasse proprio a capello. Ma fatte le prove trovai che la corrente tellurica procedeva invece da SO a NE, ed ora aggiungo che per un anno intero essa ha costantemente serbata questa direzione.

Nel 1860 con un filo di rame che partendo dal galvanometro posto accanto all' apparecchio a conduttore mobile destinato alle osservazioni della elettricità meteorica, andava a prender terra ad una certa distanza dal fabbricato, mi accadde di notare che qualora l'altro capo del galvanometro veniva in contatto con la terrazza superiore bagnata con acqua, il galvanometro indicava una corrente nel filo diretta di basso in alto. E siccome questo filo scendeva dalla parte settentrionale dell'edifizio, così sospettai essere questa la corrente tellurica diretta da N a S; ma avendo menato lo stesso filo a S. ad E e ad O. la corrente sempre veniva di basso in alto. Il mio filo avea 300 m. di lunghezza ed i miei mezzi erano molto limitati, per cui senza qualche aiuto non poteva ripetere in grande le mie esperienze. Amico del Matteucci, quando questi non era ancora ministro, sperai che giunto all' alto grado volesse appagare il mio desiderio, ed avendolo veduto qui in Napoli, esponendogli il fatto da me osservato gli dissi, come il Muratori avea detto in sogno ad un suo amico elevato agli onori della porpora: *Et cum multa queas, fac quoque multa velis;* ma anche il mio fu un sogno. Il Matteucci intanto quando cessò di esser ministro intraprese lo studio delle correnti telluriche con molta accuratezza, ma per un tempo troppo limitato, e non mancò di notare che con un filo

molto inclinato la corrente in un certo sito era diretta di basso in alto, ma prevenuto per la distinzione della corrente meridiana e della corrente equatoriale, non diede alcuna importanza ad un fatto che sconcertava tutte le teorie. Per non essere ingiusto debbo ricordare che un fenomeno identico a quello da me notato all' Osservatorio Vesuviano fu anche osservato dal dotto e laborioso Prof. Ragona dal quale ricordo aver ricevuto una lettera in proposito.

Dietro questi fatti essendo il mio filo molto inclinato, avendo i suoi estremi una differenza di livello di circa 600 m. mi parve poter esser questa la ragione per la quale la corrente tellurica seguisse una direzione opposta a quella che alla medesima si suole assegnare. Pensai allora di far partire dall' Osservatorio un altro filo che scendendo da questo andasse a prender terra in un boschetto di castagni nella valle o *fosso della Vetrana*, il quale secondo filo perciò è diretto da SE (Osservatorio a NO [Vetrana]). Questo secondo filo è molto più corto del primo ma scende con inclinazione maggiore. Fatto comunicare il capo superiore di questo filo con la terra del parafulmine intercalandovi il galvanometro, la corrente viene dalla Vetrana all' Osservatorio cioè da NO a SE vale a dire che è del pari ascendente. Esclusa la terra del parafulmine ed interposto il galvanometro tra i due fili formandone un solo circuito, si ha un deviamento nell' indice del galvanometro che rappresenta la differenza delle due correnti, diretta nel senso di quella che viene da Resina, che per la maggiore lunghezza del filo, e forse anche per la maggiore differenza di livello de' suoi estremi è la più intensa, di modo che se il filo della Vetrana avesse potuto convenientemente prolungarsi, il galvanometro dell' Osservatorio interposto tra questi sarebbesi ridotto o zero.

Se dunque ne' fili inclinati all' orizzonte sia qualsivoglia il loro azimut, le correnti telluriche son sempre ascendenti, cioè dirette di basso in alto, ognuno comprenderà quale valore possono avere tutte le osservazioni fatte finora per determinare la direzione di cotéste correnti. senza tener conto del livello degli estremi de' fili. Chi si trovasse sulla cima di un monte e facesse partire da questa un numero qualsiasi di fili isolati che andassero per tutte le direzioni a prender terra alla base del mede-

simo, intercalando successivamente un galvanometro in ciascuno di questi, vedrebbe tutte le correnti affluire verso di lui, rappresentando la cima del monte un polo negativo e la base un amplissimo polo positivo. Il Matteucci nel Campo di S. Maurizio notò che con una linea equatoriale di poche centinaia di metri non si avea corrente, ma che questa appariva allungando la linea oltre un chilometro. Io mi penso che nel primo caso gli estremi della linea erano allo stesso livello, e non così nel secondo. Giova notare che il Matteucci usò la più scrupolosa diligenza per rendere omogenee le lamine immerse nel suolo e per evitare che si polarizzassero.

Quando dunque si faccia uso di fili perfettamente orizzontali che prendano terra in due punti del suolo posti al medesimo livello, usando le cautele necessarie per evitare eterogeneità, polarizzazioni ecc. ed osservando in giornate regolari, potrà dirsi qualche cosa sull'esistenza e sulla direzione delle correnti telluriche.

Vediamo per ora quali sono stati i risultamenti avuti da queste correnti che percorrono i fili inclinati. Le osservazioni, come di sopra è detto, si sono fatte non meno di quattro volte al giorno, cioè alle 9 a. m., a mezzodì, alle 3 ed alle 9 p. m., notando sempre le intensità di quelle che percorrono il filo più lungo che viene da Resina all'Osservatorio.

1° La corrente per la direzione è stata sempre ascendente ossia diretta da Resina all'Osservatorio e però da SO a NE.

2° Non ha mostrato in modo preciso un periodo diurno anzi spesso si è mantenuta invariata per più di un giorno, e talora ha mostrato qualche grado di meno verso le 9 pom.

3° Dopo le pioggie specialmente temporalesche si è sempre notata una diminuzione.

4° Nella state la corrente si è mostrata alquanto più intensa che nel verno.

5° L'indice del galvanometro alle volte si è tenuto fermo ad un certo deviamento, ed alle volte oscillante per un arco di 5 o 6 gradi come se la corrente patisse rapide variazioni d'intensità. Il giorno 17 giugno, mentre il sole si ecclissava, coteste oscillazioni erano notevolissime per le loro ampiezze di 10 in 12 gradi.

Per dare un'idea dell'andamento della corrente scelgo il mese di agosto col quale si compie il primo anno di queste osservazioni, essendo stati i giorni per lo più calmi e sereni e riferisco i gradi galvanometrici ottenuti, con lo stato del cielo.

Avverto chi avrebbe desiderato misure assolute (C G S) che il galvanometro con una piccola coppia voltaica, rame zinco ed acqua potabile dà un arco definitivo di 75°. Le due laminette sono eguali e ciascuna ha 60^{mm} di lunghezza e 14^{mm} di larghezza. Questa piccola coppia mi è servita per verificare nel corso dell'anno se il galvanometro avesse variato di sensibilità per variazioni nel magnetismo degli aghi, siccome appresso si dirà

Giorni	Ore delle osservazioni				Stato del Cielo	Giorni	Ore delle osservazioni				Stato del Cielo
	9 a.	12	3	9 p.			9 a.	12	3	9 p.	
	Gradi del Galvanometro						Gradi del Galvanometro				
1	55	56	60	56	nuvol.	17	37	40	47	40	ser.
2	57	58	60	59	id.	18	49	51	53	45	id.
3	55	58	60	60	ser.	19	56	57	54	56	id.
4	60	57	58	62	id.	20	58	31	57	50	id.
5	60	57	58	56	id.	21	53	55	57	56	id.
6	38	33	32	32	misto	22	57	57	57	57	id.
7	33	35	37	32	id.	23	58	56	57	57	id.
8	30	34	28	30	id.	24	57	56	56	56	id.
9	55	56	60	60	ser.	25	56	56	56	59 *a)*	*a)* nuv.
10	60	60	60	60	id.	26	55	57	57	57	nuv.
11	61	60	60	60	id.	27	59	55	59	59	ser.
12	62	63	63	64	id.	28	57	57	58	58	q. ser.
13	62	62	63	63	id.	29	56	54	54	55	ser.
14	63	63	62	62	id.	30	57	55	53	54	nuv.
15	62	63	63	63	id.	31	53	55	53	53	misto
16	56	52	57	52	id.						

Si sa che le correnti telluriche che percorrono i fili telegrafici ordinariamente non sono indicate dalle cosidette *bussole* poste sopra i tavoli, le quali sono de' galvanometri torpidi ad un solo ago pesante e bilicato sopra una punta di acciaro; ma in occasione di temporali, anche ad una certa distanza dalle linee, per que' fili spesso giungono sul tavolo del telegrafista delle scariche luminose e delle vere correnti di breve durata che fanno attrarre l'ancora dell'elettro calamita e sono anche indicate

dalla bussola. Le correnti poi che si manifestano con le aurore boreali sono anche più durevoli da impedire per qualche tempo le corrispondenze telegrafiche. Queste scariche o correnti che senza dubbio son prodotte da induzioni dell'elettricità atmosferica e possono fondere il filo galvanometrico, m'indusssero a non restare il galvanometro perennemente in circuito, ma di porvelo un poco prima delle osservazioni e quindi escluderlo dopo aver fatta la lettura del deviamento avuto. Per fare che l'osservatore non toccasse il galvanometro ogni volta che dovesse guardare la intensità della corrente, con un filo corto e grosso facea comunicare i due capi della linea in modo che il filo lungo e sottile del galvanometro rimanea come circuito di derivazione che presentando una resistenza grandissima ed essendo quasi nulla quella dell'intervallo di derivazione, pel filo del galvanometro non avrebbe dovuto passare corrente sensibile. Le cose procedettero bene fino ai primi giorni di ottobre, ma dopo le prime piogge con qualche folgore in distanza, il deviamento ch'erasi tenuto tra 65 a' 70, scese di botto a 6 o 7 e vi si manteneva; allora andai a verificare, mercè la piccola coppia della quale di sopra è detto, e trovai che l'indice del galvanometro deviava appunto di 6 in 7. Sostituito a questo un secondo galvanometro, trovai che l'ago interno del primo era perfettamente scalamitato. Nel mese di novembre dopo copiose piogge non iscompagnate da folgori, il galvanometro sostituito che dava da 70 a 75 scese di botto a tre o quattro gradi. Verificata la sua sensibilità enormemente scemata, trovai che l'ago interno si era scalamitato e ricalamitato per verso contrario. Allora sostituito il primo galvanometro accomodato, feci in modo che rimanesse interamente escluso dal circuito quando non dovea essere osservato. Così le cose andarono meglio, ma il galvanometro non è andato del tutto esente da variazioni d'intensità.

Da' fatti sopra indicati risulta, che se ad onta delle cautele usate di non tenere il galvanometro perennemente in circuito, gli aghi hanno patito notevoli alterazioni nel loro magnetismo, che dovremo dire di quelle osservazioni fatte senza sospettare che potesse accader quello che a me in un anno ben quattro volte è intervenuto?

Io dunque credo che volendo intraprendere un lavoro sulle

correnti telluriche bisognerebbe prima di tutto evitare il galvanometro, e far ricorso ad un elettrodinamometro possibilmente di grande sensibilità. Recentemente il sig. Arsonval ha fatto eseguire un ingegnoso strumento per la misura delle intensità delle correnti fondato sopra un osservazione di Wiedemann, il quale avea trovato che circondando un tubo pieno di solfuro di carbonio con un solenoide attraversato da una corrente, la rotazione del piano di polarizzazione della luce che passa per questo liquido è perfettamente proporzionale all'intensità della corrente che percorre il filo del solenoide. Partendo dunque da questo principio il d'Arsonval ha preso il tubo di un saccarimetro pieno di solfuro di carbonio e lo ha coperto di un filo di rame vestito di seta avvolto ad elica. Collocato tra il polarizzatore e l'analizzatore ha determinato il piano di polarizzazione della luce, indi fatta passare la corrente pel filo ha visto di quanti gradi ha rotato il piano anzidetto, e siccome la sensibilità dell'istrumento dipende dal numero dei giri dell'elica, così, come dice il *Moniteur industriel*, lo strumento potrebbe dare la misura di correnti di piccola intensità. Bisognerebbe fare delle prove, ma non so se le potrò fare per parecchi ostacoli che mi si oppongono, ma ho ideato un altro apparecchio più economico che spero mettere a prova qualora possa avere un meccanico che lo esegua.

Quando il galvanometro ha presentato quelle fortissime diminuzioni, sempre ho trovato che queste erano illusorie perchè derivano da alterazioni notevoli nel magnetismo degli aghi, ma talora è accaduto che il galvanometro rimasto inalterato, le sue deviazioni notevolmente minori corrispondevano veramente a diminuzione nella intensità della corrente ed in fatti senza cambiare il galvanometro si è veduto che le deviazioni dopo qualche giorno sono nuovamente cresciute. La tabella di sopra riportata fa vedere come dal primo agosto fino al 5 si avevano archi di 60, e ne' giorni 6, 7 ed 8 si giunse a 30, ed intanto il giorno 9 si tornò a 60. Di qui la necessità di procedere spesso alla verifica del galvanometro, quando non si usi un altro strumento acconcio a dare le misure, siccome di sopra è detto.

Io non credo che queste, così dette correnti telluriche, siano indipendenti dalla elettricità meteorica, la quale forse potrebbe esserne il fattore principale, come non credo concludenti le prove

fatte finora per dimostrare l'opposto. Non intendo per ora venire ad alcuna disamina che mi pare prematura, non essendosi ancora fatto uno studio delle correnti telluriche secondo il nuovo indirizzo reclamato da' fatti di sopra esposti. Solo vorrei ricordare che l'elettricità dell'aria spesso assume forme dinamiche nei nostri apparecchi. Si sa che un galvanometro messo con un capo in comunicazione con un conduttore isolato bene esposto e sormontato da punte metalliche, e con l'altro capo comunicante col suolo, in tempo di copiose piogge mostra correnti discendenti o ascendenti secondo che si trova nella zona positiva o negativa, giusta la legge da me enunciata fin dal 1854 e poscia rifermata da Adolfo Quetelet all'Osservatorio di Brusselle. Ma perchè queste correnti sul galvanometro non si hanno senza la pioggia almeno in distanza? Perchè la pioggia è una vera sorgente di elettricità fino che dura, e quindi può come la comune macchina elettrica far deviare l'ago di un galvanometro. Aggiungete a questi i fenomeni che presentano gli apparecchi telegrafici ed anche i telefonici in occasione di piogge o aurore polari e vi persuaderete della necessità di non escludere la elettricità meteorica dalle cagioni delle correnti telluriche. In ogni modo bisogna prima rifare meglio lo studio di queste correnti, specialmente dopo di aver provato che per fili inclinati esse sono sempre ascendenti.

Le osservazioni sulla corrente tellurica sono state fatte alle stesse ore in cui si son fatte quelle di meteorologia elettrica col metodo del conduttore mobile e con l'elettrometro bifilare, il solo finora capace di dare valori assoluti corretti dagli errori delle dispersioni. Ma sapere il valore del potenziale in un punto dell'atmosfera non basta, come sarebbe anche insufficiente sapere quello dell'altro estremo della linea. Io so quello che bisognerebbe fare, ma non credo necessario dirlo in questo momento in cui ho voluto mostrare, che le mie indagini consigliano di rifare il lavoro delle correnti telluriche con un nuovo indirizzo, e quando questo nuovo lavoro sarà fatto, allora sarà possibile confrontare le correnti telluriche con le osservazioni di meteorologia elettrica fatte contemporaneamente in tutta la regione che circonda la linea. A Napoli ci son due apparecchi regolarmente osservati. Se le osservazioni si fossero fatte anche

alla Scuola di Agricoltura in Portici ove un tempo fu messo un apparecchio del quale ora ignoro la sorte, e se il signor Bartolo Longo ne avesse messo uno nel suo Osservatorio nella Valle di Pompei, confrontando le osservazioni di questi siti con quelle fatte all' Osservatorio vesuviano avrei potuto forse tirare qualche conclusione sul difficile argomento.

SOPRA LE EQUAZIONI DI *HERTZ*; NOTA DEL PROF. VITO VOLTERRA.

1. In una memoria, la cui traduzione è comparsa nel fascicolo precedente di questo giornale, Hertz ha ricavato da uno stesso sistema di equazioni differenziali le leggi note della elettrostatica, del magnetismo e della elettrodinamica pel caso dei corpi in quiete. In una memoria stampata nell'ottobre scorso negli Annali di Wiedemann lo stesso Autore ha stabilito delle equazioni differenziali analoghe pel caso dei corpi in moto. La ipotesi da cui egli è partito per giungere a queste ultime equazioni è la seguente:

« Nel caso dei corpi in quiete la variazione istantanea dello stato magnetico dipende unicamente dalla ripartizione della forza elettrica nelle vicinanze del punto. In un corpo in movimento a questa variazione se ne aggiunge una seconda che si sovrappone in ogni istante alla prima e che proviene dalla deformazione che ha luogo nelle vicinanze del punto per il movimento. Ammetteremo che l'influenza del movimento sia tale che, se essa agisse da sola, le linee di forza magnetiche sarebbero trasportate dal corpo nel suo moto. Lo stesso ammetteremo per la variazione della polarizzazione elettrica dovuta al movimento » [1]).

Partendo da tale ipotesi Hertz è giunto alle sue equazioni nelle quali egli fa comparire, come in quelle per i corpi in quiete, le componenti della forza magnetica, quelle della forza elettrica, le componenti delle polarizzazioni elettriche e magnetiche e le componenti della corrente elettrica.

1) *Wied. Ann.* Bd. XLI, s. 372.

La detta ipotesi fondamentale di Hertz, essendo relativa alle linee di forza elettriche e magnetiche, mi sono proposto di ottenere le equazioni fondamentali della elettrodinamica pel caso dei corpi in quiete, in modo da porre in evidenza gli elementi proprii ad individuare le dette linee di forza. In tal modo ricorrendo ad un sistema di coordinate curvilinee si giunge ad *un sistema di equazioni differenziali le quali, seguendo la ipotesi di Hertz, si estendono senza alcuna modificazione al caso dei corpi in moto.* Le variabili indipendenti relative allo spazio che in esse compariscono sono quei parametri che individuano sempre le medesime particelle dei corpi che si considerano, analoghi a quei parametri che si scelgono come variabili indipendenti nelle equazioni della idrodinamica di Lagrange [1]).

Mi sembra che le equazioni (V), (V') della presente nota, le quali sotto la stessa forma rappresentano le equazioni fondamentali della elettrodinamica, tanto nel caso di corpi in moto, quanto nel caso dei corpi in quiete esprimano analiticamente in maniera evidente la ipotesi fondamentale di Hertz.

2. Denotiamo con

$$(\mathrm{I}) \quad \mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, \mathrm{X}_3;\ \mathrm{L}_1, \mathrm{L}_2, \mathrm{L}_3;\ X_1, X_2, X_3;\ L_1, L_2, L_3;\ w_1, w_2, w_3.$$

le componenti della forza elettrica, della forza magnetica, della polarizzazione elettrica, di quella magnetica e le componenti della corrente elettrica.

Queste quantità saranno legate fra loro dalle relazioni lineari

$$(\mathrm{I}')\left\{\begin{aligned}
&\mathrm{X}_1 = \alpha_{11} X_1 + \alpha_{12} X_2 + \alpha_{13} X_3, \quad \mathrm{L}_1 = \beta_{11} L_1 + \beta_{12} L_2 + \beta_{13} L_3,\\
&\mathrm{X}_2 = \alpha_{21} X_1 + \alpha_{22} X_2 + \alpha_{23} X_3, \quad \mathrm{L}_2 = \beta_{21} L_1 + \beta_{22} L_2 + \beta_{23} L_3,\\
&\mathrm{X}_3 = \alpha_{31} X_1 + \alpha_{32} X_2 + \alpha_{33} X_3, \quad \mathrm{L}_3 = \beta_{31} L_1 + \beta_{32} L_2 + \beta_{33} L_3,\\
&\qquad w_1 = \gamma_{11} X_1 + \gamma_{12} X_2 + \gamma_{13} X_3 + w_1^0\\
&\qquad w_2 = \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \gamma_{23} X_3 + w_2^0\\
&\qquad w_3 = \gamma_{31} X_1 + \gamma_{32} X_2 + \gamma_{33} X_3 + w_3^0
\end{aligned}\right.$$

essendo $\alpha_{is} = \alpha_{si}$, $\beta_{is} = \beta_{si}$, $\gamma_{is} = \gamma_{si}$. Le w_1^0, w_2^0, w_3^0 sono delle quantità dipendenti solo dalle forze elettromotrici nei varii punti dello spazio.

1) Vedi Kirchhoff *Mechanik*, s. 163, 2.o Auflage.

Si ponga, chiamando x_1, x_2, x_3 le coordinate cartesiane [1]),

$$\text{(II)} \begin{cases} X_1 = \phi \dfrac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(x_2, x_3)} \\ X_2 = \phi \dfrac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(x_3, x_1)} \\ X_3 = \phi \dfrac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(x_1, x_2)} \end{cases} \qquad \text{(II')} \begin{cases} L_1 = \psi \dfrac{d(\psi_1, \psi_2)}{d(x_2, x_3)} \\ L_2 = \psi \dfrac{d(\psi_1, \psi_2)}{d(x_3, x_1)} \\ L_3 = \psi \dfrac{d(\psi_1, \psi_2)}{d(x_1, x_2)} \end{cases}$$

Avremo

$$X_1 \frac{d\phi_1}{dx_1} + X_2 \frac{d\phi_1}{dx_2} + X_3 \frac{d\phi_1}{dx_3} = 0, \quad X_1 \frac{d\phi_2}{dx_1} + X_2 \frac{d\phi_2}{dx_2} + X_3 \frac{d\phi_2}{dx_3} = 0$$

$$L_1 \frac{d\psi_1}{dx_1} + L_2 \frac{d\psi_1}{dx_2} + L_3 \frac{d\psi_1}{dx_3} = 0, \quad L_1 \frac{d\psi_2}{dx_1} + L_2 \frac{d\psi_2}{dx_2} + L_3 \frac{d\psi_2}{dx_3} = 0$$

quindi le linee

$$\phi_1 = \text{cost}, \quad \phi_2 = \text{cost}$$

saranno le linee di forza elettriche e le

$$\psi_1 = \text{cost}, \quad \psi_2 = \text{cost}$$

le linee di forza magnetiche.

Se denotiamo con F la resultante di X_1, X_2, X_3, preso un tubo di forza formato dalle superficie,

$$\phi_1, \ \phi_2, \ \phi_1 + d\phi_1, \ \phi_2 + d\phi_2,$$

sarà

$$\phi \, d\phi_1 \, d\phi_2 = \text{F} \, d\sigma$$

essendo $d\sigma$ la sezione del tubo di forza.

3. Prendendo un sistema di coordinate curvilinee u_1, u_2, u_3 e ponendo

$$\text{D} = \frac{d(x_1, x_2, x_3)}{d(u_1, u_2, u_3)}$$

1) Col simbolo $\dfrac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(x_1 x_3)}$ intenderemo denotare il *determinante funzionale* delle ϕ_1, ϕ_2 rispetto alle variabili x_1, x_3. Lo stesso si dica dei simboli analoghi usati appresso.

avremo

$$X_i = \phi \left[\frac{d(\phi_1,\phi_2)}{d(u_2,u_3)} \frac{d(u_2,u_3)}{d(x_{i+1},x_{i+2})} + \frac{d(\phi_1,\phi_2)}{d(u_3,u_1)} \frac{d(u_3,u_1)}{d(x_{i+1},x_{i+2})} + \frac{d(\phi_1,\phi_2)}{d(u_1,u_2)} \frac{d(u_1,u_2)}{d(x_{i+1},x_{i+2})}\right]$$

$$= \frac{\phi}{D}\left[\frac{d(\phi_1,\phi_2)}{d(u_2,u_3)} \frac{dx_i}{du_1} + \frac{d(\phi_1,\phi_2)}{d(u_3,u_1)} \frac{dx_i}{du_2} + \frac{d(\phi_1,\phi_2)}{d(u_1,u_2)} \frac{dx_i}{du_3}\right].$$

Quindi ponendo per semplicità

$$(1) \qquad U_i = \frac{\phi}{D} \frac{d(\phi_1 . \phi_2)}{d(u_{i+1}, u_{i+2})}$$

avremo

$$(2) \qquad X_h = \Sigma_i \, U_i \frac{dx_h}{du_i}.$$

Avremo pure con un calcolo identico, ponendo

$$(1') \qquad V_i = \frac{\psi}{D} \frac{d(\psi_1 , \psi_2)}{d(u_{i+1}, u_{i+2})}$$

$$(2') \qquad L_h = \Sigma_i \, V_i \frac{dx_h}{du_i}.$$

4. Esaminiamo ora la forma quadratica

$$f = {}^1/_2 \, \Sigma_r \, \Sigma_s \, a_{rs} \, X_r \, X_s .$$

Chiamando A_{rs} i coefficienti della forma trasformata nelle variabili U_i, si otterrà

$$f = {}^1/_2 \, \Sigma_r \, \Sigma_s \, A_{rs} \, U_r \, U_s .$$

Quindi

$$\Sigma_r \frac{df}{dX_r} dx_r = \Sigma_r \frac{df}{dU_r} du_r .$$

Ora per le (I')

$$\Sigma_r \frac{df}{dX_r} dx_r = \Sigma_r \, X_r \, dx_r .$$

Ponendo analogamente

$$(3) \qquad \frac{df}{dU_r} = \Sigma_s \, A_{rs} \, U_s = \mathrm{U}_r$$

resulterà

$$(4) \qquad \Sigma_r \, X_r \, dx_r = \Sigma_r \, \mathrm{U}_r \, du_r$$

In modo del tutto simile considerando la forma quadratica

$$f' = \tfrac{1}{2} \Sigma_r \Sigma_s \beta_{rs} L_r L_s = \tfrac{1}{2} \Sigma_r \Sigma_s B_{rs} V_r V_s$$

e ponendo

$$\Sigma_s B_{rs} V_s = \mathrm{V}_r \tag{3'}$$

otterremo

$$\Sigma_r \mathrm{L}_r dx_r = \Sigma_r \mathrm{V}_r du_r. \tag{4'}$$

Finalmente consideriamo la forma quadratica

$$f'' = \tfrac{1}{2} \Sigma_r \Sigma_s \gamma_{rs} X_r X_s = \tfrac{1}{2} \Sigma_r \Sigma_s \Gamma_{rs} U_r U_s .$$

Avremo

$$\Sigma_r \frac{df''}{dX_r} \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1}, u_{h+2})} = \Sigma_s \frac{df''}{dU_s} \Sigma_r \frac{dU_s}{dX_r} \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1} u_{h+2})} .$$

Ora dalle (2) segue

$$\frac{dU_s}{dX_r} = \frac{du_s}{dx_r} = \frac{1}{\mathrm{D}} \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{s+1}, u_{s+2})} .$$

Quindi

$$\Sigma_r \frac{dU_s}{dX_r} \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1}, u_{h+2})} = \frac{1}{\mathrm{D}} \Sigma_r \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{s+1}, u_{s+2})} \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1}, u_{h+2})}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{D}} \begin{vmatrix} \mathrm{H}_{s+1\, h+1}, & \mathrm{H}_{s+1\, h+2} \\ \mathrm{H}_{s+2\, h+1}, & \mathrm{H}_{s+2\, h+2} \end{vmatrix} = \mathrm{K}_{sh}$$

denotando con

$$ds^2 = \mathrm{H}_{11} du_1^2 + \mathrm{H}_{22} du_2^2 + \mathrm{H}_{33} du_3^2 + 2\mathrm{H}_{23} du_2 du_3 + 2\mathrm{H}_{31} du_3 du_1 + 2\mathrm{H}_{12} du_1 du_2$$

il quadrato dell'elemento lineare dello spazio espresso in coordinate curvilinee u_1, u_2, u_3.

Ne segue

$$\Sigma_r \frac{df''}{dX_r} \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1}, u_{h+2})} = \Sigma_r (w_r - w_r^0) \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1}, u_{h+2})}$$

$$= \Sigma_s \frac{df''}{dU_s} \mathrm{K}_{sh} = \Sigma_s \mathrm{K}_{sh} \mathrm{W}_s'$$

avendo posto

$$\mathrm{W}'_s = \frac{df''}{d\mathrm{U}_s} = \Sigma_r \Gamma_{rs} U_r .$$

Per conseguenza

$$\Sigma_r w_r \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1}, u_{h+2})} = \Sigma_s \mathrm{K}_{s,h} (\mathrm{W}_s' + \mathrm{W}_s^0)$$

in cui W_s^0 dipende solo dalle forze elettromotrici nei varii punti dello spazio.

Ponendo

$$W_s = W'_s + W_s^0,$$

otterremo

$$(3'') \qquad W_s = \Sigma_r \Gamma_{rs} U_r + W_s^0$$

$$(4'') \qquad \Sigma_r w_r \frac{d(x_{r+1}, x_{r+2})}{d(u_{h+1}, u_{h+2})} = \Sigma_s K_{sh} W_s .$$

5. Ciò premesso teniamo presente che le equazioni fondamentali della elettrodinamica nel caso dei corpi in quiete legano fra loro le diverse quantità (I) mediante le relazioni

$$(III)\left\{\begin{aligned} A\frac{dX_1}{dt} &= \frac{dL_2}{dx_3} - \frac{dL_3}{dx_2} - 4\pi A w_1 \\ A\frac{dX_2}{dt} &= \frac{dL_3}{dx_1} - \frac{dL_1}{dx_3} - 4\pi A w_2 \\ A\frac{dX_3}{dt} &= \frac{dL_1}{dx_2} - \frac{dL_2}{dx_1} - 4\pi A w_3 \end{aligned}\right. \qquad (III')\left\{\begin{aligned} A\frac{dL_1}{dt} &= \frac{dX_3}{dx_2} - \frac{dX_2}{dx_3} \\ A\frac{dL_2}{dt} &= \frac{dX_1}{dx_3} - \frac{dX_3}{dx_1} \\ A\frac{dL_3}{dt} &= \frac{dX_2}{dx_1} - \frac{dX_1}{dx_2} \end{aligned}\right.$$

Immaginiamo tracciata una curva arbitraria s come contorno di un pezzo di superficie σ. Denotiamo con n la normale a questa superficie, con u, v un sistema di coordinate curvilinee relative alla superficie stessa. Moltiplicando le (III) e (III') respettivamente per

$$\cos nx_1\, d\sigma = \frac{d(x_2, x_3)}{d(u, v)}\, du\, dv$$

$$\cos nx_2\, d\sigma = \frac{d(x_3, x_1)}{d(u, v)}\, du\, dv$$

$$\cos nx_3\, d\sigma = \frac{d(x_1, x_2)}{d(u, v)}\, du\, dv$$

sommando e integrando alla superficie σ, si otterrà, mediante l'applicazione del teorema di Stokes,

$$A\frac{d}{dt}\int_\sigma \Sigma_i X_i \cos nx_i\, d\sigma = \int_s \Sigma_i L_i\, dx_i - 4\pi A \int_\sigma \Sigma_i w_i \frac{d(x_{i+1}, x_{i+2})}{d(u, v)}\, du\, dv$$

$$A\frac{d}{dt}\int_\sigma \Sigma_i L_i \cos nx_i\, d\sigma = -\int_s \Sigma_i X_i\, dx_i$$

Ora a cagione delle (II), (II')

$$\Sigma_i X_i \cos nx_i \, d\sigma = \phi \frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(u,v)} du dv, \quad \Sigma_i L_i \cos nx_i \, d\sigma = \psi \frac{d(\psi_1, \psi_2)}{d(u,v)} du dv$$

quindi le formule precedenti potranno scriversi

$$A \frac{d}{dt}\int_\sigma \phi \frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(u,v)} du\, dv = \int_s \Sigma_i L_i \, dx_i - 4\pi A \int_\sigma \Sigma_i w_i \frac{d(x_{i+1}, x_{i+2})}{d(u,v)} du\, dv$$

$$A \frac{d}{dt}\int_\sigma \psi \frac{d(\psi_1, \psi_2)}{d(u,v)} du\, dv = -\int_s \Sigma_i X_i \, dx_i$$

ovvero a cagione delle (4), (4'), (4")

$$(5) \quad A \frac{d}{dt}\int_\sigma \phi \frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(u,v)} du\, dv = \int_s \Sigma_i V_i \, du_i - 4\pi A \int_\sigma \Sigma_i (\Sigma_s K_{si} W_s) \frac{d(u_{i+1}, u_{i+2})}{d(u,v)} du\, dv$$

$$(5') \quad A \frac{d}{dt}\int_\sigma \psi \frac{d(\psi_1, \psi_2)}{d(u,v)} du\, dv = -\int \Sigma_i U_i \, du_i .$$

Applicando di nuovo il teorema di Stokes, dalle equazioni precedenti si deduce

$$A \frac{d}{dt}\int_\sigma \Sigma_i U_i D \frac{d(u_{i+1}, u_{i+2})}{d(u,v)} du\, dv = \int_s \Sigma_i \left(\frac{dV_{i+1}}{du_{i+2}} - \frac{dV_{i+2}}{du_{i+1}}\right) \frac{d(u_{i+1}, u_{i+2})}{d(u,v)} du\, dv$$
$$- 4\pi A \int_\sigma \Sigma_i (\Sigma_s K_{si} W_s) \frac{d(u_{i+1}, u_{i+2})}{d(u,v)} du\, dv$$

$$A \frac{d}{dt}\int_\sigma \Sigma_i V_i D \frac{d(u_{i+1}, u_{i+2})}{d(u,v)} du\, dv = \int_\sigma \Sigma_i \left(\frac{dU_{i+2}}{du_{i+1}} - \frac{dU_{i+1}}{du_{i+2}}\right) \frac{d(u_{i+1}, u_{i+2})}{d(u,v)} du\, dv .$$

La superficie σ essendo qualunque, si avrà dunque

$$(IV) \quad A \frac{d(D U_i)}{dt} = \frac{dV_{i+1}}{du_{i+2}} - \frac{dV_{i+2}}{du_{i+1}} - 4\pi A \Sigma_s K_{si} W_s$$

$$(IV') \quad A \frac{d(D V_i)}{dt} = \frac{dU_{i+2}}{du_{i+1}} - \frac{dU_{i+1}}{du_{i+2}}$$

ovvero

$$(\mathrm{V}) \quad A\frac{d}{dt}\left(\phi\,\frac{d(\phi_1.\phi_2)}{d(u_{i+1},u_{i+2})}\right)=\frac{dV_{i+1}}{du_{i+2}}-\frac{dV_{i+2}}{du_{i+1}}-4\pi\,A\,\Sigma_s K_{si} W_s$$

$$(\mathrm{V}') \quad A\frac{d}{dt}\left(\psi\,\frac{d(\psi_1.\psi_2)}{d(u_{i+1},u_{i+2})}\right)=\frac{dU_{i+2}}{du_{i+1}}-\frac{dU_{i+1}}{du_{i+2}}\,.$$

Le equazioni (IV) e (IV′) ovvero le (V) e (V′) si potranno sostituire alle equazioni fondamentali (III) e (III′) della elettrodinamica. In esse si ha riepilogando le (3), (3′), (3″),

$$(\mathrm{VI}) \quad \left\{\begin{aligned} &U_r=\Sigma_i A_{ri}\,U_i=\frac{\phi}{D}\,\Sigma_i A_{ri}\,\frac{d(\phi_1.\phi_2)}{d(u_{i+1},u_{i+2})}\\ &V_r=\Sigma_i B_{ri}\,V_i=\frac{\psi}{D}\,\Sigma_i B_{ri}\,\frac{d(\psi_1.\psi_2)}{d(u_{i+1},u_{i+2})}\\ &W_r=\Sigma_i \Gamma_{ri}\,U_i+W_r^0=\frac{\phi}{D}\,\Sigma_i \Gamma_{ri}\,\frac{d(\phi_1.\phi_2)}{d(u_{i+1},u_{i+2})}+W_r^0\\ &D^2=\begin{vmatrix} H_{11}, H_{12}, H_{13}\\ H_{21}, H_{22}, H_{23}\\ H_{31}, H_{32}, H_{33}\end{vmatrix}\,. \end{aligned}\right.$$

6. Nelle formule (V) e (V′) che abbiamo ora ottenuto compariscono in evidenza gli elementi proprii ad individuare le linee di forza elettriche e magnetiche (vedi § 2). Il vantaggio che si ha sostituendo le equazioni (V) e (V′) alle equazioni (III) e (III′) consiste in questo, che, secondo l'ipotesi di Hertz, *esse valgono sotto la medesima forma anche per i corpi in movimento.* Basterà perciò supporre nelle equazioni stesse che le u_1 u_2, u_3 denotino le coordinate di una particella del corpo in movimento in un istante determinato; in altri termini basterà supporre che le u_1, u_2, u_3 siano dei *parametri qualunque che individuano sempre la medesima particella del corpo in movimento.*

Si riconosce immediatamente come dalle equazioni (V) e (V′) possano ricavarsi le formule (1_a) e (1_b) della citata Memoria di Hertz [1]).

Denotiamo infatti con v_1, v_2, v_3 le coordinate della particella al tempo t. Avremo

1) *Wied. Ann.* Bd XLI, s. 374.

(6) $v_1 = v_1(u_1, u_2, u_3, t)$, $v_2 = v_2(u_1, u_2, u_3, t)$, $v_3 = v_3(u_1, u_2, u_3, t)$.

Considerando i valori di ϕ, ϕ_1, ϕ_2; ψ, ψ_1, ψ_2, corrispondenti sempre ad uno stesso punto v_1, v_2, v_3 fisso nello spazio, resulterà

$$\phi = \phi(v_1, v_2, v_3, t),\ \phi_1 = \phi_1(v_1, v_2, v_3, t),\ \phi_2 = \phi_2(v_1, v_2, v_3, t)$$
$$\psi = \psi(v_1, v_2, v_3, t),\ \psi_1 = \psi_1(v_1, v_2, v_3, t),\ \psi_2 = \psi_2(v_1, v_2, v_3, t).$$

Sostituendo in queste formule per le v_h le loro espressioni (6) si otterranno i valori

$$\phi = \phi(u_1, u_2, u_3, t),\ \phi_1 = \phi_1(u_1, u_2, u_3, t),\ \phi_2 = \phi_2(u_1, u_2, u_3, t)$$
$$\psi = \psi(u_1, u_2, u_3, t),\ \psi_1 = \psi_1(u_1, u_2, u_3, t),\ \psi_2 = \psi_2(u_1, u_2, u_3, t),$$

corrispondenti sempre alla stessa particella mobile.

Denotiamo ora respettivamente

$$\frac{d\phi_i(u_1, u_2, u_3, t)}{dt} \text{ con } \frac{d\phi_i}{dt}$$
$$\frac{d\phi_i(v_1, v_2, v_3\, t)}{dt} \text{ con } \frac{\delta\phi_i}{\delta t}$$

e le analoghe notazioni usiamo per le ψ_i. Poniamo poi

$$v_i' = \frac{dv_i(u_1, u_2, u_3, t)}{dt}.$$

Si avrà

$$\frac{d}{dt}\left[\phi\,\frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(u_{r+1}, u_{r+2})}\right] = \Sigma_s \frac{d}{dt}\left[\phi\,\frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(v_{s+1}, v_{s+2})}\right]\frac{d(v_{s+1}, v_{s+2})}{d(u_{r+1}, u_{r+2})}$$
$$+ \Sigma_s\,\phi\,\frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(v_{s+1}, v_{s+2})}\left(\frac{d(v'_{s+1}, v_{s+2})}{d(u_{r+1}, u_{r+2})} + \frac{d(v_{s+1}, v'_{s+2})}{d(u_{r+1}, u_{r+2})}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left[\phi\,\frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(v_{s+1}, v_{s+2})}\right] = \frac{\delta}{\delta t}\left[\phi\,\frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(v_{s+1}, v_{s+2})}\right] + \Sigma_h \frac{d}{dv_h}\left(\phi\,\frac{d(\phi_1, \phi_2)}{d(v_{s+1}, v_{s+2})}\right)v'_h.$$

Supponendo che nell'istante t le u_1, u_2, u_3 coincidano colle v_1, v_2, v_3 avremo quindi

$$\frac{d}{dt}(DU_r) = \frac{\delta}{\delta t}(DU_r) + \Sigma_h \frac{d}{du_h}(DU_r)\,v'_h + D\left\{U_r\left(\frac{dv'_{r+1}}{du_{r+1}} + \frac{dv'_{r+2}}{du_{r+2}}\right)\right.$$
$$\left. - U_{r+1}\frac{dv'_r}{du_{r+1}} - U_{r+2}\frac{dv'_r}{du_{r+2}}\right\}$$

e analogamente si otterrà l' espressione di $\frac{d}{dt}(D V_r)$. Quindi le equazioni (V) e (V') potranno scriversi

$$(VI)\quad \frac{\delta}{\delta t}(D U_r) + \Sigma_h \frac{d}{du_h}(D U_r) v'_h + D \left\{ U_r \left(\frac{dv'_{r+1}}{du_{r+1}} + \frac{dv'_{r+2}}{du_{r+2}} \right) - U_{r+1} \frac{dv'_r}{du_{r+1}} - U_{r+2} \frac{dv'_r}{du_{r+2}} \right\} = \frac{dV_{r+1}}{du_{r+2}} - \frac{dV_{r+2}}{du_{r+1}} - 4\pi A \Sigma_s K_{rs} W_s$$

$$(VI')\quad \frac{\delta}{\delta t}(D V_r) + \Sigma_h \frac{d}{du_h}(D V_r) v'_h + D \left\{ V_r \left(\frac{dv'_{r+1}}{du_{r+1}} + \frac{dv'_{r+2}}{du_{r+2}} \right) - V_{r+1} \frac{dv'_r}{du_{r+1}} - V_{r+2} \frac{dv'_r}{du_{r+2}} \right\} = \frac{dU_{r+2}}{du_{r+1}} - \frac{dU_{r+1}}{du_{r+2}}$$

le quali si riducono alle formule (I_a) e (I_b) di Hertz nel caso delle coordinate cartesiane. Le equazioni (V) e (V') hanno in certo modo le loro correspettive nelle equazioni della idrodinamica di Lagrange, mentre le (VI) e (VI') in quelle di Eulero.

7. Il principio della conservazione dell' elettricità e del magnetismo viene espresso (derivando le (V) e (V') rispetto ad u_i e poi sommando) dalle formule

$$(VII)\quad \begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{d(\phi, \phi_1, \phi_2)}{d(u_1, u_2, u_3)} + 4\pi \Sigma_i \frac{d}{du_i} \Sigma_s K_{is} W_s = 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{d(\psi, \psi_1, \psi_2)}{d(u_1, u_2, u_3)} = 0 \end{cases}$$

Le (5) e (5') possono ancora scriversi

$$(VIII)\quad \begin{cases} A \frac{d}{dt} \int_\sigma \phi \, d\phi_1 \, d\phi_2 = \int_s \Sigma_i V_i du_i - 4\pi A \int_\sigma \Sigma_i (\Sigma_s K_{si} W_s) \frac{d(u_{i+1}, u_{i+2})}{d(u,v)} du \, dv \\ A \frac{d}{dt} \int_\sigma \psi \, d\psi_1 \, d\psi_2 = - \int_s \Sigma_i U_i \, du_i . \end{cases}$$

Esse sono equivalenti alle (V) e (V') e valgono tanto pei corpi mobili quanto per quelli in quiete.

Supponendo le W_s nulle sopra σ, la prima di esse diviene

$$(IX) \qquad A \frac{d}{dt}\int_{\sigma} \phi \, d\phi_1 \, d\phi_2 = \int_{s} \Sigma_i V_i \, du_i$$

che esprime la legge dell'induzione nei circuiti chiusi mobili o no.

MISURE DEL CALORE SOLARE, ESEGUITE IN ITALIA DAL 1885 IN POI, DAI PROFF. A. BARTOLI ED E. STRACCIATI.

Sunto della memoria letta all'Accademia Gioenia di Scienze Naturali, in Catania, il 26 maggio 1890.

La quantità di calore che il sole invia sulla terra normalmente sopra l'unità di superficie nella unità di tempo, con una determinata altezza del sole sull'orizonte, fu argomento di moltissimi studii per parte dei fisici, Pouillet, Herschell, Forbes, Althans, Quetelet, Waterston, De Gasparin, Soret, Desains, Secchi, Dufour, Rossetti, Crova, Violle, Langley, Frölich etc. [1]). Le

1) Pouillet *Comptes Rendus.* VII pag. 24; Herschell *Comptes Rendus*, Tomo 3° pag. 50; Forbes, *Phylos. Transactions* 1842, Part. II, pag. 225: Althans *Pogg. Ann.* t. 90 pag. 544: Quetelet, *Meteorologie de la Belgique*, Bruxelles 1847, pag. 43: Waterston *Phylos. Magazine (Fourth series)* Vol. 19, pag. 338.

De Gasparin *Comptes Rendus*, T. 26, pag. 974.

Soret, *Bibl. Univ. de Génève* (*passim*): *Comptes Rendus du congres de Bordeau; seance du 6 septembre 1872.*

Desains, *Comptes Rendus* t. 69, pag. 1133; t. 78 pag. 145; t. 80 pag. 1420.

Secchi *Le soleil*, II Partie, Livre VI pag. 227 a 282; *Comptes Rendus*, t. 78, pag. 1301: t. 74, pag. 301.

Dufour *Bibl. Univ. de Génève*, 1873, t. 48, pag. 129.

Rossetti *Nuovo Cimento*, terza serie, t. 3° pag. 238 a 256.

Crova *Annales de Ch. et de Phys.* 5 serie t. 11° pag. 433, t. 19° pag. 1: *Association française pour l'avaneement des sciences*, Congres de Montpellier; et *Comptes Rendus*, *passim.*

Violle *Rapport sur la question 19 du programme pour le congres meteorologique de Rome.* Utrecht, Kervink et fils *Annales de Chimie et de Physique* 5 s. t. 10 pag. 289, 1879. *Journal de Physique* t. V. pag. 169.

Langley *Researches on solar heat and its absorption by the earth' s atmosphere; a report of the Mount Whitney expedition:* Washington 1884; ed *American Journal of science and arts: passim.*

Frölich, *Annalen der Physik und Chemie* 1884 Dd. XXI, 1887, Bd. XXX.

Radau, *Actinometrie*, Paris Gauthier Villars 1877.

misure eseguite possono dividersi in *assolute*, ed in empiriche: queste ultime servirono più che altro alla determinazione del coefficiente d'assorbimento dei raggi solari per parte dell'atmosfera.

I metodi possono dividersi in *dinamico* e *statico;* col metodo dinamico si misurano le quantità di calore assorbite da una nota massa di acqua, in un dato tempo, con una data superficie nera, tenuta sempre normale ai raggi solari. Col metodo *statico* invece si nota la temperatura stazionaria che prende un termometro sferico annerito che si trovi entro un recinto nero a temperatura costante, sotto l'azione dei raggi solari, misurandone la velocità di raffreddamento dopo intervalli di tempo misurati a partire dall'istante in cui fu intercettato il fascio solare.

L'argomento è pieno d'interesse così per la meteorologia terrestre come per la fisica solare.

I recenti lavori di Violle e di Crova in Francia, di Langley in America, e di Frölich in Germania hanno accresciuto l'interesse di questi studi. Una questione antica si trova ora dibattuta ed attende ancora la soluzione ; se cioè la intensità delle radiazioni solari (astrazione fatta dall'assorbimento atmosferico) dipenda dal numero e dalla estensione delle sue macchie (come si può leggere nelle memorie recenti di Frölich e di Angot etc. [1]).

Gli Autori hanno intrapreso fin dal 1885 una serie continuata di misure del calore solare, in varie regioni di Italia, ed a diverse altitudini.

Le stazioni in cui furono eseguite queste misure dagli Autori, assistiti da alcuni giovani fisici, furono le seguenti: Firenze alla base delle colline Fiesolane, (altitudine 60 metri); Legri Comune di Calenzano (altitudine 245 metri); Pian grande Comune di Calenzano (altitudine 515 metri); Monte Morello (altitudine 934 metri); Alpe di S. Pellegrino (altitudine 1500 metri); Arezzo, (altitudine 280 metri); Catania, in una villa lontana dalla città (altitudine 80 metri); Casa del bosco, sull'Etna (altitudine 1440 metri); Etna presso l'antica casa degli inglesi, (altitudine 2942 metri); [2]).

1) Angot, *Journal de Physique*, II serie, t. 4°, ottobre 1885.

2) Gli Autori ringraziano vivamente il Club Alpino Italiano e così pure il sig. conte R. Alvarez De Toledo per la gentilezza che hanno avuto di mettere a loro disposizione

Il bel cielo d' Italia, e la conveniente scelta delle stazioni, sempre assai distanti dal fumo che si svolge dai camini delle città, etc. hanno permesso agli Autori di ottenere numerose serie di osservazioni e molto attendibili.

Gli Autori hanno dapprima studiati a lungo i metodi più esatti seguiti dagli altri fisici che li hanno preceduti in queste ricerche, e dietro questo studio preliminare hanno preferito il metodo di Pouillet, modificandolo convenientemente; inoltre hanno immaginati altri metodi assai precisi onde confrontare l' esattezza dei resultati così ottenuti.

Pireliometro di Pouillet modificato dagli Autori.

Tutti conoscono gli inconvenienti del pireliometro di Pouillet:

1. L'agitazione dell'acqua col far ruotare (come faceva Pouillet) la scatola cilindrica sul proprio asse non è affatto sufficiente a rimovere lo strato di acqua aderente alla superficie riscaldata; Le esperienze di Peclet dimostrano quanto possa nuocere un tale strato liquido cattivo conduttore del calore.

2. Il raffreddamento del pireliometro è troppo variabile da istante a istante, non essendo riparato dai movimenti capricciosi dell' aria ambiente — perciò le correzioni pel raffreddamento sono sempre poco sicure, e molte volte così grandi quanto la grandezza che si tratta di misurare.

Gli Autori hanno modificato il pireliometro di Pouillet togliendo queste due cause d' errore, ed hanno perciò costruito il *pireliometro a cassetta.*

Esso consta di tre parti:

1. Il calorimetro: 2. un involucro a doppie pareti pel quale passa una corrente di acqua, e che serve a difendere completamente il calorimetro dall' agitazione dell' aria, e dal raggiamento dei corpi circostanti, ed è munito di una fenditura dalla quale passa il fascio dei raggi solari:

3. Un sostegno parallattico per mantenere il piano della fenditura sempre perpendicolare al fascio solare.

per tanti anni, il Refugio Alpino presso l' antica casa degli Inglesi, e la casa del bosco, sul monte Capriolo (Etna).

Un canocchiale ed un orientatore ad ombra serve a far conoscere se la fenditura sia esattamente perpendicolare al fascio; due robuste viti di trasporto permettono di aggiustare l'orientazione.

Il calorimetro è formato da una cassetta parallelepipeda rettangolare. Le sue pareti sono di ottone spesso un millimetro, nichelate all'esterno, salvo una faccia che viene affumicata regolarmente con un lume a petrolio a cartoccio cilindrico, mosso automaticamente da un semplice apparecchio, ed essa viene ricoperta da uno strato di nero fumo che abbia il maximum di emissione e perciò anche di assorbimento (E. Villari, *Nuovo Cimento* 1878, pag. 5).

La cassetta è munita di un agitatore, il quale consta di uno stantuffo metallico vuoto e traforato che combacia esattamente colle pareti interne della cassetta per un' altezza di 5 centimetri. Nell' asse di questo stantuffo è un' apertura circolare che dà passaggio all' asta del termometro [1]), il quale è fissato con un tappo ad un bocciolo saldato alla parte superiore della cassetta. Lo stantuffo si muove con due aste di ottone guidate da due piccoli tubi di ottone. Onde impedire che l'acqua esca da tali tubi, vien legato a ciascuno dei tubi l'estremo di un tubo di caucciù il quale riveste anche la parte dell' asta sporgente del tubo, ed è legato coll' altro estremo ad un ringrosso che si trova all' estremo di questa. Questi tubi di caucciù oltre ad impedire l'uscita dell' acqua, servono bene a regolare il moto di salita e di discesa dello stantuffo:

L' *involucro* è formato di lastra di zinco a doppie pareti, rafforzata da sbarre di ferro: essa contiene nell' interno una camera parallelepipeda a base quadrata, adatta a contenere il calorimetro.

Fra le due pareti dell' involucro circola una corrente di acqua; e, mancando per qualche tempo la corrente di acqua, si ricorre agli agitatori, come nei calorimetri di Berthelot. Sulla faccia aperta dell' involucro si fissa per mezzo di viti una piastra di ferro spessa 6 mill. perfettamente piana e munita di una fen-

1) I termometri adoperati erano divisi in cinquantesimi o centesimi di grado: furon gli stessi descritti nella memoria degli stessi Autori *sul calore specifico dell'acqua*.

ditura quadrata di 5 decimetri quadri di area. Per questa fenditura passa il fascio solare, normale alla piastra e batte sopra una gran parte della faccia annerita della cassetta pireliometrica. Alla piastra stessa è fissato solidamente l'orientatore ad ombra e a fori.

La lettura del termometro si fa con un cannocchialino mobile su di un'asta di ferro, fissata perpendicolarmente alla faccia superiore dell'involucro: questo permette di apprezzare con sicurezza i decimi di divisione ossia $^1/_{500}$ ovvero $^1/_{1000}$ di grado. Infine vi è un diaframma formato da una cassetta di zinco pieno di acqua, e coperta di cartoni, il quale può muoversi parallelamente alla piastra di ferro che porta la fenditura (ad una distanza da questa di 300^{mm}). Coll'alzare od abbassare del diaframma s'introduce oppure si intercetta il fascio solare.

Con questa disposizione gli Autori sono riusciti a togliere completamente gl'inconvenienti del pireliometro di Pouillet. Nel nuovo pireliometro le misure si fanno ugualmente bene come le ordinarie misure calorimetriche, anche quando soffia un vento impetuoso.

Il raffreddamento durante tempi uguali, avanti e dopo l'esperienza, si può ridurre quasi ed anche del tutto trascurabile, col regolar bene la corrente di acqua. Così per es. in una loro esperienza presa a caso fra le diecine di migliaia eseguite dagli Autori, essi trovarono

(Catania 1 Dicembre 1887).

Ora		Temperatura	
8 ant.	10' 0", 0	14, 215	ombra
8	15' 0", 0	14, 219	introduce il sole
8	20' 0", 0	15, 280	s'intercetta il sole
8	25' 9", 0	15, 280	ombra

Gli Autori per riprova, hanno sperimentato *contemporaneamente* con due pireliometri uguali, l'uno contenente acqua nella cassetta calorimetrica, e l'altro contenente idruro di amilo (liquido mobilissimo), alcool, olio d'oliva, glicerina densa 1,26 (liquido viscosissimo), *mercurio* (questo entro un calorimetro di acciajo con agitatore di acciajo) e così (tenuto conto dei calori

specifici degli stessi campioni di liquido misurati dagli Autori entro gli stessi limiti di temperatura) hanno ottenuto dei resultati affatto identici [1]).

Pireliometro a spirale. Consta di un tubo metallico ripiegato a spirale piana e lavorato in modo da formare un disco di cui l'una faccia è annerita e l'altra speculare. Col solito sostegno parallattico si mantiene la faccia nera perpendicolare ai raggi solari, mentre una forte e costante corrente di acqua passa pel tubo. La differenza di temperatura dell'acqua all'ingresso ed all'uscita dalla spirale sarà nulla col disco all'ombra; mentre col disco al sole prende dopo un certo tempo un valore stazionario. Dalla differenza di temperatura misurata con esattezza, e dalla massa di acqua passata nell'unità di tempo, si calcola la quantità del calore solare assorbito dalla faccia nera.

Questo apparecchio adoperato simultaneamente col pireliometro a cassetta ha dato resultati identici.

Attinometro di Violle: Gli Autori hanno anche paragonato il pireliometro a cassetta con un attinometro di Violle costruito dal Duboscq di Parigi e di cui il termometro (di Golaz) fu da noi studiato.

I numeri dati dall'attinometro Violle differiscono poco da quelli ottenuti coll'attinometro a cassetta, ma sono in generale un po' più grandi quando si adopera l'attinometro Violle col metodo del riscaldamento e un po' più piccoli, col metodo del raffreddamento (la piccola differenza tiene forse alle correnti d'aria intorno al termometro dell'attinometro Violle quando è aperta la fenditura).

Nella memoria originale gli autori descrivono minutamente tutti gli apparecchi e i metodi adoperati: fra cui quello termoelettrico ed altri ancora, che hanno loro servito anche per lo studio del raggiamento notturno.

Concludono col dimostrare la precisione delle misure del calore solare ottenute col metodo di Pouillet da loro modificato.

Resultati. Gli Autori aiutati da una schiera di giovani fisici sono riusciti ad ottenere dal 1885 fin ad ora, più migliaja

1) Il calorimetro di acciajo con agitatore pure di acciajo fu egregiamente costruito dalla officina Turchini, (Firenze, via S. Gallo 84) alla quale si deve la costruzione di quasi tutti i pireliometri adoperati dagli Autori.

di serie di misure, con ciascheduna serie formata da 7 a 20 determinazioni. Molte di queste serie sono state eseguite simultaneamente in stazioni distanti e ad altitudini diverse comprese fra 60 e 3000 metri, ma sempre con altezze del sole superiori a 15° (dacchè per altezze inferiori le diverse formule di Bouguer, di Lambert, di Laplace, di Pouillet proposte per calcolare la massa atmosferica ε traversata dai raggi solari, dànno valori discordi) [1].

Essi hanno trovato che riunendo le diverse osservazioni di una mattina (o di una sera) in tanti gruppi in cui la massa atmosferica ε varî poco, per ciascheduno di questi gruppi vale la formula adoperata dal Pouillet $Q\varepsilon = Ap^{\varepsilon}$; dove $Q\varepsilon$ sono le calorie ricevute da un decimetro quadro di superficie annerita col nero fumo, ε la massa atmosferica ed A e p due costanti: Queste costanti A e p variano col variare di ε; cioè p cresce con ε mentre A diminuisce, resultato identico a quello che aveva trovato a Padova il compianto Prof. Rossetti.

L' esempio che segue è preso da un grande numero di osservazioni fatte a Pian grande (altitudine 515 metri) in giornate in cui la tensione del vapore acqueo era sensibilmente la stessa, ed uguale ad 11mm.

Valori di $\varepsilon =$	1,405	1,649	2,179	2,965
$p =$	0,7126	0,7886	0,8128	0,8203
A =	214,9	188,4	183,2	180,0

Tutte le osservazioni degli Autori provano inoltre che in una data stazione, nelle diverse epoche dell' anno, le costanti A e p *crescono* col diminuire della *tensione del vapor acqueo* nell'atmosfera: lo stesso avviene per il prodotto $A\,D^2$, dove D indica la lunghezza del raggio vettore che dal sole va alla terra.

Così per esempio alla stazione di *Pian grande* ottennero, l' altezze del sole in queste misure essendo circa 30° e perciò $\varepsilon = 2,00$ prossimamente.

1) Vedi la pregevolissima monografia del sig. Radau, *Sulla Actinometria*, Parigi, Ganthier Villars.

Tensione del vapore	$7^m,2$	$11^m,1$	$13^m,1$
P =	0,8194	0,8088	0,7998
A =	193,8	181,3	172,8
AD^2 =	193,3	183,3	175,4

Invece dalle osservazioni degli autori non risulta che lo *stato igrometrico dell' aria abbia sensibile influenza sui valori di A e di p.* Questi fatti confermano quelli ottenuti dal Violle.

Perciò la costante A (e nemmeno la quantità AD^2) non può seguitare a chiamarsi la costante solare.

Dalle esperienze degli autori risulta, contrariamente a quanto asserisce il Frölich, *non esservi dipendenza fra il valore di* A *od anche di* AD^2 *ed il numero e la estensione relativa delle macchie solari.* Così per esempio non è raro che i valori di A e di p calcolati dalle osservazioni del mattino, differiscano assai da quelli calcolati con le osservazioni della sera; e che ad un valore massimo di A ottenuto in una data stazione, corrisponda un valor minimo in un' altra stazione distante qualche centinaio di chilometri.

Adunque la costante A dipende principalmente dal valore di ε e dal valore della tensione f del vapore acqueo. Da un grande numero di medie, ricavata una formula empirica che le rappresenti,

$$A = \varphi(\varepsilon, f)$$

ponendo in questa $f = 0$ e poi $\varepsilon = 0$ si otterrà per A un valore A_0 che esprimerà il valore approssimato della costante solare.

Tutte le osservazioni fatte dagli Autori insieme con la minuta discussione dei resultati saranno pubblicate, in un'altra memoria, essendo scopo principale di questa il far conoscere gli apparecchi e i metodi adoperati.

Queste osservazioni saranno continuate ancora dagli Autori e si estenderanno ad altre stazioni. Occorre un seguito di undici anni (che tale è il periodo delle macchie solari) onde, con medie numerose, si possa mettere in evidenza se e quale influenza esse abbiano sul vero valore A_0 della costante solare. Insieme a

questo studio gli Autori si occupano di studii affini, i quali oltre all'interesse teorico, possono avere importanza anche per la meteorologia, per la botanica e per l'agricoltura [1]).

RIVISTA

SUNTI di A. STEFANINI.

Lord RAYLEIGH. *Trasmissione di* Huyghens *per dimostrare l'induzione elettrica. (Lond. Phys. Soc. 1890).* — La trasmissione si compone di due pulegge folli, montate sullo stesso asse, sulle quali è posta una corda senza fine, e che sostiene due altre pulegge mobili, sostenenti dei pesi uguali, e che hanno i piani paralleli all' asse di quelle fisse, superiori. Se si comunica un moto accelerato a una di queste pulegge mobili, l' altra gira in senso opposto finchè la velocità di rotazione della prima non è divenuta costante, e finchè la velocità della prima resta costante la seconda puleggia resta immobile, e uno dei pesi si abbassa, l' altro si solleva; se la velocità della prima diminuisce, la seconda puleggia comincia a girare nella stessa direzione della prima.

È evidente la relazione fra questi fenomeni e quelli dell' induzione elettrica; l' analogia manca in ciò che riguarda la resistenza, elettrica, perchè l' attrito non segue le leggi di quella resistenza ma è completa pel fatto che non si produce nessun cambiamento nell' energia potenziale. Le equazioni che rappresentano l' energia cinetica del sistema sono quelle stesse che Maxwell ha dato per l' induzione elettrica.

Amperometro semplicizzato (Electrical World, XVI, 1890). — L' amperometro costruito dalla " Bergman Electric Company " di N. York, consiste in un solenoide a filo grosso, con nucleo di ferro dolce, disposto verticalmente, sopra del quale trovasi un settore d' ottone imperniato in modo che quando esso oscilla, i vari punti della sua periferia vengono a passare a piccola distanza dal nucleo del solenoide. Alla periferia del settore di ottone è saldata una sottile lamina di ferro dolce, la cui larghezza aumenta da un' estremità all' altra.

Con un contrappeso portato dall' asse del settore, lo strumento si regola in modo che quando nel solenoide non passa corrente

1) È inutile aggiungere che questi studii richiesero spese fortissime che furono fin qui intieramente sostenute da uno degli Autori.

l' estremità più sottile della lamina di ferro sia verticalmente sopra il nucleo del solenoide, e il settore sia tutto da una parte. Un indice portato dal settore segna allora lo zero su una scala graduata.

Quando il solenoide è percorso da corrente, la lamina di ferro viene attratta dal nucleo e subisce uno spostamento che cresce con l' intensità dalla corrente; ed è facile intendere come possa esser graduato l' apparecchio in modo che l' indice segni sulla scala l' intensità della corrente in ampère.

PELLAT. *Forza elettromotrice* (*Lum. électr.* 35, 1890; *Beibl.* XIV, pag. 293). — L' A. distingue la f. e. m. pel contatto di due conduttori eterogenei dalla differenza di potenziale pel passaggio da uno di essi all' altro. Per f. e. m. e di un elettromotore egli intende la quantità di energia che esso comunica all' unità di quantità dell' elettricità dalla quale è attraversato. Essa può esser determinata da un lavoro fornito all' elettromotore (induzione, o fenomeni elettrocapillari) da una quantità di calore comunicata (termoelettricità) o da una diminuzione della sua energia potenziale mediante reazioni chimiche (pile idroelettriche). La differenza di potenziale v fra due corpi è il lavoro compiuto dalla forza elettroelettrica che agisce sull' unità di elettricità positiva che si muove fra i due punti considerati. La forza elettroelettrica è quella $m m' / r^2$ che si esercita secondo la legge di Coulomb fra i diversi punti elettrizzati, e non la forza totale che si esercita sull' unità di elettricità; cioè $v = \Sigma m / r - \Sigma m / r_1$. Sulla elettricità devono agire anche altre forze, che si oppongano in un elettromotore alla differenza di potenziale; altrimenti non si conoscerebbe elettricità alcuna.

Nello stato di equilibrio non esiste alcuna f. e. m. nè alcuna differenza di potenziale nell' interno dei conduttori omogenei che costituiscono la pila. Le f. e. m. esistono perciò soltanto alle superfici di separazione, e la f. e. m. totale E è uguale alla somma delle f. e. m. e nei punti di contatto. Parimenti la differenza di potenziale V ai poli di una pila aperta è uguale alla somma algebrica dei salti di potenziale ai contatti. Se i poli si uniscono con un conduttore di resistenza infinitamente grande in confronto della resistenza della pila, si vede che diviene $E = V$; infatti l' energia elettrica Eq, che è comunicata alla quantità q di elettricità che circola nel circuito, si trasforma in calore; poichè V cambia infinitamente poco per la chiusura del circuito, l' energia trasformata in calore è anche data da Vq: quindi $E = V$.

Perchè ciò avvenga non occorre l' uguaglianza dei singoli valori $v = e$. Così p. es. la f. e. m. fra zinco e mercurio è quasi nulla, come lo mostra l' effetto Peltier, mentre secondo Pellat la

vera differenza di potenziale fra essi è circa 0,5 v. Per contro un elettrodo di mercurio, che pel contatto con un elettrolita è polarizzato fino al valor massimo della costante di capillarità, non ha alcuna differenza di potenziale con gli elettroliti, perchè secondo Lippmann il doppio strato è nullo; e frattanto la f. e. m. non è affatto nulla, poichè fa equilibrio alla forza controelettromotrice di polarizzazione.

Inoltre il Pellat rammenta che se un metallo A, come il mercurio, sgocciola nell' interno d' un elettrolita, il metallo assume lo stesso potenziale dell' elettrolita, perchè il doppio strato elettrico è nullo. La differenza di potenziale fra A e un elettrodo fisso B dello stesso metallo, posto nel fondo del recipiente, è quindi uguale alla differenza di potenziale fra B e l' elettrolita C; e, eliminando la polarizzazione di B, è uguale alla differenza normale di potenziale fra B e C.

Per mezzo di questo il Pellat, usando delle amalgame liquide di zinco negli elettroliti $Zn\,SO_4$, $Zn\,Cl_2$, $Zn(NO_3)_2$, del rame amalgamato nel $Cu\,SO_4$ e del mercurio nella soluzione di $Hg(NO_3)_2$ ha dimostrato che la differenza normale di potenziale fra un metallo e la soluzione di un suo sale è nulla; mentre ha un valore finito se la soluzione contiene un sale di un altro metallo (p. es. è uguale a 0,520 v fra mercurio e soluzione di $Zn\,SO_4$). Ciò può spiegarsi soltanto per mezzo della legge precedente, per mezzo di ipotesi inverosimili, come p. es. la formazione di uno strato permanente di SO_4 sull' amalgama di zinco contenuta nella soluzione di $Zn\,SO_4$.

E. Cesàro. *Sulla rotazione magnetica* (*Rend. Lincei*, 5, 1889). — Secondo Maxwell la rotazione elettromagnetica del piano di polarizzazione è da ricondursi ai vortici molecolari, la cui esistenza secondo l' A. è dubbia. Maxwell ammette che gli assi dei vortici coincidano colle linee di forza magnetica e colla direzione della propagazione della luce, ciò che dall' A. è considerato come puramente ipotetico. Se si ammette anche la permanenza dei vortici (secondo Helmholtz) e la legge della variabilità lineare della forza del vortice, che è identica coll' azione magnetica, si posson calcolare le variazioni delle componenti dell' azione per lo spostamento dell' asse di un vortice. Questo calcolo conduce l' A. alla nota espressione per la rotazione magnetica, senza peraltro tener conto della dispersione. Se si considera la piccola conduttività elettrica dei corpi trasparenti, si trova che la rotazione è indebolita dall' opacità, e che questa inversamente è diminuita dall' azione magnetica. L' A. s' immagina che ad ogni perturbazione prodotta dalla luce si provochi nella materia un moto vorticoso, in modo che si debba considerare, oltre un poter assorbente, an-

che un poter vorticoso, e che ambedue sieno aumentati colla conduttività. Così l' A. pensa di poter spiegare il fatto che l' oro in foglie sottili lascia passar la luce più di quello che si deduce dalla teoria di Maxwell.

F. v. Dobrzynski. *Sull' azione fotografica delle onde elettromagnetiche* (*Wien. Anz.* 1890, pag. 195). — Le onde elettromagnetiche furono eccitate col metodo di Hertz, e furon fatte agire sopra lastre secche alla gelatina-bromuro. Il piano della lastra conteneva l' asse delle vibrazioni, o gli era normale. La durata dell' esposizione fu di 3 ore, e non fu adoprata nessuna sensibilizzazione delle lastre; lo sviluppo fu fatto al solito modo coll'ossalato di ferro e l' iposolfito sodico.

Dopo avere sviluppate e fissate le lastre, l' azione resultò visibile mediante striscie alternativamente chiare e oscure normalmente alla direzione della propagazione delle onde, o mediante strisce oscure nella direzione anzidetta.

In molte esperienze le lastre furon coperte con foglie di zinco provviste di sezioni; queste foglie non impediron la formazione di quelle strie sulle lastre; ciò che indica che l' azione chimica non è in questo caso un' azione primaria.

Le strie trasversali accennano all' esistenza di onde stazionarie, che potevano esser prodotte dalla riflessione sulle pareti del telaio di legno che serviva a protegger le lastre dall' azione di raggi estranei, o anche dalla riflessione sulle pareti della stanza. (Spesso si mostravano sulle lastre due sistemi di strie; ciò che potrebbe esser dovuto alla risonanza multipla scoperta da Sarasin e de La Rive).

L' unica esperienza che fu potuta fare con una parete riflettente metallica, confermò questa supposizione; le strie si presentarono infatti più visibili e più regolari. Se tale ipotesi è vera, dalle esperienze dell' A. resulterebbe che sono attive onde elettriche di 0,6 a 20 cm. di lunghezza. L' A. si riserva di dare una più estesa descrizione delle sue ricerche.

H. W. Vogel. *Esperienza da lezione sul miscuglio dei colori* (*Verh. der Berl. phys. Gesellsch* 1887). --- Tre cassette di vetro a sezione rettangolare si riempiono: una con soluzione di giallo d' anilina nell' alcole, un' altra con soluzione alcoolica di bleu d' anilina, e la terza con ossido di rame ammoniacale. Le due specie di bleu, con opportune concentrazioni non mostrano nessuna differenza di colore alla visione diretta; ma si manifestano diverse assai, se dietro a ciascuna si mette la cassetta contenente la soluzione gialla, e si osserva nella luce trasmessa. Al di dietro dell' ossido ammoniacale di rame essa apparisce di un bel colore verdastro; al di dietro del bleu di anilina invece di un rosso

rubino. Ciò dimostra che mescolando giallo con bleu non si ha sempre del verde.

L' esperienza riesce meglio colla luce di una lampada che con quella solare: con questa è utile che il giallo sia più concentrato.

Wied. Ann. der Phys. und Ch. Vol. XXXIX e XL— 1890.

Vol. 39. (Continuazione). — F. PASCHEN. *Sulla dipendenza della tensione superficiale alla superficie di separazione fra il mercurio e diversi elettroliti dalla polarizzazione.* — La curva secondo la quale il Lippmann rappresentò l' aumento della tensione superficiale in funzione della f. e. m. di polarizzazione è stata presa a base di alcune deduzioni teoriche da Helmholtz, Duhem etc.; ma oltre le prime misure del Lippmann non se ne conoscevano altre che ne confermassero l' andamento. Ora l' A. ha osservato che mentre quella curva, al disotto del massimo procede come indicò il Lippmann, al di là di quel punto è impossibile verificarla col solito elettrometro capillare, perchè lo svolgimento di gas, che comincia quando la f. e. m. adoperata supera un certo valore, non permette di fare delle misure esatte.

Per poter continuare le misure anche per f. e. m. maggiori di 1 v. l' A. ha modificato l' elettrometro capillare, formandolo con un tubo di vetro a U, con un ramo del diametro di 24 mm. e lungo 30 cm. e con l' altro ramo del diametro da 2,5 a 3 mm. e lungo 8 mm. e mettendoci del mercurio in modo che il menisco si formi quasi all' estremità del ramo corto. Questo tubo è immerso, in posizione verticale, in un bicchiere che contiene Hg e soluzione di H_2SO_4, in modo che la soluzione acida bagni il menisco del piccolo ramo. La comunicazione fra il mercurio del ramo largo e quello del bicchiere è fatta per mezzo di un filo di platino, isolato dalla soluzione acida. Il menisco del ramo corto viene osservato con un microscopio, e il suo spostamento, quando nel circuito si intercalano delle f. e. m., vien letto sulla scala del micrometro oculare. Colle dimensioni indicate lo spostamento per 0,8 Dan. fu di circa 1 mm. (80 parti della scala micr.).

Con questa disposizione l' idrogeno che si svolge per f. e. m. un po' grandi si elimina subito e non disturba più le misure. L'A. ha trovato così che la curva della tensione superficiale coincide con quella del Lippmann per f. e. m. inferiori a 0,9 Dan., per la quale presenta il massimo, ma che al di là se ne discosta notevolmente, perchè le variazioni della tensione superficiale sono maggiori di quelle indicate dal Lippmann.

L' A. ha studiato anche le curve relative al KCl e al NaOH. Fino a che non si svolge del gas, anche per le soluzioni di que-

sti sali l'elettrometro di Lippmann è adoperabile; al di là del massimo le curve per quei sali si abbassano rapidamente, assai più che non avvenga per le soluzioni di HNO_3, HCl e H_2SO_4. Per nessuna curva si è verificato che, come aveva accennato Helmholtz, le ordinate sieno simmetriche rispetto a quella del massimo.

Con altre ricerche pubblicate posteriormente (*Wied. Ann.* XL, pag. 36) l'A. ha trovato che l'andamento della curva al di là del massimo dipende dalla concentrazione della soluzione, ciò che spiega probabilmente il disaccordo con la curva del Lippmann, perchè per una soluzione di una goccia d'acido in 200 c^3 d'acqua anche l'A. ha trovato che la curva ha l'andamento indicato dal Lippmann.

Dalle esperienze fatte dall'A. non resulta in generale verificata la dipendenza indicata dal Pellat (*C. R.* 108 pag. 1238; *N. Cim.* 26, pag. 269) fra la f. e. m. che corrisponde alla tensione superficiale massima e quella alla quale comincia l'elettrolisi. Soltanto per gli acidi, e per una sola concentrazione della soluzione (che è presso a quella corrispondente alla conduttività massima) le due f. e. m. si riconoscono uguali.

L'A. ha studiato anche diverse soluzioni saline, e l'influenza che sulla tensione superficiale esercita il solvente. Fra le altre cose trovate è da notare che l'elettrometro capillare può servire in un modo molto semplice a riconoscere se un liquido è o no un elettrolita. Se con esso l'elettrometro mostra un moto impulsivo del menisco, anche minimo, introducendo o togliendo dal suo circuito una f. e. m., allora vuol dire che si manifesta una polarizzazione, e il liquido è certamente elettrolitico; altrimenti non è tale. Il benzolo e il solfuro di carbonio non presentano elettrolisi nemmeno per $\pm$ 4 Dan.

Con soluzioni concentrate di cianuro potassico il mercurio presenta polarizzazione catodica, e il doppio strato elettrico che la rappresenta ha la sua faccia negativa rivolta al metallo, ciò che è l'opposto di quanto avviene per tutti gli altri elettroliti fin qui studiati. Anche la lega di Wood, studiata dall'A. alla temperatura di 90° C, presenta gli stessi fenomeni elettrocapillari del mercurio.

C. Bender. *Indici di refrazione delle soluzioni saline normali.* — Da molte determinazioni fatte con uno spettrometro che permetteva di avere l'indice di refrazione con un errore di $\pm$ 1 nella 4ª cifra decimale, l'A. ha potuto riconoscere che se si chiama $n_{\mu(KCl)}$ l'indice di refrazione di una soluzione di cloruro potassico della concentrazione (Molecülzahl) μ, e si chiamano m_b e m_s i moduli del metallo e del metalloide (radicale acido), l'indice

di refrazione $n_{\mu(b\,s)}$ di un' altra soluzione qualunque della medesima concentrazione μ è dato da

$$n_{\mu(b\,s)} = n_{\mu\,(K\,Cl)} + \mu\,(m_b + m_s)\,.$$

I moduli degli elementi, delle cui combinazioni si è occupato l' A., alla temperatura di 18° c. sono in unità del 4° ordine:

linee dello spettro.

	H_α	Na	H_β	H_γ
K	0	0	0	0
Na	2	2	2	2
1/2 Cd	38	—	40	41
Cl	0	0	0	0
Br	37	38	41	43
J	111	114	123	131

B. WALTER. *Sulla polarità apparente della luce nelle linee di* Talbot. — Il fatto che le linee di Talbot si presentano nello spettro soltanto se la lamina di vetro si sposta davanti all'occhio apparve a Brewster talmente inesplicabile, che egli l' attribuì ad una nuova polarità che sarebbe acquistata dai raggi omogenei nell' attraversare un prisma o un reticolo. Anche Airy, nei suoi lavori su questo soggetto, ha parlato di questa polarità apparente con così poca chiarezza, che fu condotto perfino a conclusioni che son contradette dall' esperienza; nè i di lui seguaci poterono assegnare la causa vera del fenomeno, quantunque nella teoria di Airy sia contenuto il principio esatto che a ciò è necessario.

L' A. ha fatto delle esperienze con delle lamine di vetro sottilissime, dello spessore di appena mm. 0,003, ottenute soffiando dei tubi di vetro alla lampada, e ha con esse osservato le righe descritte dal Quincke (*Pogg. Ann.* vol. 132, 1867) le quali sono colorate intensamente e variano di colore se la lamina si ruota davanti all' occhio in modo da renderla obliqua rispetto ai raggi luminosi, perchè la colorazione loro dipende dallo spessore della lamina. Per lamine dello spessore di mm. 0,005 il colore della riga centrale è meno vivace, e per mm. 0,008 è del tutto grigio. Ora l' A. ha osservato che per alcune lamine sottili la riga centrale resta fissa, per altre invece si sposta verso una parte, quando si cambia il colore della luce, che tale spostamento per alcune cresce e per altre diminuisce colla refrangibilità della luce, e che anche per una stessa lamina, a seconda della sua obliquità rispetto ai raggi incidenti, si posson presentare successivamente i tre casi. Dunque tale spostamento deve dipendere non solo dalla

lunghezza d' onda dei raggi luminosi ma anche dal rapporto che essa ha collo spessore della lamina; e da misure fatte con luce monocromatica ottenuta con un prisma, risultò che oltre i minimi primari, cui corrispondon quelle righe del Quinke, e che son prodotti da quei raggi la cui differenza di fase corrisponde a un numero dispari di mezze lunghezze d' onda, ve ne sono anche dei secondari per i raggi ad essi prossimi, e che questi invece di cadere, come i primari, nell' ombra geometrica dello spigolo della lamina, sono spostati a destra o a sinistra a seconda dello spessore della lamina.

Il fenomeno di Brewster così è spiegato facilmente; perchè intercettando colla lamina una porzione del fascio luminoso che cade sul prisma, le frange di diffrazione che esso produrrebbe sono moltiplicate dalla dispersione, e perciò sullo schermaglio che le riceve si trova un numero grandissimo di frange centrali del Quincke, che costituiscono lo spettro di Talbot. E che questo spettro si presenta soltanto per certe posizioni della lamina di vetro, dipende dal rapporto che deve passare fra lo spessore della lamina e la lunghezza d' onda dei raggi che l' attraversano, affinchè il fenomeno si produca. Se la lamina si introduce nel fascio a partire dal rosso, quei minimi secondari si spostano in direzione opposta, e, dato che i rapporti di grandezza sieno quelli necessari, si sovrappongono ai massimi contigui, diminuendovi l' intensità luminosa, e impedendo perciò la formazione delle righe di Talbot.

Con questi principii l' A. spiega anche i fenomeni che si presentano quando l' esperienza del Brewster si eseguisce colle modificazioni indicate da Stefan e da Dvorák.

E. Wiedemann. *Per la storia dello specchio ustorio.* — In una serie di ricerche fatte direttamente su antichi manoscritti arabi, l' A. ha cercato di dilucidare alcune questioni della Storia della Fisica; e in questa prima Memoria tratta delle cognizioni che avevano gli antichi, e specialmente l' arabo Ibn al Haitam, intorno agli specchi ustori. In altre Memorie l' A. fa rilevare alcune relazioni fra i lavori di Ruggero Bacone e quelli di più antichi autori arabi, come per es. la proposizione di Bacone « un vaso pieno d' acqua contiene tanto più acqua, quanto più è vicino al centro della Terra », che era stata dimostrata un secolo prima da Al Kâzinî, e investiga quali erano le nozioni degli arabi sulla teoria della visione e sulla visione a traverso una sfera; ma per questi studi dobbiamo rimandare alle importanti Memorie originali.

F. Neesen. *Calorimetro a evaporazione.* — Due recipienti chiusi di vetro, di capacità uguale, che son riuniti per mezzo di un tubo capillare, contengono un liquido molto volatile, per es.

etere. Nel tubo capillare si trova una goccia del medesimo liquido, che separa un recipiente dall' altro. Se una porzione di uno dei recipienti si scalda, l' etere che vi è contenuto si evapora, e per l' aumento di volume la goccia che fa anche da indice si sposta nel tubo capillare, e il suo spostamento serve a misurare il calore somministrato al recipiente. Poichè i recipienti son chiusi alla lampada, l' andamento dell' esperienza è indipendente dalla pressione esterna; e le variazioni di temperatura dell' ambiente, facendosi risentire in modo pressochè uguale sui due recipienti, non hanno influenza sensibile sulle indicazioni dell' apparecchio. Per graduarlo si somministrano quantità note di calore per mezzo di correnti elettriche circolanti in fili metallici avvolti su uno dei recipienti.

L' A. dà indicazioni dettagliate sull' uso di questo calorimetro, che è assai più sensibile di quello a ghiaccio di Bunsen, e insegna a tenere il debito conto delle cause di errore che posson presentarsi nelle misure fatte con questo calorimetro, col quale ha ottenuto resultati concordanti con quelli trovati con altri apparecchi.

A. Eichhorn. *La sirena delle vocali; nuovo metodo d' imitare il suono delle vocali.* — Partendo dalla teoria di Grassmann l' A. ha tracciato le curve di vibrazione per le diverse vocali, e poi ha costruito una sirena analoga a quella del König (*Wied. Ann.* 12 pag. 344) ritagliando quelle curve su un cilindro girevole contro il quale è diretto un soffio d' aria. Il suono ottenuto con ciascuna curva non è stato sempre quello che se ne attendeva; ma l' A. ha potuto con quella sirena imitare perfettamente i suoni delle vocali *a*, *ä* e abbastanza bene quelli di *o* e di *u*; tanto che ritiene che le imperfezioni meccaniche del suo apparecchio sieno le sole cause della non completa riuscita di queste esperienze. Con una sirena costruita, sulle indicazioni dell' A., della casa Störer di Lipsia, mediante la curva risultante dalla composizione di 4 sinusoidi si percepiscono nettamente i 4 suoni: prima, terza, quinta e ottava; e questa sirena serve dunque a dimostrare in lezione il noto potere risolutivo dell' orecchio.

J. Kowalski. *Elasticità e tenacità del vetro ad alte temperature.* — È un' aggiunta alla Memoria già pubblicata in proposito (cfr. *N. Cim.* 27, pag. 176) e contiene i dettagli di alcune esperienze, e i valori dei coefficienti di tenacità per la flessione e per la torsione a temperature comprese fra 12 e 200° c.

F. Braun. *Osservazioni sulle correnti di deformazione.* — Riferendosi all' ultima Nota dello Zehnder (cfr. *N. Cim.* 28, p. 95) l' A. fa osservare che egli non aveva mai considerato la torsione che si presenta necessariamente nel deformare le spirali come

egli usa in queste ricerche; e riconosce che a questa torsione devonsi in parte attribuire quelle correnti; ma ritiene tuttavia che i fenomeni elettrici ottenuti colle deformazioni delle spirali debbono esser di natura non affatto identica a quelli che si hanno nelle torsioni semplici, pur riconoscendo che una parte almeno delle correnti di deformazione è dovuta alle variazioni magnetiche che subisce il filo, e che quindi dipende dalla medesima causa cui son dovute le correnti di torsione.

M. PLANCK. *Sulla produzione di elettricità e di calore negli elettroliti.* —Per spiegare l'aumento della conduttività molecolare degli elettroliti colla diluizione, è noto che non occorre attribuire agli ioni una mobilità crescente colla diluizione, ma che basta ammettere coll' Arrenius che soltanto gli ioni dissociati, il cui numero cresce colla diluizione, sien quelli che prendon parte alla conduzione dell' elettricità; e la dipendenza che così viene a stabilirsi fra la conduttività specifica e la diluizione è stata confermata dalle ricerche di Ostwald (*Zeits. f. phys. chem.*, 2, 1888) per le soluzioni diluitissime.

Per il caso di soluzioni la cui concentrazione non è uniforme, i fenomeni son molto più complicati, a motivo della diffusione che allora ha luogo; ma anche in quel caso, la teoria della pressione osmotica stabilita per le soluzioni da van' t Hoff ha condotto il Nernst a dedurre i coefficienti assoluti di diffusione dalle forze elettrostatiche dovute alle cariche degli ioni, e anche le differenze di potenziale per le soluzioni di concentrazione non uniforme. Ma perchè i calcoli del Nernst fossero esatti bisognerebbe che le cariche elettrostatiche degli ioni fossero infinite; e l' A. ha voluto in questa sua Memoria vedere a quali conseguenze conduce una più rigorosa applicazione dei noti principii dell' elettrostatica e dell' elettrodinamica al caso più generale che una corrente elettrica percorra una soluzione di più elettroliti; e sottoponendo al calcolo anche i fenomeni termici che ne conseguono, fa notare che per spiegare il calore calcolato non basta tener conto del lavoro elettrico, perchè occorre considerare anche le forze osmotiche che mettono in moto gli ioni e che producono del calore, analogamente a quanto si ha per l' attrito.

Perchè il principio della conservazione dell' energia sia anche qui applicabile, l' A. osserva che basta ammettere che l' analogia che si presenta fra il contegno degli ioni e quello delle molecole gasose si estenda anche alla produzione del calore per la compressione e per la dilatazione; cioè se gli ioni sono compressi dalle forze osmotiche si deve avere una quantità di calore equivalente al lavoro della compressione, e viceversa per il caso che gli ioni si dilatino vincendo la pressione osmotica.

Da tale ipotesi si dedurrebbe che quando un elettrolito si diffonde in un altro più diluito, questo si dovrebbe riscaldare e quello raffreddare, come nel caso della diffusione dei gas; e per un caso pratico trattato dall' A. la differenza di temperatura che così si dovrebbe avere sarebbe di circa 0°,015 c., e dovrebbe esser possibile costatarla anche sperimentalmente.

C. FROMME. *Sul massimo della polarizzazione galvanica degli elettrodi di platino nell' acido solforico. III. Influenza della grandezza degli elettrodi.* — La polarizzazione degli elettrodi di platino, a condizioni rimanenti uguali, cresce al diminuire della grandezza del catodo (platinato) e di quella dell' anodo. Come valor massimo, per anodo grande e catodo piccolissimo, nell' acido molto diluito (0,4 %) si ha la polarizzazione di 3,72 v. L' influenza della concentrazione si fa sentir molto meno quando i due elettrodi hanno la stessa grandezza. Il valor massimo osservato di 5,5 v. fu ottenuto per una soluzione al 4 % e con un anodo piccolissimo.

È da notare che questi resultati non concordano con quelli ottenuti dal Richarz (*N. Cim.* 28, pag. 281).

F. KOLÀCEK. *Contribuzione alla teoria elettromagnetica della luce.* — In questo lavoro, che non si può riassumere brevemente, l' A. tratta da prima la teoria della doppia refrazione circolare partendo dai concetti già stabiliti in un suo precedente lavoro (*Wied. Ann.* 34, 1888). Di poi applica le formule relative ai fenomeni metallo-ottici al problema della radiazione delle lamine metalliche incandescenti con particolar riguardo alla legge fotometrica del Lambert e alle leggi della polarizzazione della luce irraggiata. I resultati concordano con quelli delle esperienze fatte dal Möller colle lamine incandescenti, di platino. In generale la legge di Lambert si riscontra approssimativamente esatta, per sostanze, come i metalli, che assorbono fortemente la luce che essi stessi emettono. Per ultimo l' A. cerca di dare una spiegazione dei fenomeni particolari che W. Wien ha osservato agli spigoli di sottili lamine metalliche (*Wied. Ann.* 28, 1886).

K. ANGSTRÖM. *Contribuzione allo studio dell' assorbimento che le diverse parti componenti l' atmosfera esercitano sui raggi calorifici.* — Mentre per il calore fornito dalle ordinarie sorgenti calorifiche si riconosce che esistono radiazioni anche nelle regioni relative a $\lambda = 3\,\mu$, per lo spettro solare non si ha ivi traccia di calore. L' A. si è domandato qual' è la cagione di tal proprietà dello spettro solare, quale sia la radiazione al di fuori dell' atmosfera, quanta parte ne sia assorbita negli strati superiori, e da quali gas sia effettuato l' assorbimento. Per rispondere ad alcune di queste domande l' A. ha intrapreso una serie di esperienze dirette a misurare qual' è l' assorbimento di diversi gas per le di-

verse lunghezze d' onda, adoprando a tale scopo uno spettrobolometro e un apparecchio di assorbimento simile a quello usato dal Tyndall, ma modificato in maniera da eliminare le molte cause d' errore che si presentavano per l' adesione dei vapori sulle pareti del tubo adoperato a contenerli.

Come sorgente calorifica fu usata una lampada Argand la cui radiazione era modificata coll' interposizione di opportune lastre di salgemma coperte di ossido di magnesio (cfr. *N. Cim.* 27, pag. 182). Tali strati di magnesio lasciano passare interamente le radiazioni poco rifrangibili (13 μ e al di là) e assorbono quelle al di sopra di 0,8 μ. I diversi spettri così parzialmente assorbiti, erano poi esaminati di nuovo dopo il loro passaggio attraverso la CO_2 e il vapor acqueo.

Anteriori ricerche di Heine, Röntgen, Keeler etc. dimostrarono che le radiazioni termiche son fortemente assorbite dalla CO_2. L' A. ha trovato che tale assorbimento cresce colla pressione del gas, da prima molto rapidamente, poi lentamente, e che la CO_2 assorbe soltanto una parte dello spettro ultrarosso ed è trasparentissima per gli altri raggi. Inoltre gli assorbimenti dei diversi raggi stanno fra loro in un rapporto determinato, che non dipende dalla pressione del gas. L' assorbimento della CO_2 presenta due massimi, per $\lambda = 2{,}60\ \mu$ e $\lambda = 4{,}36\ \mu$, che corrispondono alle righe X e Y del Langley: è dunque certo che quelle righe son dovute all' assorbimento della radiazione solare effettuato dalla CO_2 che si trova nell' atmosfera.

Anche il vapor acqueo possiede, secondo l' A. e in accordo con quanto trovò Tyndall, un leggero assorbimento per i raggi calorifici; e i resultati negativi ottenuti da Magnus e da Lecher e Pernter si spiegherebbero con la piccolezza dell' assorbimento e per la colonna troppo corta di vapore che essi studiarono. Da ricerche comparative fatte con acqua e vapor acqueo resultò peraltro che un vapore e il suo liquido non hanno sempre lo stesso potere assorbente, come sembrava resultare dalle ricerche del Tyndall e da quelle del Desains.

Per l' aria pura, privata di CO_2 e ben secca, l' assorbimento è piccolissimo e appena misurabile con sicurezza con gli apparecchi adoperati.

Confrontando finalmente i resultati sopra riferiti con quelli trovati dal Langley per il calor solare, l' A. fa osservare che il Langley trova radiazioni calorifiche in quelle stesse regioni dello spettro per le quali egli ha trovato un assorbimento considerevole, talchè bisogna ammettere che l' intensità di quei raggi al di fuori dell'atmosfera sia molto grande, e che essi sieno assorbiti in modo che soltanto una piccola porzione del loro calore giunga alla terra.

La CO_2 ha una notevole parte nell' assorbimento; ma soltanto per radiazioni comprese fra $\lambda = 2\mu$ e $\lambda = 4,6\,\mu$: oltre questi limiti deve essere il vapor acqueo che determina l'assorbimento, se pure non è da attribuirsene una parte anche all'aria pura.

Detto. *Osservazioni sulla radiazione del sole.* — L'A. ha costruito un pirielometro registratore, composto di una specie di termometro differenziale di Rumkorff, nel quale le due palline di vetro sono sostituite da due sfere cave di rame, affumicate, e l'indice mobile è di mercurio. L'apparecchio è cernierato in modo che se l'indice non è a zero, il tubo s'inclina da una parte o dall'altra e con questi movimenti chiude dei circuiti elettrici che fanno ruotare attorno la verticale tutto l'apparecchio di 180° a ogni chiusura di circuito, e contemporaneamente è messo in moto un indice che registra quelle rotazioni su un cilindro che è mantenuto in rotazione uniforme da un movimento d'orologeria. Una delle sfere di rame è tenuta all'ombra, l'altra è esposta ai raggi solari; e quando la differenza di temperatura fra le due sfere, pel calore assorbito da quella esposta al sole, ha raggiunto un valore determinato, per la disposizione sopra detta le due sfere si cambiano di posto. La radiazione assorbita dalle palline è proporzionale al numero delle inversioni, e quindi alla tangente alla curva tracciata sul cilindro.

Con questo apparecchio l'A. ha fatto una serie di misure nell'isola Yxelö (lat. nord. 58°,56; long. or. 35°,40 dall'is. del Ferro) durante l'estate del 1888 per determinare le relazioni fra lo spessore dell'atmosfera e l'intensità delle radiazioni solari. È noto che la legge proposta per l'assorbimento

$$i = A\,p^d$$

deve esser sostituita dall'altra

$$i = \Sigma\, A\,p^d,$$

e che il Langley ha trovato per p valori che per lunghezze d'onda crescenti son compresi fra 3,4 e 0,9; ma poichè le curve ottenute dal Langley non dànno ragione del forte aumento della radiazione solare per piccole altezze dell'atmosfera, sembra che esista una larga regione dello spettro per la quale l'assorbimento è molto grande, e per la quale non valgono i valori di p trovati dal Langley.

La causa di quell'aumento è da ricercarsi, secondo l'A. nell'assorbimento prodotto della CO_2, e per essa egli ha trovato valori di p compresi fra 0,2 e 0,4; e determinando poi l'assorbimento che esercita la CO_2 contenuta nell'atmosfera servendosi

delle misure fatte dal Lecher (*Wien. Akad.* 82, 1881) ha trovato che una parte considerevole della radiazione solare per grandi altezze del sole è appunto nella regione dello spettro ove la CO_2 esercita l'assorbimento, e per la qual regione ha trovato $p = 0{,}134$ cioè un valore assai minore di quelli indicati dal Langley.

I resultati trovati dall' A. si posson rappresentare assai bene con la formula

$$i = A_1 p_1^d + A_2 p_2^d,$$

ove A_1 e p_1 corrispondono alla regione ove l'assorbimento è piccolo, e A_2 e p_2 ove l'assorbimento, effettuato dalla CO_2, è grande. Dai valori trovati per A_1 e per A_2 facendo $d = 0$ resulterebbe per la così detta costante solare il valore $i = 4$, che è maggiore di quelli indicati fin qui da Pouillet (1,8), Violle (2,5) e Langley (3). Ma la costante vera è forse anche superiore a 4, perchè, come l'A. ha mostrato nella sua precedente Memoria, è probabile che esistano delle radiazioni solari che non posson mai giungere interamente fino a noi.

H. Mesczyng. *Sul moto dei liquidi, specialmente dell' acqua e del petrolio, nei tubi larghi.* — Ammettendo che una parte delle resistenze al moto dei liquidi nei tubi sia dovuto all' attrito contro le pareti, e un'altra alla formazione dei movimenti vorticosi, l'A. trova che la diminuzione i di pressione idraulica per unità di lunghezza in un tubo del diametro d si può esprimere con

$$id = a\eta v + b\delta v^2,$$

essendo v la velocità media del liquido, η il coefficiente d' attrito interno e δ il peso specifico del liquido, a e b delle costanti. Numerose esperienze fatte coll' acqua e col petrolio con tubi lunghissimi da 2,4 e 4,2 metri e del diametro di 21 a 45 mm., convalidarono l'applicabilità della formula sopra indicata.

I. Elster e H. Geitel. *Sulla formazione dell' ozono a contatto colle superfici di platino incandescente e sulla conduttività elettrica dell' aria ozonata dal fosforo.* — Condottivi dalla discussione dei resultati delle ricerche fatte sulla produzione di elettricità pel contatto fra i gas rarefatti e i fili metallici incandescenti (*N. Cim.* 27, pag. 271) gli A. hanno studiato il fatto, già accennato da altri, che all' intorno della fiamma Bunsen e di un filo di platino incandescente, l'aria si manifesta più o meno ozonata, e hanno riconosciuto quanto appresso:

Quando l'aria si è ozonata pel contatto con fosforo umido, si manifesta come conduttrice dell' elettricità al modo dei gas della fiamma; ma non fu possibile determinare nessuna forza elettromo-

trice nè alcuna conduttività unipolare di quei processi di ozonizzazione.

Tutto ciò servirebbe a convalidare l' ipotesi di Giese e di Scuster, che la conduttività dei gas e delle fiamme sia dovuta a un processo elettrolitico, nel quale il trasporto dell' elettricità non possa avvenire da molecola a molecola altro che per la dissociazione, perchè il presentarsi dell' ozono si può ritenere come indizio di una precedente scomposizione delle molecole d' ossigeno.

Detti. *Su un impedimento prodotto dalla luce alle scintille elettriche e alla scarica a pennello.* — I due conduttori di una macchina di Holtz comunicano con i due bracci di uno scaricatore di Henley. Il braccio positivo è munito di una sfera d' ottone del diametro di 14 mm., quello negativo di un disco di zinco del diametro di 15 cm. La faccia anteriore del disco di zinco è accuratamente amalgamata, e quando la macchina è in azione, si allontanano i suoi conduttori in modo che le scintille scocchino non più fra essi ma fra la sfera e il disco dello scaricatore. Se allora si illumina il disco con la luce del magnesio, le scintille cessano fra esso e la sfera e ricompariscono fra le palline della macchina.

Questo impedimento è dovuto soltanto ai raggi luminosi, perchè interponendo fra lo scaricatore e la sorgente luminosa degli schermagli di metallo, di legno, o di vetro l' azione cessa; ma non cessa se lo schermaglio è di mica o di selenite.

La causa di tale fenomeno è senza dubbio da ricercarsi nella scarica di elettricità negativa dall' elettrodo illuminato provocata dall' azione della luce, e questa esperienza si può ritenere come l' inversione di quelle descritte da Hertz (*N. Cim.* 24, pag. 268).

P. Plessner. *Sulla dipendenza fra la temperatura e il magnetismo di alcuni sali metallici del gruppo del ferro.* — Col metodo usato da G. Wiedemann nelle sue ricerche magnetiche (*N. Cim.* serie III, vol. 1, 2 e 3) l' A. ha determinato i valori di α e di β nella formula

$$K = K_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)$$

secondo la quale deve variare il momento magnetico indotto in una particella della sostanza magnetica che è posta in un campo magnetico. I valori trovati sono raccolti in opportune tabelle.

W. Lobach. *La dispersione rotatoria anormale nel ferro, nel cobalto e nel nichel.* — Il Kundt aveva già osservato che la dispersione rotatoria nel ferro era anormale, e aveva creduto di poter affermare altrettanto pel nichel e pel cobalto. L' A. riprendendo a eseguire le esperienze del Kundt in condizioni migliori, tali da permettere di decidere con sicurezza la questione, e adoprando sottilissime lamine di ferro, di nichel e di cobalto depo-

ste elettroliticamente sul vetro platinato, lo spessore delle quali era dedotto da misure fatte sull' assorbimento della luce, potè costatare che quei tre metalli hanno effettivamente una dispersione rotatoria anormale, cioè maggiore per i raggi rossi che per i violetti.

Dai valori trovati e rappresentati graficamente si deduce poi che per la lunghezza d' onda $\lambda = 500$, il ferro e il cobalto possiedono, per uguale spessore, lo stesso poter rotatorio.

Avendo il Kundt trovato che la dispersione del ferro e del nichel è anormale, si poteva ritenere che dovesse esservi una dipendenza fra gli indici di refrazione e i poteri rotatori per le diverse lunghezze d' onda, e già il Voigt aveva proposto la relazione:

$$\varphi_d = n^3 \left(\frac{Q}{\lambda^2} - \frac{Q_1}{\lambda^4} \right)$$

ove φ_d è la rotazione e n l' indice di refrazione per la lunghezza d' onda λ, e Q e Q_1 sono costanti. L' A. non ha trovato verificata questa relazione; ma fa notare che son forse troppo scarse le esperienze eseguite, per poter decidere la questione.

W. G. HANKEL. *La pila galvanica.* — Secondo la teoria della pila che presenta l' A., le molecole materiali dei corpi si troverebbero continuamente in uno stato elettrico, determinato dalla loro costituzione, e che si riprodurrebbe ogni volta che fosse disturbato da azioni esterne. Se si ammette che lo stato elettrico consista in un movimento rotatorio, alla superficie delle molecole si avrebbero delle vibrazioni rotatorie attorno ad assi normali alla superficie, che, a seconda della costituzione dei corpi, potrebbero essere uguali per tutti i punti della superficie, o differire da punto a punto; ma l' A. per semplicità le ritiene uguali ed ugualmente dirette in ogni punto. In un corpo di dimensioni finite le rotazioni delle molecole interne si impediscono mutuamente, perchè nei punti di contatto fra due molecole qualunque le rotazioni sono uguali ed opposte; non restano dunque che le vibrazioni dei punti della superficie esterna del corpo. Ma appena questo corpo è posto in comunicazione con la terra, alla di lui superficie si porta uno strato di elettricità opposto, e il corpo apparisce non elettrico.

Lo stato di un conduttore A così derivato a terra non cambia, se su di esso si pone un corpo isolante, perchè lo strato elettrico accumulatovi per la derivazione si comporta verso l' isolatore nello stesso modo che faceva prima verso l' aria. Se anche si pone sopra A un altro conduttore isolato della stessa sostanza, il sistema resta non elettrico, perchè i punti di contatto sono nelle stesse condizioni dei punti interni della massa; ma se sopra A

si pone un conduttore isolato B di natura diversa, le rotazioni delle molecole che si toccano non si elideranno più scambievolmente, perchè saranno d' intensità diverse, e forse anche di direzioni opposte; e daranno luogo a rotazioni risultanti, che dai punti di contatto si propagheranno alla superficie, talchè la forza elettromotrice, così prodotta pel contatto, si manifesterà come un moto di rotazione di grandezza determinata.

Se ora i poli di un elemento galvanico si uniscono per mezzo di un conduttore, la f. e. m. e tende a provocare dei moti rotatori nelle molecole di quel conduttore, le quali oppongono a tali moti delle resistenze che dipendono dalla loro natura, e così una parte della f. e. m. della pila va impiegata nel vincere quelle resistenze, mentre la rimanente parte continua a manifestarsi sotto forma di rotazione, alla quale, per le sue azioni verso l' esterno son dovuti gli effetti elettrodinamici. Vi è analogia completa fra questa diminuzione di f. e. m. prodotta dalla resistenza delle molecole ad esser poste in rotazione, e la diminuzione di pressione idraulica in un liquido che scorre in un tubo orizzontale.

Se U è la resistenza del circuito che chiude la pila, l'intensità i della corrente, per ciò che è stato detto, sarà data da

$$(1) \qquad i = e - \mathrm{U}\,,$$

e qui le quantità i, e, U devono esser misurate colla stessa unità. Ora si sa che variando soltanto la f. e. m. in un circuito elettrico le intensità della corrente sono proporzionali alle f. e. m. stesse, cioè il rapporto e/i resta costante: se dunque la (1) si scrive sotto la forma

$$(2) \qquad (e/i - 1)\, i = \mathrm{U}\,,$$

poichè la quantità entro parentesi non varia al variare di e, si riconosce che, al contrario di quanto si ritiene ordinariamente, la resistenza U di un conduttore cresce proporzionalmente all'intensità della corrente. Se con $u = \mathrm{U}/i$ si indica la parte di f. e. m. assorbita dall' unità di intensità, la (2) diviene

$$(3) \qquad e/i = u + 1\,;$$

e il numero u vien chiamato dall' A. *numero di assorbimento.* Per es. l'A. ha trovato che per un circuito formato da una grossa daniell chiusa sull' unità Siemens di resistenza, il valore di u è 6,99; e questo vuol dire che di una f. e. m. $6{,}99 + 1 = 7{,}99$, quella resistenza ne assorbe una parte come 6,99 e soltanto una parte come 1 resta sotto forma di corrente.

Se al circuito di una pila si aggiunge un filo, il cui numero

di assorbimento sia a, dalla (3) si ottiene, per la nuova intensità i' il valore

$$i' = \frac{e}{u + a + 1};$$

e di qui si vede che per ridurre a metà, p. es., il valore dell'intensità della corrente, non basta che il numero di assorbimento del circuito sia $2u$, ma occorre che esso divenga $2(u + 1)$.

Le leggi per le correnti derivate, secondo questa teoria, sono le seguenti:

1) La quantità di elettricità che arriva ad ogni punto di derivazione deve essere uguale a quella che ne esce.

2) Le resistenze dei raggi che fanno capo ad ogni punto di derivazione devono essere uguali.

3) Se in un reticolato esiste una f. e. m. e, per vincerne la resistenza basta soltanto la parte $e - i$, se i è l'intensità della corrente in uno dei rami non derivati.

È facile poi persuadersi che secondo questa teoria l'assorbimento nei conduttori cresce proporzionalmente alla lunghezza e alla superficie della sezione.

Per determinare il calore svolto in un circuito l'A. osserva che pel passaggio di una corrente le molecole di una sezione esercitano su quelle della sezione contigua una forza che tende a porle in rotazione uguale; e poichè le molecole tendono a mantener la primitiva posizione, occorre una continua applicazione di forza per mantener lo stato perturbato. Poichè la resistenza cresce con i, sia ui il valore che essa ha per l'intensità i; questa resistenza deve esser vinta per una lunghezza uguale alla velocità di rotazione i, talchè si ha un impedimento al moto proporzionale a $u'i^2$, da cui un corrispondente svolgimento di calore. Siccome u' è il numero di assorbimento per l'unità di lunghezza, il calore svolto in un tratto l di circuito durante il tempo t è proporzionale a $u' i^2 l t$.

Alle estremità di una pila aperta si ha una tensione elettrica, che ne misura la f. e. m. e. Di questa f. e. m. che, come si è visto, è data da $e = ui + i$, la parte ui è quella che serve a vincer la resistenza, e perciò essa è la tensione che si ha ai poli della pila quando il circuito è chiuso. Se questa s'indica con e', si ha $e - e' = i$.

L'intensità della corrente nel circuito di una pila è data anche da $i = e / (u + 1)$, e perciò diminuisce al crescer di u; al decrescere di i si vede perciò che e' si avvicina sempre più a e. È da queste considerazioni che si deduce un metodo per misurare i ed e colla stessa unità; perchè se si misura con un elettrometro

a foglie d' oro la tensione e della pila aperta, e quella e' quando il circuito è chiuso su una resistenza W, si ha $i = e - e'$. Con una pila Daniell l' A. ha ottenuto i seguenti resultati:

W		e	e'	i	$u + 1$	u
3	U. S.	38,51	36,65	1,86	20,70	19,70
2	»	38,56	35,85	2,71	14,23	13,23
1	»	38,67	33,71	4,96	7,80	6,80
0,5	»	38,70	30,84	7,86	4,92	3,92
0,3	»	38,59	27,64	10,95	3,52	2,52

I valori della colonna $u + 1$ sono ottenuti dividendo e per i.

È da notare che quantunque i valori di i non sieno stati determinati con un galvanometro, son proporzionali a quelli che si sarebbero ottenuti con quello strumento; perchè se si suppone p. es. che i valori di i corrispondenti a $W = 2$ e a $W = 0,3$ sieno stati ottenuti con un galvanometro, allora per la legge di Ohm si dovrebbe avere

$$10,95 = \frac{E}{W + 0,3} \qquad 2,71 = \frac{E}{W + 2},$$

dalle quali resulterebbe

$$W = 0,259 \qquad E = 6,12$$

Calcolando ora con questi valori di W e di E gli altri valori di i, si troverebbe

$$\text{val. calc.} \ \frac{E}{W + 3} = 1,88 \qquad \frac{E}{W + 1} = 4,86 \qquad \frac{E}{W + 0,5} = 8,07$$

» osservati 1,86 4,96 7,86

e perciò un galvanometro avrebbe dato per i dei valori che sarebbero stati proporzionali a quelli ottenuti colle misure elettrometriche.

L' A. termina mostrando in che relazione stanno le formule da esso stabilite con quelle ordinariamente usate; e cominciando dalla legge di Ohm, egli fa osservare che se I è l' intensità prodotta dalla f. e. m. E in una resistenza W, e I', I'' quelle che si hanno quando nel circuito si aggiungono le resistenze A e W' respettivamente, dall' applicazione della legge di Ohm si ha

$$\frac{W'}{A} = \frac{I'(I - I'')}{I''(I - I')}. \tag{4}$$

Ma poichè le intensità misurate col galvanometro sono, come si

è visto, proporzionali a quelle dedotte dall' equazione $i = e - e'$, si può porre $I = mi$, $I' = mi'$, $I'' = mi''$, e la (4) si può scrivere

$$\frac{W'}{A} = \frac{i'(i - i'')}{i''(i - i')}.$$

D' altra parte, se si chiamano u, a, u' i numeri di assorbimento corrispondenti alle resistenze W, A, W', si hanno le relazioni:

$$(5) \qquad i = \frac{e}{u+1} \qquad i' = \frac{e}{u+1+a} \qquad i'' = \frac{e}{u+1+u'}$$

e da queste si ricava

$$\frac{u'}{a} = \frac{i'(i - i'')}{i''(i - i')}.$$

Ma dalle formule $I = E/W$, $I' = E/(W + A)$ si trova

$$W = \frac{I A}{I - I'} = \frac{m i . n a}{m(i - i')} = \frac{n a i'}{i - i'}$$

mentre dalle prime due delle (5) si ha

$$n + 1 - \frac{i' a}{i - i'};$$

dunque, confrontando, per la parte di resistenza W che comprende la sede della f. e. m. si trova

$$W = n(u + 1).$$

Allora, essendo per la legge di Ohm $IW = E$, poichè $I = m i$, si ha $E = mi . n(u + 1)$, ossia, poichè $i(u + 1) = e$:

$$E = m n e.$$

Se dunque si pone $A = n a$, $W' = n u'$, $W = n(u + 1)$, le formule stabilite dall' Hankel conducono alla forma ordinaria della legge di Ohm. E se il valore di W nella formula $I W = E$ si considera indipendente da I, è perchè W non rappresenta la resistenza per l' intensità I, ma invece rappresenta il valore $n(u + 1)$, ove u è il valore costante del numero di assorbimento per l' unità d' intensità.

È facile poi vedere come le formule stabilite dall' A. conducano anche a quelle che esprimono le leggi di Kirchhoff e di Joule.

R. König. *Sui battimenti e sui suoni dei battimenti di due vibrazioni prodotte nello stesso corpo.* — Facendo vibrare contemporaneamente in due direzioni normali una sbarra metallica, l'A.

ha costatato che anche nella composizione di due suoni eccitati nello stesso corpo vale la legge trovata nella composizione di due suoni emessi da due corpi diversi, e secondo la quale i battimenti degli intervalli $n : nh + m$, dove h è un numero intero, e $m < n$, sono uguali a m se m è assai minore di $n/2$, uguali a $n - m$ se m è assai maggiore di $n/2$, e a n o a $n - m$ se m è prossimo a $n/2$.

Detto. *Sui suoni ottenuti con onde non uniformi.* — Sulla circonferenza di un cerchio si riporta una sinusoide corrispondente a una nota semplice fondamentale, e poi successivamente le sinusoidi di quelle note dalle quali si vuole che quella fondamentale sia accompagnata. La curva così ottenuta si ritaglia sull' orlo di un disco metallico, e contro le dentellature così formate si fa arrivare un soffio d' aria da una fenditura sottile, mentre il disco è in rapida rotazione.

Con molte di queste sirene l' A. ha trovato che l' orecchio può percepire un miscuglio di note come se formassero un sol suono, e ciò tanto meglio, quanto più le note che accompagnano quella fondamentale costituiscono una serie completa, le cui intensità decrescano regolarmente. Se invece in quella serie vi sono molte lacune, o le singole note hanno intensità troppo diverse fra loro, il loro miscuglio prende più o meno il carattere di un sol suono.

P. Drude. *Determinazione delle costanti ottiche dei metalli.* — Fra le costanti ottiche e altre proprietà dei metalli si sono stabilite delle relazioni, per verificar le quali è necessaria una cognizione esatta dei valori delle costanti ottiche, e scopo della presente Memoria è stato di ricercare se tali costanti vengono o no modificate dalle impurità chimiche, dalla diversa tempera e dal modo col quale son preparati i metalli che si usano nelle esperienze di misura.

Dopo aver enumerato e discusso i metodi che sono stati proposti e usati in quelle determinazioni, l' A. studia qual' è l' influenza che sui valori delle costanti ottiche esercitano gli strati superficiali che si formano sugli specchi e sui prismi metallici, e qual' è quella di un' incompleta pulitura della superficie, accennando anche al modo di ottenere lo stato normale della superficie, e al modo più adatto di condurre le esperienze onde gli errori di osservazione vengano eliminati più che è possibile, ed espone quindi i resultati delle sue esperienze su diversi metalli. Dai valori trovati si riconosce che, quando si elimini ogni causa di errore, il modo di preparare i metalli, e lo stato di tempra in cui si trovano, non hanno sensibile influenza sui valori delle loro costanti ottiche. Solamente parrebbe che il rame elettrolitico abbia delle proprietà simili ai corpi cristallini; ma le esperienze

eseguite non sono forse abbastanza numerose per trarre conclusioni definitive.

Se i resultati ottenuti da altri con lamine metalliche sottili son diversi da quelli trovati dall' A. con gli specchi massicci, ciò dipende non da variabilità delle proprietà ottiche, ma invece da una mancanza più o meno grande di omogeneità delle lamine sottili, ciò che non accade con gli specchi usati in queste ricerche.

L' A. studia anche la dispersione dei metalli, e non solo la dipendenza fra l'indice di refrazione e la lunghezza d' onda della luce, ma anche fra la lunghezza d'onda e le altre proprietà ottiche, come trasparenza, angolo di polarizzazione, etc. e la dipendenza delle costanti stesse dalla temperatura; come pure egli tratta della riflessione metallica in diversi liquidi, dalla quale si può sperare di trarre delle relazioni importanti fra le proprietà ottiche e le costanti di capillarità.

Dopo aver confrontato i resultati proprii con quelli ottenuti da altri sperimentatori, l' A. passa a verificare la legge di Kundt e la teoria elettromagnetica della luce. Secondo il Kundt il prodotto nc fra l'indice di refrazione e la conduttività elettrica di uno stesso metallo dovrebbe esser costante; ma ciò non è verificato, perchè mentre n dipende dalla temperatura e dipende pochissimo dalle impurità dei metalli, c invece dipende assai tanto dall' una quanto dall' altra causa; e in fatti i valori di nc, calcolati secondo i valori trovati dall'A. variano da 2 a 65.

Secondo la teoria elettromagnetica della luce, dovrebbero esser verificate le due relazioni

$$\frac{n^2\chi}{\lambda V} = \mu\, c, \qquad n^2 - n^2\chi^2 = \mu k\, V^2$$

ove μ è la permeabilità magnetica c la conduttività elettrica, k la costante dielettrica, $n\chi$ il coefficiente d' assorbimento del metallo, V la velocità di propagazione della luce nell' aria e λ la lunghezza d' onda.

La prima di queste relazioni non è affatto verificata; ma ciò non infirma la teoria elettromagnetica della luce, perchè non son conosciute le costanti ottiche per grandi lunghezze d' onda.

Per una valida conferma della teoria bisognerebbe poter osservare e misurare onde elettriche di periodo così breve, che la loro lunghezza si avvicinasse a quelle delle più lunghe del calor raggiante, e bisognerebbe che le costanti per la velocità di propagazione e per l' assorbimento delle onde elettriche, per lunghezze d' onda sempre decrescenti, si trasformassero senza discontinuità in quelle che valgono per le onde termiche e per quelle luminose.

A. Oberbeck. *Sulla superficie libera dei liquidi in movimento: contribuzione alla teoria dei moti discontinui dei liquidi.* — Per la superficie libera dèi liquidi che si muovono uniformemente si dimostra che vale la stessa condizione che si ha per le superfici di separazione che si possono immaginare nell' interno del liquido, cioè che la pressione p deve aver da per tutto lo stesso valore, che, se si trascura l' attrito, per i moti stazionari è data da

$$\frac{p}{\rho} = c - \frac{v^2}{2} + V,$$

ove v è la velocità, V il potenziale delle forze, e C una costante. Da questa condizione ne resulta che l' energia totale dell' unità di volume del liquido che si muove alla superficie libera deve aver dovunque lo stesso valore; ma l'A. fa osservare che si dànno dei casi in cui ciò non avviene. Per es. se si fa arrivare un getto d' acqua con velocità sufficiente sopra una lastra orizzontale, il liquido si espande attorno al centro del getto in tutte le direzioni, e alla distanza di alcuni centimetri il liquido si solleva di qualche millimetro, per scorrer poi con velocità diminuita verso gli orli della lastra. La linea di separazione fra le due superfici di livello (che l' A. chiama curva di discontinuità) per una lastra orizzontale è un cerchio, se il getto è verticale: un' ellisse se è obliquo.

Due getti verticali che arrivino paralleli su una stessa lastra orizzontale non si disturbano affatto se i loro cerchi di discontinuità non si toccano: se si sovrappongono in parte, nella porzione comune il liquido si solleva in un sottile strato verticale, che si risolve poi in gocce che sono scagliate via con violenza.

L' A. termina esponendo come questi resultati si possano ottenere teoricamente, per mezzo di un calcolo assai semplice che permette di determinare la forma della superficie libera per quei casi che sono stati sopra indicati.

K. Wesendonck. *Sul passaggio a traverso di alcuni gas della scarica ad alta tensione proveniente da una punta.* — Per mezzo di opportune ricerche l' A. ha cercato di stabilire se per le quantità di elettricità che passano a traverso diversi gas, alla pressione ordinaria, fra una punta elettrizzata e una lamina derivata a terra si ottengono valori determinati e costanti per ogni data tensione, e se le quantità delle due elettricità che si scaricano in diversi mezzi per date tensioni stanno fra loro in un rapporto costante. Per eseguire le esperienze l' A. adoprò la combinazione di una punta e di una lamina, perchè così le differenze polari sono più notevoli. La punta e la lamina, per poter operare in ambienti privi di polvere, son racchiuse in un cilindro metallico,

munito di una finestra, difesa da rete metallica, per poter osservare le scintille. La punta era unita con uno dei conduttori di una macchina di Voss a influenza e con un elettrometro Henley; la lamina con un galvanometro Wiedemann, di quelli che servono per esperienze elettrostatiche, e quindi con la conduttura dell'acqua, alla quale era unito anche l'altro conduttore della macchina Voss. Il cilindro metallico poteva riempirsi di aria ben depurata, o di altri gas.

Nel maggior numero delle esperienze l'elettrometro deviava di 30° con l'elettricità positiva, e di 22° con quella negativa; ma spesso le tensioni erano per ambedue uguali; in tutti i casi studiati peraltro le deviazioni osservate al galvanometro furon maggiori per l'elettricità negativa che per quella positiva.

Quando nel cilindro vi era dell'aria ben pura, alla pressione normale, anche per uguali indicazioni dell'elettrometro le deviazioni galvanometriche erano assai diverse, non solo da un giorno all'altro, ma anche in uno stesso giorno. La conduttività dell'aria nuovamente introdotta era spesso maggiore di quella dell'aria che aveva servito a lungo; e fu anche osservato che in alcuni giorni l'aria raggiungeva uno stato in cui cariche positive e negative fornivano valori ben concordanti, cioè le circostanze che determinavano la conduttività erano in uno stadio costante, che sarebbe tuttavia ben difficile voler caratterizzare con precisione.

Ricercando poi per quale tensione la corrente al galvanometro viene a cessare, l'A. trovò che essa è assai più piccola per l'elettricità negativa che per quella positiva, tanto per l'aria che per l'azoto e l'idrogeno. La presenza dell'azoto nel cilindro favorisce più dell'aria il passaggio dell'elettricità negativa. Le ricerche coll'idrogeno erano più difficoltose, a motivo della sua maggior conduttività. Sembra poi che i resultati ottenuti per i gas diversi dall'aria sieno influenzati da una certa alterazione che con essi presentava la doratura della punta, ed è stato impossibile di stabilire con queste esperienze qual'è la conduttività dell'aria rispetto a quella dell'azoto e dell'idrogeno.

PH. LENARD. *Resistenza dei fili di bismuto in un campo magnetico, per correnti costanti e per oscillazioni elettriche.* — Scopo di queste ricerche fu di studiare la variazione della resistenza che i fili di bismuto presentano in un campo magnetico quando sono compressi. Il filo, addoppiato, era avvolto in una spirale, piana, in modo che i due capi liberi erano ambedue all'esterno: la spirale era mantenuta fra due dischi di mica, e i capi del filo eran saldati a due sbarrette di rame. La resistenza era misurata con un ponte di Wheatstone tanto per correnti costanti

(con 1 Leclanché e un galvanometro) quanto per correnti variabili (con un induttore Kohlrausch e un telefono).

Quando il filo di bismuto era normale alle linee di forza, la resistenza misurata col telefono fu, fuori del campo magnetico, minore del 0,23 % di quella trovata col galvanometro; mentre in un campo di 6000 C. G. S. ambedue sono uguali, e in campi più intensi è sempre maggiore quella misurata col telefono (del 4 % per 16000 C. G. S.).

Quando il filo è parallelo alle linee di forza, per qualunque intensità del campo la resistenza per correnti variabili è sempre minore che per quelli costanti; e tal differenza fra quelle due resistenze non potendosi riferire nè al riscaldamento, nè all'autoinduzione etc., deve ritenersi che in un campo magnetico il bismuto non solo divenga birefrangente come lo sospettò il Kundt, ma che si comporti come una tormalina.

H. CLASSEN. *Modo facile di ottenere le scintille efficaci per le ricerche di* Hertz. — Con un grosso rocchetto di Ruhmkorff munito di un rapidissimo interruttore Depretz, l'A. otteneva scintille lunghe 14 cm. e quando diminuiva la distanza fra le sferette, otteneva una scarica continua che non serviva più a ripetere le esperienze di Hertz. Egli osservò peraltro che facendo allora arrivare contro il fascetto luminoso una corrente d'aria o un getto di vapore, fra le sfere del rocchetto scoccavano scintille ben distinte e regolarissime, colle quali le esperienze di Hertz riuscivano perfettamente. Ciò è forse dovuto al fatto che col soffio di aria vengon portate via le particelle metalliche che si staccano dagli elettrodi, e che altrimenti formerebbero un conduttore continuo che si oppone alla produzione delle scintille.

Vol. 40. — E. WARBURG. *Su un metodo per introdurre del sodio metallico nei tubi di* Geissler, *e sulla caduta di potenziale nella scarica luminosa.* — Invece di mettervi del sodio che si trova in commercio, e che è disadatto perchè contiene molto gas condensato, l'A. fa depositare elettroliticamente il sodio nei tubi di Geissler, decomponendo il vetro stesso di quei tubi alla temperatura di 300° per mezzo della corrente di un accumulatore di 1000 a 2000 *volta*. La corrente passa da un filo di platino, che è introdotto entro il tubo, a un bagno di amalgama di sodio ove pesca un'opportuna appendice del tubo stesso. Il sodio, che così è reso libero, non si manifesta colla sua luce gialla caratteristica finchè tutto l'ossigeno che era nel tubo non sia stato assorbito. Anche l'idrogeno è assorbito dal sodio; ma non si può riconoscer nessun assorbimento per l'azoto.

L'accumulatore può esser sostituito da un piccolo rocchetto d'induzione, attivato da 3 bunsen, che dia scintille di 25 mm.

nell' aria; facendolo agire per un' ora e mezzo l' A. potè eliminare tutto l'ossigeno che era rimasto nel tubo alla pressione di mm. 0,09.

In un precedente lavoro (*N. Cim.* 24, pag. 186) l' A. fece notare le differenze che si presentano nella caduta di potenziale in un tubo a gas rarefatto, a seconda che si adopra azoto umido o ben secco, e a seconda che la scarica si faccia durare più o meno a lungo; con i tubi preparati nel modo ora detto, egli ha potuto costatare che quelle differenze eran dovute all' ossigeno che restava mescolato coll' azoto. Infatti, quando ogni traccia di ossigeno sia stata assorbita dal sodio allo stato nascente, la caduta di potenziale nell' azoto secco resta assolutamente costante, indipendente dalla durata della scarica, e un po' minore che per l' azoto umido. Altre impurità, che si trovino presenti in piccole proporzioni, non influenzano sensibilmente la caduta di potenziale.

L. Graetz. *Sulla conduttività elettrica dei sali solidi e liquefatti.* — Prendendo le precauzioni necessarie a mantener costante la temperatura, e misurando le resistenze per mezzo di correnti alternate e di un elettrodinamometro, l' A. ha ottenuto i seguenti resultati:

In pochi casi si ha una variazione notevole nell' andamento o nella grandezza della resistenza al punto di fusione; in alcuni sali la resistenza comincia a cambiare rapidamente già al di sotto del punto di fusione, e in altri si nota una variazione sempre continua. Non si ha differenza fra la conduttività allo stato solido e quella allo stato liquido; perchè in ambedue i casi essa è di natura elettrolitica, come fu dimostrato da Warburg per il vetro e per il quarzo. Non è più possibile di ammettere l' ipotesi del Clausius che nei solidi le molecole oscillino sempre attorno a punti fissi, e quindi non si può parlare di divisione netta fra i solidi e i liquidi, divisione che non si ha del resto nella natura. Nei solidi si trovano già delle molecole *fluide*, cioè che posson muoversi entro la massa, anche a temperature alle quali il corpo appare assolutamente solido; e la mobilità delle molecole cambia perciò gradatamente colla temperatura.

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:

Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50

Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al Prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

(Conto corrente con la Posta)

Si pubblica una volta al mese. 1891. Fascicolo 3. e 4.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXIX.

MARZO e APRILE

Pubblicato il 24 Maggio 1891.

1891

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

SUL CREPUSCOLO; MEMORIA DI ANGELO BATTELLI.

I. Sebbene le prime osservazioni sul crepuscolo rimontino ad epoche antiche, tuttavia può dirsi che prima della classica descrizione del Bezold [1]) comparsa nel 1864, non si aveva neppure un' idea ben chiara del modo in cui si presentano e si succedono ordinariamente le varie fasi del crepuscolo sia mattutino che serotino.

Quando nel 1883-84 le colorazioni dell' aurora e del tramonto si mostrarono per tutta l' Europa con straordinaria magnificenza, diversi studiosi seguirono con attenzione lo svolgersi delle successive fasi del fenomeno, e riuscirono a misurarlo in alcune parti. Con questo nuovo materiale furono riprese e discusse le idee che erano state lanciate intorno all' argomento da Clausius, da Brücke, da Lommel ed altri; da qualcuno furono anche ingegnosamente modificate ed ampliate; ma ad onta di tuttociò non si è dato ancora ragione completa dell' intero sviluppo della meteora.

II. Uno degli studi più importanti da fare nello stato presente del problema si è quello di seguire attentamente ogni giorno, sì al mattino come alla sera, l' andamento del fenomeno da una stazione che sia circondata da ampio orizzonte, e di cui si conoscano possibilmente le condizioni climatologiche; di prendere le misure delle singole fasi del fenomeno stesso con tutta l' esattezza che la natura sua e i mezzi presenti della scienza possono concedere; di determinare nello stesso tempo i valori degli elementi meteorologici principali.

La sommità della collina su cui è posta Cagliari gode di ampio orizzonte, rallegrato quasi ogni sera e ogni mattina da stupendi crepuscoli. Dal bastione di St. Remis io ho fatto in quest' anno le mie osservazioni, quasi continuatamente dal mese di gennaio a quello di giugno.

1) *Pogg. Ann.* vol. 123, pag. 240.

Chi si trova su questo bastione vede sorgere il sole dietro le montagne di Capo Carbonara e di Serpeddì, a cominciare dall'estremità sud del Monte Urpino nell'inverno, per finire sopra S. Gregorio nell'estate. E lo si vede tramontare al di là delle colline di Capoterra, dal monte Sarroch, dietro cui sparisce nell'inverno, fino ai monti di Siliqua dove muore nell'estate.

Le montagne dell'oriente sono a piccola altezza al di sopra del bastione di St. Remis; le colline dell'occidente si mantengono invece press'a poco al livello di questo. Fra le prime e il bastione trovasi un'ampia vallata a livello del mare, dentro cui s'interna per alcun tratto una lingua dello stagno di Quarto; fra le colline di Capoterra e lo stesso bastione si trovano, verso la città una lunga pianura, e verso le colline una striscia di stagno che a partire dal mare si stende al di là di Siliqua, dove il sole tramonta nell'estate. A sud del bastione abbiamo il mare, e al nord la pianura del Campidano.

Questa speciale configurazione del dintorno di Cagliari ha un'influenza non del tutto trascurabile, come vedremo, sopra alcune particolarità che ha qui lo sviluppo della meteora.

Intanto comincierò col dare la descrizione del crepuscolo in Cagliari, in tutte le sue particolarità che si possono osservare più o meno distinte ogni mattina od ogni sera, quando il cielo non è ingombro di nubi sopratutto ad oriente e ad occidente.

Supporrò di avere innanzi agli occhi il tramonto come quello che più facilmente può esser ricontemplato da chiunque; del resto dovrò mostrare in seguito che l'aurora non si distingue da esso, qui in Cagliari, che in poche sfumature di lievissima importanza. E per esser più chiaro distinguerò il fenomeno in quattro parti, come a me stesso, dalla pratica dell'osservazione, è sembrato ch'esso naturalmente si suddivida.

La prima parte comprende una serie di variazioni di colori che si svolgono lungo tutto l'orizzonte, prima ancora che il sole tramonti. Quand'esso nel pomeriggio è disceso fino a 4° o 5° circa sopra l'orizzonte, lo si comincia a vedere circondato da un'aureola splendente bianchiccia, la quale si estende quasi uniformemente da tutte le parti, e risalta con molta evidenza quando il cielo è di un turchino carico. Frattanto osservando attentamente all'ingiro la cerchia dell'orizzonte, si scorge quasi sem-

pre, specialmente a N-W e a S-W, una fascia caliginosa di un colore grigiastro slavato (spesse volte iniettato di purpureo fosco) e di altezza differente nelle diverse sere. Nello stesso tempo, rivolgendo l'occhio ad occidente, si vede adagiata sulle colline di Capoterra una zona poco estesa, dell'altezza di circa mezzo grado, di un colore giallo delicatissimo. Sopra questa zona il più delle volte apparisce uno strato di colore verde bluastro trasparente come un velo, che va sfumando insensibilmente verso l'alto.

Mentre il sole continua a discendere, il giallino dell'occidente va sempre più rinforzandosi, nel tempo che il verde si alza lentamente sull'orizzonte e si estende verso Nord e verso Sud. Quando poi il sole è disceso alla distanza di poco più di *un grado* sopra l'orizzonte, la zona gialla dell'Ovest comincia a tendere all'aranciato, e ad ingrandire le sue dimensioni; mentre che lo strato verde è scomparso dalle vicinanze del sole, e si è portato a N-W e a S-W, mantenendosi sempre di una tinta leggerissima, appena percettibile; cosicchè a N-W e a S-W il cielo è occupato all'orizzonte da una fascia gialliccio verdina, che va insensibilmente sfumando verso l'alto in una zona verde sbiadito. Delle due zone verdi di dimensioni variabilissime, quella collocata a N-W si mostra quasi costantemente di colorito più carico e di estensione più grande. Se intanto si rivolge l'occhio all'oriente, lo si trova anch'esso occupato da una fascia verde la cui altezza oscilla dai 5° ai 6° e la cui estensione in azimut può raggiungere non di rado i 90°, e talora anche di più. Al di sopra di questa fascia il cielo è di un turchino molto chiaro, fino ad una altezza di parecchi gradi; cosicchè ora non mantiene più del suo blu ordinario, che una larga striscia la quale a partire dallo zenit va restringendosi verso i punti precisi di Nord e di Sud.

Quando i raggi solari cominciano a sfiorare la cresta della collina, si ha il principio della seconda parte del crepuscolo. All'occidente la base della zona gialliccia per l'altezza di circa un grado, si tinge in colore rossiccio sbiadito, il quale rapidamente si rinforza, e va estendendosi sfumando via via, verso il Nord e verso il Sud; nel mentre che la fascia verdina di N-W e di S-W (che si è un poco inalzata) assume una colorazione sempre più

marcata e splendente, e va anch'essa estendendosi verso il nord e verso il sud. Nello stesso tempo sopra la zona verde dell'oriente comincia a salire dal basso una fascia di color rosso rame sbiadito, sfumato verso l'alto, simile ad una nube leggerissima. Ma è necessario in questo momento tener l'occhio rivolto verso occidente, dove avvengono mutamenti con una celerità sorprendente. La zona gialla va assumendo un colore sempre più carico, che dopo pochi minuti si è trasformato in bellissimo arranciato, mentre la tinta rossigna della sua base diviene sempre più marcata e più splendente, e va sempre più estendendosi verso Nord e verso Sud. L'aureola splendente bianchiccia che attornia il sole, si allarga in senso orizzontale e si abbassa rapidamente in senso verticale, onde prende la forma di un gran disco schiacciato molto splendente; cosicchè appena il sole è scomparso dietro la collina, il cielo occidentale presenta l'aspetto di una parete coperta di strati colorati paralleli all'orizzonte.

Da questo momento non si hanno più all'ovest per un certo tratto di tempo, se non variazioni insensibili. Solamente diviene sempre più distinto il limite fra la zona gialla e il cielo sovrastante: limite a cui Bezold diede il nome di *primo arco crepuscolare occidentale.*

All'oriente invece appena il sole è tramontato, la colorazione verde verso l'alto diviene alquanto più carica; e la fascia rossa sottostante aumenta in intensità, mantenendo però sempre lo splendore smorto di rosso-rame sporco, e si alza fino a 8° o 10° sopra l'orizzonte. Poco dopo comincia a spuntare dietro la montagna che si estende da Capo Carbonara a Serpeddì uno strato di color d'acciaio senza splendore, che è la così detta *ombra della terra.* Questo strato inalzandosi a poco a poco, e tenendosi sempre appoggiato all'orizzonte, apparisce dopo breve tempo della forma di un segmento, che occupa in azimut un' estensione dai 60° ai 70° quando l'altezza del suo vertice è di circa 2°. Le sue estremità verso Nord e verso Sud si distinguono con grande difficoltà, perchè vanno a perdersi nella caligine grigio-scura da cui è occupato l'orizzonte N-E e a S-E; perciò le misure che si volessero fare sull'estensione dell'ombra della terra, avrebbero bisogno di molte cautele.

Questo segmento grigio, mentre s'innalza va coprendo man

mano la fascia rossa del cielo orientale, perchè questa non ha ormai verso l'alto che un movimento insignificante. Intanto il cielo si va facendo sempre più scuro, e non si distingue già più alcuna traccia di verde sopra la fascia rossa che va anch' essa diluendosi; cosicchè quando questa è totalmente coperta dal segmento grigio, non è più percettibile (tranne in casi rarissimi e per pochi minuti) il limite fra lo stesso segmento grigio e il cielo sovrastante.

In generale il vertice di questo limite, negli ultimi istanti in cui è visibile ancora, ha un'altezza che oscilla fra i 12° e i 14°; mentre l'estensione azimutale del segmento non può essere ben precisata, perchè le due estremità sono grandemente slavate e vanno a perdersi nello strato caliginoso che occupa l'orizzonte verso Sud e verso Nord; però dalle osservazioni fatte dovrei ritenere, che tale estensione sia molto inferiore ai 180°.

Non di rado lo strato caliginoso di colore grigiastro appoggiantesi all'orizzonte, da S-E si estende fino all'oriente, e allora può far credere ad un occhio poco esperto nella presenza del segmento ombra della terra, quando questo è già scomparso; oppure può rendere molto incerta la determinazione dell'altezza del segmento, anche prima che la fascia rossa sia perfettamente svanita. Altre volte la determinazione dell' altezza medesima vien resa incerta dal fatto, che la zona rossa assume una tinta purpureo-fosco, e allora il limite del segmento comparisce di colore violetto, appena distinguibile dal colore della zona, e sfumato. Ad onta di tutto questo, dopo un po' di pratica si può sempre misurare l'altezza del segmento coll' esattezza di $^1/_6$. Da alcuni calcoli risulta che, quando il segmento grigio ha coperta tutta la zona rossa (all'altezza di 12° a 14°), il sole trovasi a circa 4° sotto l'orizzonte (circa 25 minuti dopo il tramonto).

Come ho detto di sopra, dal momento che il sole è disceso del tutto sotto l'orizzonte, non si hanno più per un certo tempo delle variazioni sensibili nel cielo occidentale; se non che la tinta rossa, che si poggia direttamente sull' orizzonte, è andata lentamente affievolendosi e ha invaso anche il Nord e il Sud, rimanendo ordinariamente più carica e più fosca verso il Nord. Però quando la profondità del sole è diventata di circa 2° si

rende nuovamente appena appena visibile al di sopra del giallo dell'ovest una stretta fascia verdina; e la tinta rossa ad occidente comincia ad essere appena percettibile e scompare del tutto quando il sole è disceso già di 3° sotto l'orizzonte. Intanto tutto il cielo va diventando rapidamente più scuro; la zona gialla dell'ovest abbandona gran parte della sua lucentezza, e la striscia rossiccia va dileguandosi anche dal N-NO e S-SO, per lasciar posto ad un grigiastro che va sfumando verso l'alto nella tinta verde che perdura ancora, meno splendida ma forse più distinta.

In questo tempo, circa 20 minuti dopo la caduta del sole, ha fine la seconda parte del crepuscolo. Prima di cominciare la descrizione della terza parte, credo utile di far menzione di alcuni fenomeni singolari, che si presentano talora nel mentre il sole tramonta, o pochi istanti più tardi.

Invece di trasformarsi in aranciato la zona gialla ad occidente, quando il sole sparisce dietro la collina, si colora qualche volta quasi improvvisamente di rosso-fuoco vivace che dura raramente fino a tarda sera. Questa colorazione io penso che debba attribuirsi alla presenza di nubi poste immediatamente sotto l'orizzonte; poichè quattro volte mi è avvenuto di osservare il fenomeno, mentre gli orli superiori delle nubi erano visibili, e un'altra volta che alcune nubi leggere rasentanti quasi l'orizzonte, venivano spinte dal vento nella direzione Sud-Nord, appena ebbero raggiunto la collina di Capoterra, nascondendosi in parte dietro di essa, la zona gialla del cielo ovest cominciò a prendere una tinta rossiccia, che andava facendosi sempre più viva ed estendendosi sempre più verso N-O, man mano che le nubi si avanzavano. Ciò spiega anche il fatto, che tali colorazioni avvengono ora mentre cade il sole, ora più o meno tardi, senza regola alcuna.

Tal altra volta, ma assai più raramente, il sole tramontando pare che si immerga dentro un mare di sangue; dietro il quale lo si vede discendere come un disco senza raggi, pur esso di colore rosso-sangue, ma alquanto più vivace del colore della zona che lo circonda. Questo secondo fenomeno molto probabilmente è dovuto alla presenza di grande umidità nell'atmosfera; poichè delle tre sere in cui lo potei osservare, in due di esse

aveva piovuto poco prima, nella terza si avevano segni di una abbondante umidità.

Adunque circa venti minuti dopo la caduta del sole, cioè quand'esso è giunto a circa 3° e $^1/_2$ sotto l'orizzonte, ha principio il terzo periodo del crepuscolo, che si potrebbe chiamare il periodo della prima luce purpurea. Ad un'altezza di circa 25° comparisce sul blu del cielo, che ha già perduto gran parte del suo chiarore, una colorazione fra il roseo ed il purpureo, dapprincipio così debole, che non può essere avvertita che da un occhio bene esercitato. Però essa aumenta d'intensità rapidamente, e si estende verso l'alto e verso il basso, prendendo la forma di un disco quasi circolare, dagli orli grandemente sfumati, il quale ingrandendo di continuo il suo raggio pare che vada a terminare negli strati colorati dell'occidente. Il luogo di mezzo di questo disco, dove esso è più vivamente colorato in rosso, corrisponde all'incirca, appena il disco si è formato, alla regione in cui è comparso il primo arrossimento. Chi guarda in questo frattempo gli oggetti rivolti verso l'occidente, e che dopo il tramonto erano andati man mano sempre più oscurandosi, li vede improvvisamente risplendere di un colore rossiccio. È lo stesso fenomeno osservato da Necker [1]) sul Monte Bianco e sulle altre montagne nevose visibili da Ginevra, e che egli attribuisce ad un effetto di contrasto. Egli dà ragione della sua spiegazione fondandosi principalmente sul fatto che la ricolorazione di quelle montagne avviene, quando sul cielo orientale, su cui esse si proiettano, la zona rossiccia è di già quasi tutta coperta dall'*ombra della terra*. Ma come si è visto poco sopra, in quel tempo per l'appunto comparisce la prima luce purpurea, e d'altronde si può facilmente convincersi che il fenomeno non può avere come causa fondamentale il contrasto, osservando, allorchè splende la luce purpurea, due oggetti (nel mio caso erano due campanili lontani) che si proiettino rispettivamente sulle basi del cielo Est e del cielo Sud, quando esse hanno press'a poco lo stesso colore grigiastro. L'osservatore vedrà il primo oggetto, quello che ha esposta ad Ovest la faccia rivolta all'osservatore, risplendere di luce rossiccia, e l'altro mantenere

1) *Ann. de Chimie et de Physique*, Ser. II, vol. 70, p. 113; e p. 225, 1839.

press' a poco la tinta scura generale, che ha invaso la superficie terrestre.

Dopo alcuni minuti dall' apparizione della luce purpurea, la sua intensità raggiunge il suo massimo; all' incirca nel momento in cui ad Est scomparisce ogni traccia di colorazione rossiccia, cioè con una profondità del sole di circa 4°. Intanto però il disco della luce purpurea ha immerso l' orlo inferiore negli strati colorati, vicino ai quali esso prende l' aspetto di una delicata cortina che discende lentamente. Ma siccome il centro del disco seguita ad abbassarsi sempre assai più rapidamente del disco stesso, e il suo raggio va continuamente aumentando; ne segue che esso si converte in breve in una specie di mezzo cerchio, estremamente sfumato verso il basso; e infine si riduce sovente ad un segmento di piccolissima altezza e di estensione azimutale piuttosto grande. Allora l' intensità della luce purpurea è tanto diminuita, che alla zona suddetta rimane una tinta fosca appena percettibile; e dopo pochi momenti sparisce del tutto, mentre il sole trovasi a circa 6° sotto l' orizzonte. Dopo pochi minuti dacchè la luce purpurea ha raggiunto gli strati colorati orizzontali, la base di questi assumono di nuovo una tinta rossiccia, che perdura poi fino a sera avanzata.

Qualche volta la luce purpurea invece di essere costituita di un disco, è formata di tante fascie, curvate a modo di archi di circoli massimi, convergenti verso il sole, o più raramente divergenti da esso; le quali ho visto qualche volta estendersi fino ad altezze di 50° e 60° circa. Questi fasci, che furono studiati per primo da Necker [1]) sono in realtà fra loro paralleli e appariscono divergenti o convergenti per effetto di prospettiva. Essi sono prodotti in massima parte dall' ombra proiettata da monti o da oggetti terrestri che si trovano sotto l' orizzonte, come ha dimostrato Riccò [2]); però non di rado sono anche prodotti da nuvole; ed io stesso ho avuto l' opportunità di vedere insieme coi fasci, le punte delle nubi che davano origine alle ombre. Del resto il rapido movimento che in taluni casi si osserva in questi fasci, il loro aumentare e diminuire di numero,

1) Memoria citata.
2) *Ann. dell' Uff. Cent. Meteor. Ital.* vol. VII, parte prima, pag. 366.

il loro ingrandirsi ed impiccolirsi, dimostrano chiaramente che in quei casi le ombre sono prodotte da corpi mobili e variabili. Inoltre qui in Cagliari, mentre questi fasci sono relativamente frequenti nell'inverno, in cui sovente trovansi nubi all'orizzonte, sono invece rarissimi nell'estate.

Appena scomparsa la prima luce purpurea, tutta la superficie terrestre rimane immersa in un'ombra melanconica. Ma intanto lo strato colorato dell'occidente si ravviva alquanto, aumentando l'intensità della base rossiccia, e convertendo la tinta giallina in tinta leggermente aranciata, mentre che la base della fascia a N-W e a S-W, ch'era già diventata grigiastra, assume talvolta fino all'altezza di 1° o 2° una colorazione rosso-fosca debolissima. Nello stesso tempo rivolgendo lo sguardo al cielo orientale lo si vede qualche volta dopo pochi momenti assumere una fosca colorazione rosea, appena percettibile, e sopra di questa un'occhio esercitato può scorgere le traccie di un secondo segmento grigio. Poco di poi, quando cioè il sole ha raggiunta la profondità di circa 7°, si può osservare in circostanze favorevoli una seconda luce purpurea, che si forma all'incirca all'altezza della prima, e come questa va aumentando d'intensità, e va ingrandendosi; ma discende più rapidamente dietro l'orizzonte.

L'intensità di questa seconda luce purpurea è generalmente assai più debole dell'intensità della prima; due sole volte nelle mie osservazioni quella era paragonabile a questa.

Dal gennaio al giugno di quest'anno la seconda luce purpurea in Cagliari fu osservabile il 16 per cento delle volte in cui si mostrò la prima, e il massimo d'intensità della 2ª si ebbe sempre quando il sole era alla profondità di circa 9°, ossia quando il sole era ad una profondità poco più che doppia di quando avveniva il massimo della prima luce purpurea.

Quando è scomparsa infine anche la seconda luce purpurea, (ad una profondità del sole di circa 12°) tutto il cielo è divenuto oscuro, e rimane solo ad occidente una piccola striscia di un debolissimo giallo rossiccio, sopra il quale trovasi ancora l'aureola bianchiccia che è andata sempre più continuando il suo cammino verso il basso. Dopo brevissimo tempo sparisce anche la fascia giallognola, e non rimane che l'aureola bianchiccia,

la quale a poco a poco viene coperta da una specie di velo oscuro che scende dall' alto, e che io credo sia l' ombra della terra resasi di nuovo visibile.

III. L'aurora ha lo stesso andamento del tramonto, ma in senso inverso. Però la zona rossa posta sotto il segmento giallo dalla parte del sole, ha generalmente in Cagliari un colore più fosco al mattino che alla sera; e la tinta rossigna che dopo il tramonto si estende dall'occidente fino al Nord e al Sud, ha al mattino prima del sorger del sole, un' estensione generalmente di parecchi gradi più piccola. Mentre che alla sera la tinta verdina collocata a N-W è quasi costantemente più carica e più estesa, di quella di S-W, al mattino invece tale tinta ha maggiore splendore e spesso anche maggiore estensione a S-E che a N-E. Inoltre la zona rossa che si forma nella regione del cielo opposta a quella ove il sole sorge o tramonta, è generalmente più vivace al mattino che alla sera. Infine è molto più frequente al mattino il vedere il sole levarsi in mezzo ad una zona infuocata o sanguigna, senza raggi, come un disco rovente. Noterò ancora che all'aurora m'è avvenuto *nove* volte di osservare il cielo poco prima del levarsi del sole occupato da striscie aranciate o gialle, curvate sul cielo a modo di archi di circoli massimi, o da raggi dello stesso colore, convergenti verso il luogo ove trovavasi il sole, mentre che alla sera osservai questo fenomeno una volta soltanto: ma mi pare evidente che la predominanza del mattino che risulta dalle mie osservazioni, sulla frequenza di tale fenomeno, debba ritenersi puramente casuale.

Da ultimo è utile pure osservare che i colori crepuscolari sono generalmente più vivaci nell'inverno che nell'estate.

IV. Ed ora sorge spontanea la domanda: Qual'è la causa di queste colorazioni del cielo al tramonto e all'aurora? Il crepuscolo stabilisce il passaggio dalla chiarezza del giorno all'oscurità della notte, o viceversa. Se non esistesse l'aria e le particelle estranee minutissime in essa sospese, tale passaggio avverrebbe improvvisamente. Al mattino per esempio i raggi solari comincierebbero a battere splendidissimi sulle cime delle più alte montagne, circondandole di luce abbagliante, mentre i loro fianchi e le vallate rimarrebbero nell'oscurità più profonda. E fra le diverse ipotesi o teorie proposte al riguardo, ciò che vi

ha di comune fra tutte si è per l'appunto che le colorazioni crepuscolari siano dovute a nebbie esilissime di polvere o di vapore sospesi nell'atmosfera, attraverso le quali alla sera ed al mattino, i raggi solari debbono percorrere un lungo cammino. Quanto alla cagione per cui questi colori si possono sviluppare, attraversando gli strati inferiori dell'aria, si hanno tre teorie principali: quella di Clausius, quella di Brücke e quella di Lommel.

La teoria di Clausius [1]) basa sopra un ipotesi, che ora la scienza ha dimostrato infondata; che, cioè i corpuscoli prodotti per la condensazione del vapor d'acqua nell'aria umida siano vescichette vuote. Se ciò fosse, si avrebbe, secondo Clausius, una spiegazione naturale delle colorazioni dell'oriente e dell'occidente al mattino e alla sera, nelle interferenze prodotte alle superficie interne ed esterne delle vescichette. Però a me sembra che tuttavia non si potrebbero interpretare totalmente mediante le interferenze, nè la distribuzione dei colori sull'intera volta del cielo, nè il loro comportamento nelle diverse fasi del crepuscolo specialmente nel fenomeno della luce purpurea. Ma non starò a farne una discussione particolareggiata, dal momento che la base della teoria, almeno nello stato presente della scienza, è ritenuta come assolutamente falsa.

La teoria di Brücke [2]) parte da un concetto essenzialmente diverso. Egli si appoggia sulla distribuzione di particelle piccolissime nello spazio e sulle formole dell'intensità della luce riflessa e rifratta, per ricavare la legge esposta nel principio di Babinet « che cioè, i raggi di più corta lunghezza d'onda, attraversando piccoli corpuscoli di qualunque materia siano costituiti, vengono annullati più che i raggi di maggiore lunghezza d'onda ». Così egli giunge ad una espressione matematica dalla quale risulta che sotto tutte le circostanze, purchè la luce incidente non sia polarizzata, per quella di più breve lunghezza d'onda l'intensità dei raggi riflessi da particelle piccolissime, è più grande che per la luce di lunghezza d'onda maggiore. Ne segue che nel caso di riflessione e rifrazione contemporanee, avverrà una

1) *Pogg. Ann.* vol. 76, pag. 187; e vol. 84, pag. 449.
2) *Pogg. Ann.* vol. 88, pag. 363.

scomposizione cromatica per modo che nel raggio riflesso abbonderanno i colori più rifrangibili, e nel raggio rifratto quelli meno rifrangibili. Per una sola riflessione la differenza sarà appena percettibile, ma se si immagina che alla prima, ne succeda una seconda, una terza e via di seguito, allora la luce riflessa assumerà una tinta sempre più prossima al turchino, e la luce rifratta una tinta sempre più prossima al giallo e al rosso. Oltre a ciò, quando lo spazio che la luce deve attraversare è pieno di una grande quantità di piccolissime particelle di materia, ciascuna di esse riflette non soltanto la luce diretta che cade su di essa, ma anche quella che gli viene gettata dalle particelle vicine. Nelle molteplici riflessioni così prodotte, Brücke trova la ragione principale per cui un tale spazio riflette la luce ricca di brevi durate di vibrazione, e lascia passare quella ricca di lunghe durate di vibrazione.

Ad un risultato simile a quello di Brücke conducono le ricerche analitiche di Stokes [1]), estese in seguito da Strutt [2]); nelle quali partendo dalle equazioni di movimento dei corpi solidi elastici si arriva alla conclusione che l' intensità della luce che viene riflessa da particelle straordinariamente piccole, è inversamente proporzionale alla quarta potenza della lunghezza d' onda della luce incidente, quando le dimensioni di queste particelle non sorpassino la lunghezza di un' onda luminosa. Perciò in un mezzo pieno di queste particelle debbono essere riflessi preferibilmente i raggi vicini al blu, e debbono trovare libera trasmissione quelli vicini al rosso.

La teoria di Lommel [1]) poggia sopra un' altra base ancora affatto diversa dalle precedenti. È conosciuta da tutti l' immagine di diffrazione che si disegna sulla retina dell' occhio d'un osservatore posto davanti ad una piccolissima fessura praticata in uno schermo oscuro, sulla quale arrivi un fascio di raggi da un punto luminoso molto lontano. È noto pure che quanto minori sono le dimensioni della fessura tanto più lontano dal mezzo dell' immagine di diffrazione si trova il primo minimo di ciascun colore. Inoltre i minimi corrispondenti alle più brevi lun-

1) *Arch. des sc. phys. et. nat.* vol. 20, pag. 59.
2) *Phil. Mag.* vol. 41, pag. 107.

ghezze d'onda si trovano più vicini all'immagine media che i minimi corrispondenti alle onde più lunghe. Perciò se la fessura fosse così piccola che per uno qualunque dei colori si avesse il primo minimo con un angolo di deviazione di 90° dalla direzione della luce incidente, allora tutti i colori meno rifrangibili di quel dato colore non avrebbero alcun minimo; ma lo avrebbero invece i più rifrangibili. Così per es. se la lunghezza di una fessura fosse uguale alla lunghezza d'onda della luce gialla, per l'aranciato e pel rosso non si avrebbe alcun minimo, ma si avrebbe invece per tutti i colori dal verde al violetto. Per cui nell'immagine di diffrazione i colori più rifrangibili soffrirebbero un rilevante indebolimento rispetto a quelli meno rifrangibili. E lo stesso fenomeno si dovrebbe osservare quando invece di una sola fessura, si avesse un numero indefinito di fessure, tutte però di quelle date dimensioni.

Ora Lommel dimostra che i fenomeni di diffrazione che vengono prodotti da un gruppo di piccolissimi schermi, sono perfettamente identici a quelli che sono generati da un gruppo di piccolissime aperture della medesima forma, colla sola differenza che in quest'ultimo caso la luce deviata si unisce continuamente alla luce diretta, in modo che non si ottiene un'immagine ben distinta della sorgente luminosa; mentre che ciò non avviene nel primo caso. E perciò l'occhio di un osservatore che si trovi dietro uno di tali gruppi di schermi su cui cada un fascio di raggi bianchi paralleli provenienti da un punto lontano, riunirà i raggi diretti in un'immagine bianca del punto luminoso, e vedrà attorno a questa un'aureola sfumata rossiccia, se gli schermi sono di dimensioni sufficientemente piccole. Se poi i raggi uscenti dal primo gruppo passano per un secondo gruppo prima di giungere all'occhio dell'osservatore, allora tutti i raggi, i diretti e i deviati, subiranno una nuova azione di diffrazione; per cui i primi daranno luogo ad una seconda immagine bianca del punto luminoso più sbiadita della prima per la perdita d'intensità sofferta lungo il cammino, e inoltre daranno origine ad altra luce rossa; e i raggi deviati d'altra parte riceveranno una nuova perdita della luce di più breve lunghezza d'onda; quindi nell'aureola aumenterà la tendenza alla colorazione rossa. E

così per il passaggio degli stessi raggi attraverso ad ulteriori gruppi di piccoli schermi, la luce bianca diretta s'indebolirà sempre di più, ed ognora di più ad essa si mescolerà la luce rossa prodotta dalla diffrazione; per modo che l'immagine del punto luminoso apparirà di colore rossiccio; e nello stesso tempo l'aureola che la circonda avrà una tinta rossa sempre più viva.

È noto frattanto che negli strati inferiori dell'atmosfera è sospesa una quantità di piccoli corpuscoli: polveri, vapor d'acqua condensato, prodotti da combustione, di esalazioni eterei; e perciò quando il sole è vicino all'orizzonte i suoi raggi per giungere all'occhio dell'osservatore avranno da percorrere un lungo cammino attraverso ad essi, tanto da subire la stessa azione come se dovessero passare per una serie di gruppi di piccoli schermi. Per conseguenza ciascun punto del sole dovrà apparire rossiccio e circondato da un'aureola fortemente rossa, e poichè le aureole rosse dei punti vicini evidentemente si sovrapporranno le une alle altre, così alla luce diretta di ciascun punto del sole si unirà ancora la luce deviata del punto vicino, e quindi la colorazione risultante dell'immagine dell'astro deve riuscire più vivace di quel che sarebbe ogni singolo punto di essa.

Da ultimo Lommel dimostra che non è necessario che i piccoli schermi di diffrazione siano opachi; basta che essi lascino passare meno luce di quella che ad essi arriva; perciò debbono esercitare una tale azione sui raggi anche le sferette di acqua sospese nell'atmosfera.

Questa teoria di Lommel, sebbene non potrebbe così come è esposta, dare ragione sufficiente della produzione e della distribuzione dei colori crepuscolari, mi sembra tuttavia che quando venga ampliata come mostrerò in seguito, ci indichi le cause principali che agiscono nel fenomeno del crepuscolo.

V. Prima di vedere fin dove le teorie sopra esposte possano interpretare le diverse fasi del crepuscolo, oppure quale parte si possa assegnare a ciascuna di esse nella produzione e nel comportamento dei varii colori, credo utile di esporre i risultati di qualche esperienza, su cui dovrò spesso fondare i miei ragionamenti.

Fin dall'aprile dello scorso anno mi accinsi a ripetere le

belle esperienze di Kiessling [1]) sui fenomeni luminosi prodotti nella nebbia artificiale. Con ciascuno dei sistemi da lui suggeriti riempii di nebbia un pallone di vetro della capacità di 5 litri (cioè all'incirca delle dimensioni del vaso da lui adoperato); e vi feci arrivare i raggi del sole riflessi da uno specchio in una stanza oscura.

Nel caso in cui adoperai nebbia omogenea (prodotta nel pallone pieno di aria pura e satura di vapor d'acqua, mediante una forte aspirazione), l'immagine del sole nello specchio vista attraverso a questa nebbia appariva circondata di una piccola aureola verde bluastra, che andava a finire in una debole tinta rosso gialliccia che si estendeva per tutto il pallone. L'aureola che contornava l'immagine del sole non conservava in tutte le esperienze lo stesso colore, ma variava dal verde giallognolo al violetto pallido, secondo circostanze che non ho potuto ben precisare. Il fenomeno che si osserva in questo esperimento ci richiama molto l'idea di alcune delle aureole che si osservano talvolta intorno alla luna; la sera del 3 maggio 1890 io ne vidi una in Cagliari, che assomigliava mirabilmente a quelle che si possono produrre nel pallone suddetto.

Ma assai più interessanti per la spiegazione del fenomeno del crepuscolo, sono le seguenti esperienze ch'io feci a complemento di quelle di Kiessling, pure sulla nebbia omogenea. La nebbia era stata generata versando nel pallone un mezzo litro di acqua, estraendovi l'aria per mezzo d'una pompa, e lasciandovi quindi entrare, mediante l'istantanea apertura d'un apposito rubinetto, un po' d'aria piena di fumo di zinco, ch'era stato prodotto sotto una cappa chiusa. Facendo agire allora per qualche momento la pompa, e interrompendone poi la comunicazione col pallone, si otteneva una nebbia più o meno densa, che si poteva diradare lasciando entrare un po' d'aria. Infine con un'altra piccola rarefazione, il pallone rimaneva pieno di una nebbia, la quale, specialmente se si aveva avuto la cura di sbatter fortemente il pallone stesso, appariva dopo qualche minuto, di uno splendore argentino e uniformemente distribuita.

1) *Di Dämmerungserscheinungen im Jahre 1883 und ihre physikaliche Erklärung von J. Kiessling* (Hamburg u. Leipzig 1885); e *Untersuchungen über Dämmerungserch.* (Hamburg u. Leipzig 1888).

Attraverso a questa nebbia io non guardava, come nell'esperimento precedente, l'immagine del sole data da uno specchio, ma sibbene un disco di sottile carta da filtro, guernito d'una cornice di legno, sul quale mandavo collo specchio un fascio di raggi solari. Nelle prime esperienze, in cui il disco aveva soltanto cinque centimetri di diametro, esso appariva attraverso alla nebbia, di un colore verde bluastro assai sbiadito verso il mezzo, più forte agli orli, il quale si espandeva, sfumando, per qualche centimetro all'intorno, e andava a finire in un'aureola biancastra, in cui si potevano, sebbene non sempre, osservare delle traccie di un giallo pallido, quando l'aspirazione della pompa era stata debole. Aumentando la rarefazione e lasciando tutto in riposo per qualche minuto; o meglio ancora, producendo fin da principio un'aspirazione più forte, il disco di carta e il suo contorno apparivano di un colore verde-giallino, senza che l'aureola variasse sensibilmente. Con un'aspirazione ancora più forte, si presentavano il disco e il suo contorno colorati in giallo sporco, mentre che nell'aureola incominciavano le traccie di un rosa debolissimo. E finalmente producendo un'aspirazione ancora maggiore, si arrivava a dare al disco un colore rosso smorto, il quale a partire dagli orli del disco andava man mano sfumando fino alle pareti del pallone.

In ulteriori esperienze, invece di un disco di carta di cinque centimetri, ne usai un altro di venti centimetri di diametro; e allora, com'era da aspettarsi, tutta la nebbia assumeva ogni volta un medesimo colore, di intensità abbastanza uniforme.

Cercai di scoprire se la quantità di fumo introdotta nel pallone avesse influenza nel fenomeno, lasciando aperto, nelle successive esperienze, per tempi diversi il rubinetto da cui il fumo entrava. Se il fumo era penetrato in maggior copia, allora un'aspirazione uguale produceva una nebbia più densa di quando il fumo era entrato in quantità molto minore; ma, lasciandola in riposo per un tempo uguale, la sua colorazione riusciva pure all'incirca uguale a quella della nebbia più rada; se non che talvolta mi è sembrata alquanto più vivace.

Insomma, quantunque non abbia potuto fare delle misure precise, sia per mancanza di mezzi, sia perchè condizioni apparentemente uguali non producevano identiche colorazioni nella

nebbia, tuttavia ho potuto convincermi, dopo ripetute prove, che la quantità maggiore o minore di fumo introdotta nel pallone non ha grande influenza sulla tinta che essa assume quando viene guardata contro il disco di carta illuminato dai raggi solari; purchè rimanga la stessa l'aspirazione fatta colla pompa dopo l'introduzione del fumo.

La conclusione che deve dedursi da queste esperienze mi sembra chiara. Il numero di particelle di fumo che restano nel pallone dopo l'aspirazione corrisponde al numero di goccettine di acqua costituenti la nebbia che si forma nel pallone stesso; poichè Roberto von Helmholtz [1], completando le ricerche di Coulier, di Mascart, e di Aitken [2], ha dimostrato che una sferetta di nebbia non può prodursi, se non trova un nocciolo di origine liquido o solido. La grossezza invece delle sferette di nebbia prodotte nel pallone deve dipendere dalla maggiore o minore aspirazione esercitata dalla pompa; poichè un'aspirazione più forte genera un raffreddamento più grande e quindi una deposizione liquida più copiosa sul nocciolo della sferetta di nebbia.

Per conseguenza deve concludersi che il disco di carta illuminato dai raggi solari, visto attraverso il pallone pieno di nebbia, apparisce di un colore tanto più rifrangibile quanto le goccioline della nebbia stessa sono più piccole; senza che sulla natura del colore abbia influenza visibile il numero delle goccioline (intendo dentro i limiti in cui furono fatte le mie esperienze).

Feci anche esperienze con nebbie non omogenee di vapore di acqua e d'altri vapori. Lasciando entrare in un pallone di vetro contenente un po' d'acqua e quasi vuoto d'aria un po' di fumo di solfo e poi aspirando, giunsi ad ottenere una nebbia eterogenea tale che attraverso ad essa l'immagine del sole data da uno specchio appariva circondata da una larga aureola bianchiccia, la quale soltanto presso le pareti del pallone lasciava scorgere una leggerissima sfumatura azzurra.

Tentai diverse prove con palloni pieni di vapore di solfo,

1) *Meteor, Zeitsch.* 1886, pag. 263.

2) Coulier, *Naturforscher*, ott. 1875; Mascart, *Les Mond* 1875, pag. 82; Aitken, *Trans. of the Roy. Soc. Edinb.* vol. XXX, 1881.

di fumo di zigaro, di vapore di zinco e di fumo di esca variamente mescolati; l'immagine del sole appariva attraverso ad essi colorato di tinte diverse, secondo le mescolanze; ma per la massima parte delle volte di colori più vicini all' azzurro.

Esperimentai finalmente con polveri finissime di varie sementi e di ceralacca, macinate fra due lastre di ferro. Spargendole con un soffietto dentro una vasca di legno dalle due pareti estreme di vetro, lontane fra di loro 60 centimetri, queste polveri formavano una nuvola piuttosto densa, attraverso la quale l'immagine speculare del sole compariva generalmente bianca e circondata da un' aureola bianchiccia, la quale talvolta aveva una debole tinta rossa-fosca. Lasciando però in riposo la vasca per circa dieci minuti, si riusciva quasi tutte le volte a rendere rossiccia tanto l' immagine del sole, quanto l' aureola che occupava tutta l' estensione della vasca. Una volta potei osservare l'immagine colorata in rosso vivo verso l' alto, e in rosso fosco verso il basso.

Queste esperienze confermano i risultati delle ricerche di Kiessling dirette a dimostrare che l' immagine di diffrazione di un oggetto luminoso visto attraverso una nebbia di particelle finissime risulta di colori più o meno forti, secondochè la nebbia è più o meno omogenea; e può anche riuscire scolorata, quando le particelle sono di grandezze fra loro molto diverse.

Ma le esperienze fatte in così piccola scala, sebbene forniscano i dati principali per riconoscere le cause delle colorazioni crepuscolari, non potevano dare una riproduzione minuta del fenomeno nelle varie sue particolarità. Perciò io aumentai le dimensioni degli apparecchi, dando loro tale disposizione che rende possibile il riprodurli a qualunque studioso che disponga di un gabinetto di fisica anche mediocrissimo, essendo essi di non difficile costruzione e di poco costo.

Feci costruire una cassa della lunghezza di quattro metri, della larghezza di tre, e dell' altezza di un metro e mezzo. Le quattro pareti più grandi erano di ferro zincato, le due più piccole opposte fra di loro erano di vetro. Siccome nella cassa doveva prodursi rarefazione, la difficoltà unica che s' incontrava nella sua costruzione si era di saldare in modo le lastre di vetro, che dovevano costituire le basi, da ottenere delle congiunzioni

a tenuta d'aria. Per unire fra di loro le lastre, si adoperarono delle liste di ottone della larghezza di mezzo centimetro con due scanalature longitudinali opposte, simili a quelle che adoprano i vetrai per le finestre. In queste scanalature vennero fissati gli orli delle lastre di vetro con un cemento di minio e biacca ; indi si coprirono con molte mani di ceralacca fusa finissima gli angoli formati dalle liste colle lastre, lungo le loro linee di congiunzione. — Per congiungere le lastre esterne di vetro alle pareti di ferro zincato, quest' ultime vennero ripiegate agli orli in modo che ciascuno di questi offrisse una scanalatura in cui veniva inserito e fissato l' orlo di una lastra, come nelle scanalature delle liste di ottone [1]).

Il fondo della cassa portava sette fori, alla distanza di cinquanta centimetri l' uno dall'altro nel senso della lunghezza della cassa medesima, nei quali erano inseriti altrettanti tubi di vetro che ripiegandosi opportunamente andavano a terminare in un'unica canna munita di rubinetto, la quale entrava sotto una vicina cappa. Un altro tubo di vetro era inserito in una parete laterale della cassa, ed era congiunto ad una larga canna ad U, dalla quale infine partivano due altri tubi, di cui il primo era in comunicazione con due macchine pneumatiche, e il secondo con quattro grosse damigiane di vetro. La canna ad U, ch' era disposta colle due branche rivolte verso l' alto, conteneva nel fondo un po' d' acqua, e i due tubi che uscivano da essa erano muniti di chiavetta a tenuta d' aria.

Dentro la cassa erano state collocate sei vaschette piene di acqua distribuite simmetricamente.

Per produrre la nebbia si procedeva così. Si chiudeva la chiavetta della canna posta sotto la cappa, e si aprivano quelle che conducevano alle macchine pneumatiche e alle damigiane, indi si facevano agire le macchine fino a che nella cassa la pressione fosse discesa a tre o quattro centimetri; infine si chiudevano anche le due ultime chiavette, e si continuava per alcun tempo a estrarre l' aria dalle sole damigiane, essendo esse anche per altra via in comunicazione colle macchine pneumatiche. —

1) Sono lieto di rendere pubbliche grazie al sig. Dessi, meccanico-assistente in questo Gabinetto di Fisica, alla di cui pazienza e abilità debbo la buona riuscita della cassa, che ha richiesto venti giorni di prove prima di essere perfettamente all' ordine.

Dopo di ciò si faceva bruciare sotto la cappa una capsula piena di solfo o piena di esca, in modo che la colonna di vapore che si ergeva da essa passasse davanti alla bocca della canna di vetro comunicante con la cassa. Indi si apriva improvvisamente per pochi istanti la chiavetta della canna, per cui entrava nella cassa, per i sei fori del fondo, una nuvola di fumo. Allora si metteva la cassa in comunicazione istantanea colle damigiane; e per l'improvvisa rarefazione si produceva subito una nebbia eterogenea sparsa con irregolarità nell' ambiente. Si ripeteva due o tre volte l' operazione di guisa che la nebbia diventava densissima; e quindi si faceva entrare nella cassa un getto di aria che diradava la nebbia e la lasciava vedere distribuita con sufficiente uniformità. Per avere tuttavia una distribuzione più regolare, si metteva ancora la comunicazione colle damigiane, dalle quali è superfluo il dire che in ogni intervallo veniva di nuovo estratta l'aria.

Attraverso a questo strato considerevole di nebbia osservai l'immagine del sole data da uno specchio, lo stesso disco solare nelle ore pomeridiane, un grande schermo di sottile carta da filtro direttamente illuminato dal sole, e il chiarore crepuscolare mentre il sole era vicino all'orizzonte.

Nei primi momenti in cui la nebbia si era formata, tanto l'immagine quanto il disco reale del sole apparivano di un color bianco vivace, privi di raggi e circondati da un' aureola bianchiccia che arrivava alle pareti della cassa. Ma dopo dieci o quindici minuti di riposo, il disco assumeva una colorazione molto sbiadita variabile fra il violetto purpureo e il rosso bruno, attorniato da una larga aureola leggermente rossigna agli orli del disco e terminante verso l'alto in verde gialliccio pallido, al di là della quale si stendeva da tutte le parti fino alle pareti della cassa, un bagliore biancastro, con una tendenza più o meno marcata al grigio piombo molto forte verso il basso, debolissimo verso l'alto.

Mi pare che non si possa mettere in dubbio che questo bagliore biancastro fosse dovuto principalmente alla rifrazione dei raggi solari attraverso le goccettine di nebbia; poichè esso si trova in accordo colla teoria della rifrazione in una sferetta di acqua [1]),

1) Roth, *Meteor. Zeitsch.* Vol. 2°, pag. 53.

e d' altra parte non mi pare spiegabile nè colla sola riflessione, nè colla diffrazione.

Del resto ciò mi risultò evidente, guardando la nebbia dalla parte stessa da cui venivano i raggi solari. Si vedeva nel mezzo l' immagine del disco del sole, all' incirca dello stesso colore con cui nella medesima circostanza compariva dall' altra parte della cassa, e colla sola diversità di una tendenza un po' più spiccata verso il violetto. L' aureola che lo circondava era alquanto più ristretta di quella veduta dalla parte contraria, e aveva presso il disco una tinta paonazza, che andava rapidamente sfumando in un rosso giallino. Al di là dell' aureola si vedeva, fino a piccola distanza da tutte le parti, un bagliore bianchiccio di piccolissima intensità, che moriva assai prima di giungere alle pareti della cassa; esso era dovuto evidentemente alla riflessione della parte più vivace del bagliore di rifrazione, per effetto degli ultimi strati verticali di nebbia.

Di altrettanto interesse furono le osservazioni dello schermo di carta da filtro, e del chiarore crepuscolare, attraverso la cassa piena di nebbia. Lo schermo di carta copriva tutta l' apertura di un' ampia finestra, ed era direttamente illuminato dal sole; e la stanza in cui era collocata la cassa durante l' esperienza, non riceveva luce da nessun' altra parte. Era necessario, per la buona riuscita, dopo la prima introduzione copiosa di fumo, aprire e chiudere molte volte alternativamente la comunicazione con le damigiane e con l' aria esterna contenente sempre un po' di fumo d' esca, onde avere in tutte le sezioni verticali della cassa un' uguale distribuzione della nebbia; badando però di rifare tutte le volte il vuoto nelle damigiane, per modo che nella cassa si potesse avere una pressione finale di non più di due centimetri di mercurio. Allora lo schermo di carta guardato attraverso la cassa, dava nei primi momenti a tutta la nebbia una colorazione leggermente rosea, e qualche volta soltanto tendente al gialliccio. Ma dopo un po' di tempo, la tinta rossa cominciava a scendere verso il basso, diventando più distinta; e rimaneva superiormente una tinta giallina, la quale spesso verso l' alto si mescolava a traccie di verde.

Questa descrizione mostra che la tinta che assume uno schermo bianco luminoso guardato attraverso un grosso strato

di nebbia lasciata per alcun tempo in riposo, assomiglia grandemente alla tinta che prende alla sera il cielo occidentale, quando il sole è vicinissimo all'orizzonte.

Ma la somiglianza era ancora altrettanto buona, se invece dello schermo di carta si presentava alla faccia della cassa l'aureola bianchiccia dell'Ovest al tramonto, cioè, il chiarore crepuscolare. Per me era facile una tale esperienza, avendo la finestra del gabinetto, davanti a cui facevo le osservazioni, rivolta ad occidente. Quando ancora le sferette di nebbia non si erano distribuite in strati orizzontali, a seconda della loro grossezza, non si vedeva nient'altro che un bagliore di color aranciato molto sbiadito. Ma, allorchè dopo un po' di riposo, era avvenuta una tale distribuzione delle sferette di nebbia, la tinta aranciata si portava in basso, diventando più viva, e soventi quasi rosea; e sfumava via via verso l'alto in una fascia gialla che andava facendosi sempre più delicata, e che più in alto ancora si mescolava a un po' di verde, terminando talora in una strettissima zona, in cui il verde predominava sul giallo. Questa stratificazione di colori ha molta somiglianza con quella che avviene all'Ovest o all'Est rispettivamente la sera o il mattino, quando il sole è ancora di due o tre gradi lontano dall'orizzonte.

Per decidere se questi colori erano dovuti a diffrazione o ad assorbimento elettivo, bastava guardare la massa della nebbia dalla parte stessa della finestra. Allora, sia che mandasse luce sulla cassa lo schermo di carta, o il chiarore crepuscolare, la nebbia appariva di un colore azzurro bianchiccio, su cui si disegnavano come un'ombra gli strati colorati che erano distintamente visibili dall'altra parte. L'osservazione si doveva fare tenendosi in disparte rispetto alla cassa, affinchè il fenomeno non venisse alquanto disturbato dalle riflessioni prodotte dalle due basi della cassa medesima. Quest'osservazione mostrava evidentemente che si aveva in realtà una riflessione dei raggi più rifrangibili sulle sferette di nebbia, ma che essa non era la causa principale del fenomeno degli strati colorati, che si osservavano guardando attraverso la nebbia lo schermo di carta o il chiarore crepuscolare; poichè in tal caso la nebbia dalla parte della finestra avrebbe dovuto presentarsi in strati di colori complementari ai precedenti.

VI. Dalle esperienze sopra riferite sembrami che si abbiano elementi, se non per spiegare tutto il processo complicatissimo delle colorazioni crepuscolari, almeno per assegnare a ciascuna fase la cagione principale da cui essa deriva.

Tratterò per ordine l'una dietro l'altra ognuna delle quattro parti in cui ho diviso il fenomeno.

Nella prima parte si presentano principalmente l'aureola bianchiccia che attornia il sole, e i primi strati colorati dell'orizzonte.

Questa prima parte è quella a cui forse meno che alle altre è stata rivolta l'attenzione dei fisici: cosicchè non mi sono accorto che alcuno abbia dato ancora la spiegazione dell'aureola bianchiccia, o, ciò che è lo stesso, del chiarore crepuscolare. Però essa ci viene facilmente spiegata dall'osservazione del sole fatta attraverso il grosso strato di nebbia della cassa adoperata nell'ultima serie di esperienze descritte, poichè in essa il disco solare appariva circondato, in vicinanza delle pareti della cassa, da un bagliore molto somigliante a quello dell'aureola bianchiccia. Mostrai che tale bagliore doveva attribuirsi principalmente alla rifrazione dei raggi solari attraverso le goccioline di nebbia, e quindi è naturale l'ammettere che l'aureola bianchiccia che attornia il sole, sia dovuta soprattutto alla rifrazione per effetto delle goccioline di acqua sospese negli alti strati dell'atmosfera. Sta d'accordo con tale spiegazione del fenomeno il fatto che tale aureola è visibile quasi sempre intorno al sole, anche quando è altissimo sull'orizzonte; e tanto più visibile quanto il cielo è, come si suol dire, più caliginoso, ossia quando si hanno in strati atmosferici più o meno lontani grandi quantità di nebbia sparsa sulla volta celeste. E sta d'accordo con la stessa spiegazione anche l'estensione che prende l'aureola stessa, poichè da molte misure che ho fatte con un teodolite, il cui cannocchiale era sostituito con un bastone di ferro a doppia mira, mi è risultato che quando il sole era ancora di qualche grado sopra l'orizzonte, l'aureola si estendeva di 30° (nel caso di cielo molto sporco) fino a 45° e forse 50° (nel caso di cielo purissimo) dal disco dell'astro. Ora, se un raggio solare va a battere sopra una sferetta di acqua, e si rappresenta con 100 l'intensità della luce che uscendo prosegue la direzione del raggio incidente, si ha dalla teoria per l'inten-

sità del raggio che fa un angolo di deviazione di 20° dalla luce incidente, il valore 54; per il raggio che fa un angolo di deviazione di 30° il valore 28, e per il raggio che fa un angolo di deviazione di 50° il valore 6. Si comprende quindi con facilità come nel caso di aria pura e di piccolo potere assorbente un occhio esercitato possa scorgere l'aureola di rifrazione fino a 50° circa, mentre che invece nel caso di aria torbida l'aureola stessa possa scorgersi soltanto fino a distanza molto minore.

Però non debbono escludersi come cause concomitanti per la produzione dell'aureola bianchiccia attorno al sole, la diffrazione e la riflessione. La prima di queste deve pur essa dar luogo ad un bagliore quasi scolorato, perchè i raggi solari che in esso han parte, attraversando gli strati atmosferici in tutti i sensi, incontrano particelle di dimensioni differenti; come nell'esperienza sopra riferita con le polveri e con le nebbie eterogenee. Forse si dovrebbe produrre una debole tinta agli orli del disco solare, ma essa evidentemente rimane coperta dal bagliore della luce bianca che circonda lo stesso disco.

La riflessione sulle particelle di materie diverse sospese negli alti strati dell'atmosfera, che ha certamente anche maggiore importanza della diffrazione per formare l'aureola bianchiccia, manifesta principalmente la sua influenza nella tinta leggermente azzurrognola che prende l'aureola. Quando il sole discende sotto l'orizzonte, l'aureola bianchiccia si abbassa rapidamente. Ciò è spiegabile quando si pensi che lo strato di corpuscoli rifrangenti parallelo alla superficie terrestre non arriva a grandissima altezza, e che inoltre i raggi solari debbono fare un cammino sempre più lungo attraverso gli strati dell'atmosfera prima di arrivare alle sferette di nebbia che rifrangono la luce verso l'orizzonte con un angolo di deviazione molto grande: per cui esse rinvieranno sia per rifrazione che per riflessione, raggi d'intensità piccolissima.

Infine l'aumento dell'estensione azimutale dell'aureola mentre il sole rasenta l'orizzonte si comprende facilmente, dietro la spiegazione su esposta; poichè in quel momento viene a poggiare sull'orizzonte un diametro del disco di rifrazione. E infatti, mentre il sole continua a discendere sotto l'orizzonte tale estensione azimutale, va man mano diminuendo; e più rapidamente in sul

principio, quando precisamente agisce ancora l'azione di rifrazione.

Per la spiegazione degli strati colorati dell'occidente serve l'esperienza, nella quale veniva guardato il chiarore crepuscolare attraverso il grosso strato di nebbia prodotta nella cassetta sopra descritta. Notai già che la natura e la disposizione delle tinte in quella esperienza assomigliava molto alla stratificazione dei colori sul cielo occidentale quando il sole è di pochi gradi lontano dell'orizzonte. Ecco intanto come si può molto facilmente spiegare il fenomeno. Le particelle di nebbia, di polveri, etc. che si trovano sospese nell'atmosfera, si distribuiscono in strati paralleli alla superficie terrestre, per modo che quelle di dimensioni più grandi scendono nelle regioni più basse, dove la pressione atmosferica è maggiore, e quelle di più piccole dimensioni rimangono nelle regioni più alte.

Ora la luce solare che ci viene rimandata dagli strati atmosferici che si trovano dietro l'orizzonte, deve attraversare queste particelle sospese nell'aria; e soffrirà quindi un'azione di diffrazione. Se le dimensioni di tali particelle sono di tale grandezza che al primo minimo del giallo o dell'aranciato corrisponde un angolo di deviazione di circa 90°, la parte del cielo da cui viene la luce apparirà colorata in giallo-rossiccio; o piuttosto in giallo soltanto, essendosi il rosso perduto quasi tutto nel cammino che la luce aveva prima fatto. Ma se questo avviene per le regioni più basse dell'atmosfera, dove le particelle sono più grosse, nelle regioni più alte l'angolo di deviazione di 90° dovrà corrispondere al minimo di un colore più rifrangibile: del verde, o del turchino. E perciò se i raggi han dovuto fare un lungo cammino, in queste più alte regioni, nell'immagine di diffrazione rimarrà soppressa non soltanto la linea oscura, ma anche una porzione della striscia luminosa del giallo e del rosso, per cui dovrà prevalere nell'immagine stessa la colorazione verde, o verde bluastra. Così si spiega pure come la tinta verde anche a N-W e S-W si trovi sempre all'altezza di qualche grado sull'orizzonte, e immediatamente al disotto di essa trovisi molto sovente una fascia giallo-verdina.

Certamente agisce come causa concomitante il così detto *as-*

sorbimento elettivo dei colori per effetto degli strati atmosferici, come vogliono le teorie sopra accennate di Brücke e di Stokes e Strutt, e come opinano parecchi fisici autorevoli [1]); tanto più che anche la colorazione verde come ha ben mostrato il Riccò, può trovare la sua spiegazione nell'assorbimento elettivo. Le esperienze descritte tendono però a dimostrare che la causa principale del fenomeno sia dovuta alla diffrazione. Parimenti alla diffrazione e all'assorbimento elettivo deve attribuirsi la zona verdognola che occupa il cielo orientale in questa prima parte del crepuscolo; poichè la luce che arriva all'oriente avendo attraversato l'atmosfera, contiene i colori di maggiore lunghezza d'onda; ma poi fra di essi vengono riflessi quelli di lunghezza d'onda minore, e perciò quella zona del cielo deve apparire verde, o tutt'al più verde-azzurrina.

VII. Anche la seconda parte del crepuscolo si spiega basandosi sulle esperienze sopra riferite.

Infatti, appena i raggi solari cominciano a sfiorare l'orizzonte, o poco prima, si mostrano ad oriente e ad occidente le prime zone rossiccie. E precisamente allora l'osservatore riceve attraverso le nebbie più basse e quindi formate di corpuscoli più grossi, non soltanto la luce rinviata dagli strati atmosferici posti dietro l'orizzonte, la quale perciò ha perduto gran parte dei raggi rossi, ma anche la luce diretta del sole, e quindi deve apparire il rosso insieme al giallo; anzi esso deve predominare nella regione inferiore, conformemente all'esperienza dell'immagine speculare del sole guardata attraverso alla nebbia della cassa. Questa medesima luce solare dovendo fare un cammino ancor più lungo attraverso a questi bassi strati, prima di arrivare all'oriente, dovrà comunicargli una tinta assolutamente rossiccia, d'intensità minore di quella dell'occidente.

Infine si comprende senz'altro che discendendo man mano il sole sotto l'orizzonte, la colorazione rossa dell'occidente debba andare di nuovo mancando, per lasciar posto all'aranciato e infine al giallo, in perfetta conformità di ciò che si osserva.

1) Kaemtz, *Cours complet de Meteorologie*, pag. 380; Tyndall. *Il Calore* § 753; Jamin, *Revue des deux Mondes*, marzo 1884; Riccò, *Ann. dell' Uff. Cent. Met. Ital.* Vol. VII, parte I, pag. 399.

Quando il sole è sparito sotto l'orizzonte si presenta ad oriente il segmento ombra della terra; esso rappresenta la regione del cielo ove non giungono più i raggi solari. Eppure se si calcolano le altezze sopra la superficie terrestre dei punti di incontro dei raggi solari tangenti alla terra con la visuale condotta al vertice del segmento grigio, risulta dalle misure di Bezold [1]) che tali altezze vanno man mano crescendo coll'innalzarsi del segmento stesso. Se ne dovrebbe dedurre o che la causa del segmento grigio è alquanto più complicata di quello che si crede, o che le particelle riflettenti gli ultimi raggi solari vanno innalzandosi sopra la superficie terrestre, il che non è probabile. Io credo però che la ragione di tale discordanza fra la teoria e i risultati delle misure sia riposta tutta quanta in uno dei fatti accennati a tal uopo dallo stesso Bezold; che cioè man mano che il sole si abbassa sotto l'orizzonte va diminuendo rapidamente il numero di particelle poste vicine al limite dell'ombra, che possano riflettere la luce nella direzione dell'osservatore, alla quale si potrebbe anche aggiungere quest'altra, che non può ammettersi che le particelle riflettenti la luce la disperdano in tutti i sensi colla medesima intensità [2]).

VIII. La terza parte del crepuscolo, ossia la luce purpurea, è quella a cui i fisici hanno maggiormente rivolta l'attenzione; eppure non mi sembra spiegata ancora in tutte le sue particolarità. La teoria che più davvicino, a mio parere, interpreta il fenomeno è quella di Kiessling e Riggenbach. Il primo aveva emessa l'opinione [3]) che la formazione della luce purpurea fosse dovuta ad un alto strato di corpuscoli sospesi nell'atmosfera, sui quali arrivando i raggi bianchi della luce solare, venissero poi per effetto di diffrazione deviati verso l'osservatore soltanto raggi di luce rossa. Ma siccome l'ipotesi offriva troppe difficoltà, Riggenbach [4]) la modificò, ammettendo che negli alti strati dell'atmosfera arrivassero soltanto raggi rossi, per l'assorbimento

1) Mem. cit.

2) Vedi Clausius, mem. citato.

3) *Die Dämmerungserscheinungen in Jahre* 1883.

4) *Beobachtungen über die Dämmerung, insbesondere über das Purpurlicht etc.* Basel (1886).

elettivo che la luce solare aveva dovuto sopportare nel lungo cammino percorso; e che poi per effetto della diffrazione esercitata dai corpuscoli sospesi in quegli strati, tali raggi venissero deviati verso l'osservatore.

Non si può più mettere in dubbio che la regione da cui proviene la luce purpurea sia illuminata direttamente dal sole; poichè è provato che il suddividersi della luce purpurea in striscie convergenti o divergenti dal sole, dipende da nubi o da montagne che s'infrappongono fra il sole e la regione della nube stessa. Quindi è necessario concludere che essa di là deve esserci poi inviata per effetto o di riflessione, o di rifrazione o di diffrazione. Ma colla sola riflessione non si può spiegare la forma della luce purpurea, giacchè per effetto di questa essa dovrebbe apparire evidentemente come un grande arco di debolissima curvatura, che si estenda fin quasi a Nord e a Sud. E non mi pare proprio ammissibile che tale arco di riflessione, come vuole il Liais e come accetta anche il Riccò [1]) possa ridursi alla forma reale della luce purpurea, per effetto dell'assorbimento atmosferico e dell'estinzione operata dagli strati inferiori troppo vivamente illuminati. Infatti l'intensità della luce che arriva dal sole ai corpuscoli situati ad eguale altezza sull'orizzonte, sopra una medesima superficie parallela alla superficie terrestre, deve essere all'incirca la stessa per tutti. D'altra parte i raggi riflessi dai corpuscoli situati più in alto, se debbono fare un cammino più lungo attraverso l'atmosfera, debbono altresì percorrere strati meno torbidi e quindi meno assorbenti; e per di più l'estinzione operata dagli strati luminosi dell'Ovest, va rapidamente diminuendo dal basso verso l'alto e dal verticale del sole verso Nord e verso Sud.

Per cui nelle parti più alte dell'arco crepuscolare la luce purpurea dovrebbe andar mancando a destra ed a sinistra un po' meno rapidamente che nelle parti alquanto più basse, ossia dovrebbe assumere una forma affatto diversa da quella che prende in realtà. Si potrebbero aggiungere a questa ragione alcune altre portate dal Kiessling; ma me ne astengo, tanto più che esse, a mio parere, danno luogo ad alcune obbiezioni.

1) *Ann. dell'Uff. Cent. Meteor. Ital.* vol. VII, parte prima, pag. 402.

Neppure la sola rifrazione potrebbe spiegare la forma della luce purpurea; poichè si dovrebbe produrre in tal caso un bagliore a forma di disco intorno al sole come centro; e quindi il suo limite superiore non potrebbe apparire, per la stessa ragione sopraesposta, all' occhio dell' osservatore in forma di arco di elisse col diametro maggiore disposto verticalmente.

Il dottor Pernter [1]) fa all' ipotesi che la rifrazione possa esser causa dell' apparizione della luce purpurea, un' altra obbiezione; che cioè alla distanza di circa 37° dal sole a cui arriva l' orlo superiore della luce purpurea, l' intensità della luce rimandata per rifrazione all' osservatore dovrebbe essere $^1/_4$ di quella del punto più lucente del disco roseo; e quindi la tinta rossa dovrebbe certamente apparire a maggior distanza dal sole sullo sfondo del cielo diventato molto oscuro, a quell' altezza. Ma tale obbiezione troverebbe la sua risposta nell' ipotesi, che si è costretti ad ammettere per spiegare la rapida discesa della luce purpurea, che, cioè, lo strato che ce la invia arrivi soltanto fino ad un' altezza determinata. L' obbiezione di Pernter potrebbe riprender vita, quando con osservazioni fotometriche si dimostrasse che presso l' orlo l' intensità del disco è molto minore di $^1/_4$ di quella del punto più lucente.

Sembra adunque che non resti che la diffrazione che possa interpretare la forma ed il comportamento della luce purpurea. Essa infatti si adatta meglio delle altre cause a dare ragione del fenomeno; ma tuttavia anch' essa offre il campo ad alcune obbiezioni, sollevatele incontro con molto acume dal prof. Riccò [2]) a qualcuna delle quali non vedo che per ora si possa avere il modo di rispondere soddisfacentemente.

Quanto alla spiegazione della forma della luce purpurea, non mi pare che questa ipotesi si imbatta in difficoltà molto serie. Poichè, come fanno notare il Kiessling e il Pernter, essendo l' angolo di deviazione tanto più grande quanto più piccoli sono i corpuscoli di diffrazione, è naturale che verso l' alto il disco roseo debba allungarsi, ossia debba prendere la forma di elisse, rispetto al sole. Ma intanto le parti più vicine all' orizzonte, e

1) *Meteor. Zeitsch.* Feb. 1890, pag. 41.

2) *Annali dell' Uff. cent. di meteor. Ital.* Vol. VII, Parte prima, pag. 403.

allo stesso tempo più presso agli orli, dove l'intensità della luce rossa è minore dovranno scomparire di fronte allo splendore degli strati lucenti orizzontali; e perciò la luce purpurea dapprincipio prenderà all'ingrosso l'aspetto di un cerchio sospeso sulla parete orientale del cielo. Si comprende poi facilmente che man mano diminuisce la lucentezza degli strati orizzontali, e aumenta l'intensità della luce rossa presso l'orizzonte per il suo rapido abbassarsi, il cerchio suddetto possa convertirsi in una specie di semidisco, come infatti avviene generalmente.

Con questa estinzione della luce purpurea per effetto degli strati luminosi orizzontali, estinzione che va evidentemente decrescendo con rapidità verso l'alto, si spiega anche la formazione del luogo più lucente, verso il mezzo del disco roseo, perchè la luce purpurea invece di apparire sempre più intensa verso il basso, dovrà invece per effetto dell'estinzione, andar sfumando nel senso degli strati orizzontali; e siccome d'altra parte deve andare per se stessa via via sfumando verso gli orli, così dovrà comparire verso il mezzo un'illuminazione rossa più intensa.

Un'altro carattere importantissimo della luce purpurea si è quello per cui essa dal momento in cui comincia ad apparire, va continuamente aumentando d'intensità e d'estensione fino ad un massimo. Ciò si può spiegare riflettendo che le particelle colpite dai raggi rossi, e capaci di deviarli per effetto di diffrazione verso l'osservatore, sono dapprincipio assai poche; e man mano che aumenta il loro numero, deve aumentare l'intensità e l'estensione della luce purpurea; diffatti il massimo d'intensità e di estensione avvengono nel medesimo tempo.

Le spiegazioni ora date degli accennati caratteri della luce purpurea, credo che possano rispondere bene alle difficoltà che alla interpretazione di alcuni di essi ha presentato il prof. Riccò. Ma non così agevole si mostra la spiegazione di un ultimo carattere rilevantissimo della luce stessa, cioè la sua rapidità nella discesa, mantenendo sempre la forma di un elisse più o meno allungata rispetto al sole. Il dott. Riggenbach ha risposto ingegnosamente alla prima parte della difficoltà, quella della rapida discesa, mostrando che la regione della luce purpurea è ad una altezza grandissima sopra la superficie terrestre (circa 20 kilom.) e che perciò in strati atmosferici ancora più alti o non esistono

affatto corpuscoli sospesi o esistono in numero troppo esiguo per dar luogo ad un fenomeno percettibile. Quindi nel tempo che il sole si abbassa, la luce di diffrazione dovrebbe spegnersi man mano, nella guisa in cui l'ombra della terra cammina sopra una superficie sferica parallela, a quell'altezza, alla superficie terrestre. Ma il Riccò ha mostrato che la velocità di discesa che in tal caso dovrebbe aver la luce purpurea non si accorda perfettamente coll'osservazione.

Inoltre la forma che la luce mantiene accostandosi all'orizzonte, non corrisponde neppure essa all'ipotesi di Riggenbach, presa isolatamente; poichè come ben osserva il Riccò, il vertice della luce dovrebbe mostrarsi durante la discesa, incompleto e depresso. Per verità, da parecchie misure che io ho fatto dell'altezza della luce purpurea e della sua larghezza a determinate distanze dall'orlo superiore, mi risulta che essa al vertice va alquanto deprimendosi; come pure colà apparisce più fortemente sbiadita di prima rispetto al centro. Ma tuttavia i risultati non vanno in buon accordo colla detta ipotesi. Quindi sono necessarie ancora molte e minute osservazioni per sciogliere il quesito. E credo che, per giungere a un buon risultato, debba tenersi maggior conto della rifrazione e della riflessione, le quali non possono a meno di esercitare un'influenza ragguardevole sul fenomeno.

Aggiungerò che mi par chiara l'azione della riflessione esercitata dagli stessi strati atmosferici, nel fatto che molto spesso, allorchè la luce purpurea si divide in fasci, questi arrivano sovente fino ad altezze assai più grandi di quelle a cui si mostrava poco prima e si mostra poco dopo l'orlo del disco roseo. Il fenomeno proviene evidentemente dal contrasto fra il colore leggermente purpureo degli alti strati atmosferici, e l'ombra scura proiettata su alcune porzioni di essi dalle nubi o dalle montagne. Ma questa leggera tinta purpurea spingentesi a così grandi altezze, non può essere attribuita ad altro, per quel ch'io penso, se non a diffusione della luce rossa proveniente dal sole, per effetto dell'atmosfera.

IX. Resta a spiegare la quarta parte del crepuscolo, cioè i fenomeni che si succedono dopo la caduta della prima luce purpurea. Generalmente di essi non si è dato importanza che alla

seconda luce purpurea soltanto. Alcuni, fra cui specialmente il Riccò [1]) l'attribuiscono ad una doppia riflessione dei raggi del sole tramontato nell'atmosfera; ma non mi sembra che questa possa essere la causa principale della seconda luce purpurea, sopratutto per le ragioni portate di sopra contro la teoria analoga della prima luce.

Riggenbach [2]) essendo giunto dopo accurate osservazioni, alla conclusione che ogni volta che si presenta la seconda luce purpurea, il luogo dell' osservatore trovasi dentro un anticiclone, e quindi si deve avere allora con grandissima probabilità la presenza di veli di cirri negli alti strati atmosferici; attribuisce a questi cirri la cagione del fenomeno. Ossia egli ammette che la parte di cirri che si trova sotto l' orizzonte, rifletta la prima luce purpurea, la quale dispersa così in tutte le direzioni rischiari la parte dei cirri posta sopra l' orizzonte dell' osservatore. E corrobora la sua ipotesi con un calcolo dell'istante in cui la luce dovrebbe scomparire. Se dal punto C in cui la coperta di cirri incontra ad Ovest l' orizzonte del luogo d' osservazione A, si tira una retta al centro M della terra, questa fa con la verticale del luogo A un angolo di 4°,5; ammettendo che la coperta di cirri arrivi all' altezza di 20 kilom. Intanto i raggi rossi provenienti dal sole, penetreranno nell' aria posta sopra l' orizzonte di un luogo B situato simmetricamente ad A rispetto al punto C, quando il sole sarà disceso di 6° sotto l' orizzonte di B; ossia quando il sole si troverà sotto l'orizzonte del luogo A di $6° + 4°.5 + 4°,5 = 15°$; poichè l' angolo della verticale del luogo B con la CM è pure di 4°,5. Tale risultato concorda col valore che secondo le osservazioni di Hellmann [3]) ha la depressione del sole (15°61') allo sparire del secondo arco crepuscolare; sebbene dalle osservazioni mie e da quelle dello stesso Riggenbach la scomparsa della seconda luce purpurea si ha generalmente con una profondità del sole oscillante fra gli 11° e i 13°.

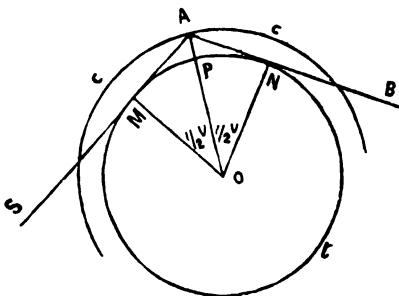
Questa ipotesi di Riggenbach, che ha il grandissimo pregio di aprire la via alla spiegazione della seconda luce purpurea, mi presenta però alcune difficoltà. Come può la luce non molto

1) *Ann. dell' Uff. Centr. Meteor.* Vol. VII, Parte prima, pag. 365.

2) Memoria citata.

3) *Meteor. Zeitsch.* Vol. 19, p. 57, e p. 162.

intensa del disco roseo, dopo due riflessioni sopra cristallini piuttosto trasparenti giungere ancora abbastanza sensibile all'occhio dell'osservatore? E perchè la seconda luce purpurea ottenuta in tal modo apparisce all'incirca alla stessa altezza della prima sull'orizzonte? Nè mi pare probabile che l'immagine del disco roseo, dopo che i veli di cirri ne hanno disperso due volte in tutti i sensi la luce, come dice Riggenbach, possa mantenere ancora esattamente la medesima forma. E non si comprende finalmente in alcun modo come debba, in conformità di questa ipotesi, aversi il massimo della seconda luce purpurea precisamente per una depressione del sole poco più che doppia di quella corrispondente alla prima luce.

A me sembra perciò che la causa della seconda luce purpurea debba ritenersi alquanto diversa. Se esiste in alto uno strato di cirri essi in tutti i sensi disperderanno della luce solare che ad essi arriva, ma ne invieranno però in maggior copia nella direzione in cui la manderebbe uno specchio che avesse la curvatura del velo di cirri. Allorchè questa luce riflessa arriverà in quantità sufficiente sopra l'orizzonte dell'osservatore nella direzione in cui arrivano i raggi solari quando era visibile la prima luce purpurea, dovrà egualmente per effetto di diffrazione prodursi un fenomeno del tutto somigliante a quello. Ora, se l'altezza dello strato di cirri oscilla fra i 10 e i 15 km., si dimostra facilmente che un raggio riflesso dalla superficie dei cirri, come da una superficie speculare, penetrerà sopra l'orizzonte secondo la linea che prima aveva seguito un determinato raggio diretto, allorchè il sole sarà disceso al disotto della posizione, da cui il raggio diretto era partito, di circa 6°,5 [1]). Ne segue che la se-

1) Sia MPNt la superficie terrestre, e cAc quella che corrisponde allo strato riflettente di cirri. Il raggio solare SA si rifletterà secondo AB; e allora chiamando h l'altezza AP della superficie riflettente sopra la superficie terrestre, r il raggio della terra, v l'angolo di OM con ON, si ha

$$v = 2 \text{ arc.} \left(\text{sen.} \frac{\sqrt{h(2r+h)}}{r+h} \right)$$

conda luce purpurea dovrebbe spegnersi, quando il sole trovasi a $6 + 6^{\circ},5 = 12^{\circ},5$ circa, sotto l'orizzonte; e dovrebbe raggiungere il suo massimo con una depressione del sole uguale a $4 + 6^{\circ},5 = 10^{\circ},5$. Siccome in realtà la depressione del sole che corrisponde alla scomparsa della seconda luce purpurea è di circa 12°, e quella che corrisponde al massimo d'intensità della luce stessa è di circa 9°, si avrebbe un buon accordo fra i risultati dell'ipotesi e dell'osservazione, se il calcolo non avesse dato per la depressione del sole, relativa specialmente al massimo d'intensità, un valore un po' più grande del vero. Ma questa discordanza può facilmente spiegarsi, perchè i raggi riflessi dallo strato di cirri che trovasi sotto l'orizzonte, incontrano prima di arrivare ai corpuscoli di diffrazione, la parte di cirri che trovasi sopra l'orizzonte, i quali deviano il raggio che li attraversa, inclinandolo un poco di più verso l'orizzonte stesso e quindi le fasi della seconda luce purpurea subiranno evidentemente un ritardo, il quale però avrà minore importanza al finire della luce medesima, dove essa conserva ancora così piccola intensità da essere a malapena percettibile.

Le altre fasi della quarta parte del crepuscolo, cioè secondo arco crepuscolare, secondo coloramento rosso dell'oriente (al tramonto) e secondo segmento grigio, non hanno richiamato l'attenzione speciale di alcuno, all'infuori di quella di Bezold, il quale ritenendole prodotte dalla prima luce purpurea, come le precedenti fasi analoghe erano prodotte dalla luce solare, non sa darsi in alcun modo ragione della tinta giallo-sbiadita che prende il segmento limitato dal secondo arco crepuscolare.

Perciò io credo che debba ricercarsi altrove la causa di questi fenomeni; e precisamente nella riflessione dei raggi solari diretti. Quando la prima luce purpurea è tramontata, i raggi solari non incontrano più sopra l'orizzonte lo strato di particelle fortemente riflettenti, come goccette di acqua, polveri etc. Ma allora quelli fra i raggi che attraversano le regioni più alte di questo strato, rischiareranno per riflessione una porzione dello strato medesimo posta all'orizzonte; e non gli comunicheranno se non luce punto o pochissimo colorata in debole colore giallino

dove, sapendo che $r = 6370$ chilometri, quando si faccia $h = 10$ chilometri si ottiene $v = 3^{\circ}\ 12'$, e per $h = 15$ chilometri, si ottiene $v = 3^{\circ}\ 55'$.

o verdino, avendo essa percorso una zona non grande e contenente soltanto particelle rade e piccolissime. Insomma si avrà la parete più lontana del cielo occidentale illuminata all'incirca come poco dopo il tramonto del sole, sebbene assai più debolmente, e quindi dovranno riprodursi gli stessi fenomeni.

Dal Laboratorio di Fisica dell' Università di Cagliari
Febbraio 1891.

SUL CALORE SPECIFICO, FINO AD ALTA TEMPERATURA, DELLE LAVE DELL'ETNA E DI ALTRI VULCANI; PROF. ADOLFO BARTOLI.

(Sunto della Nota letta all' *Accademia Gioenia di Scienze naturali*, in Catania nella seduta del 30 Novembre 1891).

La cognizione del calore specifico delle lave ha certamente qualche importanza per molti problemi di fisica terrestre, ma fino ad oggi non si hanno che pochissimi dati per la temperatura ordinaria, mentre se ne cercano invano per temperature elevate [1]).

Ho cercato di colmare questa lacuna misurando il calore specifico fra la temperatura ordinaria e quella di $+800°$, per un gran numero di lave dell'Etna di Vulcano, del Kilauea, nonchè di altre roccie di origine vulcanica. I campioni mi furono per la maggior parte favoriti dal compianto prof. Silvestri [2]).

La roccia veniva adoperata in piccoli dadi di otto millimetri di lato. Il calore specifico medio fra la temperatura ordinaria e quella di 100°, fu determinato col metodo del calorimetro ad acqua impiegandovi quella stessa stufa che mi servì già per la misura del calore specifico della Mellite, etc. [3]).

1) I dati si riferiscono piuttosto al calore specifico medio fra 0° e 100° di molte specie minerali. Compara A. Neumann, *Lehr und Handbuch der Thermochemie*, Braunschweig, 1882, pag. 255-265, dove sono riportate le determinazioni di Regnault, Neumann, Dulong e Petit, H. Kopp, Person, Pape. Recentemente il sig. J. Joly ha pure determinato il calore specifico di oltre 50 minerali (fra la temperatura ordinaria e quella di 100°) *Proceedings of the royal Society* vol. XLI. N. 248, pag. 250 (Novembre 1886).

2) Molte di queste lave furono analizzate dal compianto Prof. Silvestri ed i resultati furono da lui pubblicati negli *Atti dell'Accademia Gioenia* di Catania, III serie.

3) Bartoli e Stracciati, *Nuovo Cimento* III serie t. XVI pag. 1, anno 1884, e *Gazzetta Chimica*, tomo XIV, Palermo 1884.

Diverse difficoltà s' incontrano per le temperature elevate.

Queste difficoltà tengono principalmente:

1. A mantenere costante per un certo tempo una elevata temperatura ed a valutarla esattamente.

2. Ad evitare l' errore prodotto dalla vaporizzazione dell' acqua, quando vi s' immerge un corpo molto caldo.

Per riscaldare il corpo io ho impiegato un buon fornello Perrot a muffola orizzontale. Questa venne internamente rivestita da una corazza di ferro spessa quasi un centimetro per rendere uniforme la temparatura delle pareti. Essa era tenuta chiusa da un grosso tappo di terra refrattaria munito di due fori, pei quali passavano con leggero attrito le bacchette di due cucchiaje di ferro foggiate a guisa di scatola parallelopipeda aperta alla faccia opposta a quella dove era inserita la bacchetta. Nell' una di queste cassette erano dei grossi pezzi di platino (del peso complessivo di 182 grammi, e nell' altra i pezzi della roccia, in tal massa da equivalere calorificamente al platino).

Regolando convenientemente l' apertura del gas, riuscivo dopo qualche ora a mantenere entro la muffola una temperatura stazionaria, cosa di cui potevo assicurarmi per mezzo di una conveniente termopila di cui una saldatura penetrava nell'interno della muffola.

Allora con una manovra rapidissima (la quale richiedeva tre secondi circa) veniva aperta la muffola estratte le due cucchiaje, e rovesciato il contenuto entro due calorimetri ad acqua uguali, molto vicini al fornello e perfettamente riparati dallo irraggiamento di questo.

Ad evitare la vaporizzazione dell'acqua in contatto con corpi caldissimi, ciaschedun calorimetro portava una camera formata da due cilindri di rame penetranti l' uno dentro l' altro, a guisa di rubinetto, e ciascheduno dei due cilindri era munito di fori per metà della sua superficie. Col girare convenientemente il cilindro interno, i fori di questo potevano combinare con quelli del cilindro esterno; si poteva cioè mantenere chiuso l' ingresso all' acqua del calorimetro, oppure farla penetrare nell' interno della camera; inoltre questa poteva chiudersi perfettamente in alto col mezzo di un coperchio.

Al principio della esperienza la camera era affatto priva di

acqua ed aperta in alto. Appena vi veniva rovesciato il corpo caldo, la si chiudeva ermeticamente in alto, onde evitare perdite di calore per correnti di aria; dopo un minuto si girava il cilindro interno in modo che l'acqua penetrando nella camera venisse in contatto col corpo, già raffreddato.

Il platino che veniva a cadere nell'altro calorimetro, mi dava col metodo di Pouillet-Violle [1]), la temperatura iniziale della roccia.

I termometri adoperati, furono quelli stessi che mi servirono per la misura del calore specifico dell'acqua [2]).

Come riprova che il metodo era sufficientemento esatto (almeno pel caso di roccie, le cui proprietà fisiche variano un poco da pezzo a pezzo di uno stesso campione) ho rideterminato il calore specifico del *quarzo* ad alte temperature, ed ho ottenuto resultati identici a quelli del sig. Pionchon [3]). Così pure il ferro ha dato numeri ben d'accordo con quelli del Pionchon e del Naccari [4]).

Aggiungo senz'altro la tavola seguente, la quale contiene tutti i dati necessari pel calcolo del calore specifico medio fra la temperatura ordinaria e quella T per le diverse lave studiate, avvertendo però, che la temperatura iniziale *t* del calorimetro fu letta quando essa era stabile da venti minuti, e che per la temperatura finale fu fatta la correzione del raffreddamento secondo Regnault [5]).

I valori di C sono dati con tre cifre significative, quantunque, dopo un accurato esame, io non possa rispondere che della esattezza delle prime due.

Insieme ho aggiunto il peso specifico medio della lava, misurato sul campione stesso che mi ha servito per la determinazione del calore specifico.

Ecco il significato delle lettere che entrano nella tavola seguente

1) Violle, *Comptes Rendus*, t. 85, p. 543, anno 1877.

2) Bartoli e Stracciati, *Nuovo Cimento*, Pisa 1885, *Rend. della R. Acc. dei Lincei*, Roma 1885; e *Bullettino dell' Acc. Gioenia* del maggio 1889, fasc. VII.

3) Pionchon, *Comptes Rendus*, T. 106, pag. 1344-1347, anno 1888.

4) Naccari, *Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino*, Vol. XXII, dec. 1887.

5) Vedi per esempio, Naccari, *Manuale di fisica*, pag. 277.

P peso dell'acqua del calorimetro, più l'equivalente in acqua del vaso calorimetrico, dell'agitatore e del termometro.
P' peso della lava.
T temperatura iniziale della lava.
t temperatura iniziale del calorimetro.
θ temperatura del calorimetro dopo 2'.
θ' temperatura del calorimetro dopo 6'.
C calore specifico medio della lava fra T e θ.
δ peso specifico della lava alla temperatura ordinaria.

NOME DELLA ROCCIA	P	P'	T	*t*	θ	θ'	C cal. spec. fra T e θ	δ peso spec.
Lava compatta dell'Etna dell'eruzione del 1669.	613	60	99,82	21,70	23,20	23,16	*0,201*	
	816	30	506,5	22,20	26,80	26,68	*0,263*	*2,90*
	816	30	786,4	24,85	32,27	32,05	*0,270*	
Lava compatta dell'Etna, dell'eruzione del 1879.	613	100	99,80	18,73	21,19	21,10	*0,195*	*2,78*
	816	30	449,5	22,43	26,80	26,76	*0,282*	
Lava scoriacea dell'Etna, dell'eruzione del 1879.	613	35	99,82	21,79	22,64	22,62	*0,195*	*2,57*
	816	30	570,1	23,50	28,64	28,50	*0,261*	
Lava compatta dell'Etna, dell'eruzione del 1886.	613	100	99,79	18,70	21,37	21,30	*0,210*	*2,87*
	816	30	464,3	22,97	27,44	27,34	*0,280*	
Lava basaltica delle grotte delle Palombe sull'Etna.	613	59	99,81	21,45	22,93	22,90	*0,201*	
	816	30	576,9	25,31	30,45	30,32	*0,258*	*2,81*
	816	30	776,8	23,85	30,88	30,70	*0,259*	
Lava subvitrea dell'isola di Vulcano.	613	97,5	99,82	18,20	20,65	20,55	*0,198*	—
Lava pomice di Vulcano, (presa dall'interno di una bomba).	613	47,5	99,81	18,58	19,81	19,77	*0,202*	
	816	30	389,1	25,28	28,80	28,78	*0,267*	*2,20*
	816	20	408,4	23,47	26,06	26,01	*0,278*	
Liparite di Vulcano.	613	100	99,82	18,35	20,85	20,75	*0,197*	
	816	30	561,7	24,30	29,38	29,22	*0,262*	*2,47*
	816	30	659,8	24,65	30,55	30,44	*0,257*	
Conglomerato liparitico di Vulcano.	613	81	99,81	18,51	20,58	20,58	*0,198*	
	816	30	574,3	23,91	29,07	28,92	*0,260*	2,55
	816	29	823,1	24,31	31,28	31,10	*0,250*	

NOME DELLA ROCCIA	P	P'	T	t	θ	θ'	C medio fra T e θ	δ
Lava pomice di Lipari.	613	40	99,80	18,65	19,70	19,66	*0,202*	—
	613	60	99,81	21,53	23,03	23,00	*0,201*	
Lava dell'Isola Linosa.	816	30	553,5	25,50	30,41	30,24	*0,258*	—
	816	30	790,2	24,10	31,13	30,95	*0,254*	
Lava trachitica del Monte Calvario a Biancavilla.	613	70	99,87	21,85	23,57	23,51	*0,199*	
	816	30	328,3	23,05	25,62	25,57	*0,233*	*2,68*
	816	30	642,4	24,85	30,65	30.47	*0,261*	
Lava del Kilauia (vulcano delle isole Sandwich [1]).	613	70	99,74	23,10	24,77	24,70	*0,197*	
	816	30	493,4	25,02	29,33	29,22	*0,255*	2,88
	816	30	696,2	22,87	29,20	29,08	*0,260*	
Lava di Militello.	613	80	99,79	19,00	21,10	21,04	*0,206*	*2,71*
	816	30	754,4	23,28	29,97	29,82	*0,253*	
Ciclopite con basalto (di Aci Trezza).	613	79	99,86	20,17	21,82	21,78	*0,165*	*2,86*
	816	30	225,3	24,95	26,95	26,90	*0,277*	
Lava del Monte Dolce (sull' Etna).	613	70	99,87	22,01	23,74	23,69	*0,201*	
	816	30	374,6	25,62	28,52	28,47	*0,229*	*2,78*
	816	30	687,8	27,95	34,20	34,00	*0,263*	
Lava della valle di S. Giacomo.	613	70	99,87	21,95	23,68	23,62	*0,201*	
	816	30	381,4	25,10	28,36	28,28	*0,253*	—
	816	30	742,0	26,77	33,68	33,50	*0,268*	
Breccia vulcanica del capo Pachino.	613	88	99,81	19,17	21,56	21,50	*0,215*	*2,81*
	816	30	741,9	25,54	32,34	32,14	*0,263*	
Lava del Capo Pachino.	613	107	99,82	19,30	22,20	22,08	*0,217*	*2,68*
	816	30	724,0	24,57	31,40	31,22	*0,270*	
Lava preistorica del Monte Umberto e Margherita (sull' Etna).	613	70	99,87	22,02	23,73	23,68	*0,199*	*2,66*
Lava con grossi cristalli di orneblenda (a Pizzillo sulla costiera).	613	70	99,87	22,01	23,77	23,71	*0,205*	
	816	30	524,1	24,87	29,21	29,12	*0,240*	2,79
	816	30	750,5	27,35	34,04	33,85	*0,256*	

1) È lo stesso campione che fu già studiato dal compianto Prof. Silvestri: *Atti della Accademia Gioenia* terza serie, T. XX, pag. 189, (anno 1888).

NOME DELLA ROCCIA	P	P'	T	t	θ	θ'	C medio fra T e θ	δ
Enceladite dell'Etna (tipo pomiceo, dell'eruzione del 26 maggio 1886).	613	49,6	99,83	21,47	22,65	22,63	*0,191*	*1,98*
Enceladite dell'Etna (tipo compatto, dell'eruzione del 26 maggio 1886).	613	50	99,83	21,50	22,75	22,73	*0,201*	
	816	30	728,7	24,72	31,50	31,33	*0,267*	
Tifeite (dell' eruzione del 26 maggio 1886).	613	40	99,87	21,87	22,85	22,82	*0,197*	*2,44*
	816	20	241,0	23,05	24,18	24,17	*0,213*	
	816	20	738,5	25,65	30,43	30,30	*0,278*	
Orneblenda delle antiche lave dell' Etna	613	69,6	99,79	21,25	22,94	22,90	*0,195*	*3,12*
	816	30	535,8	25,62	30,75	30,60	*0,279*	
Feldispato Labradorite dell' Etna	613	50	99,93	20,41	21,80	21,80	*0,218*	—
	816	30	528,1	25,10	30,34	30,20	*0,289*	
Pirosseno Augite dell'Etna	613	70	99,93	20,43	22,28	22,24	*0,210*	*3,31*
	816	30	686,3	25,30	31,70	31,50	*0,269*	
Ossidiana di Lipari	613	100	99,88	18,65	21,19	21,05	*0,202*	*2,36*
	816	30	512,8	24,50	29,30	29,17	*0,272*	
	816	30	796,6	27,25	34,90	34,63	*0,276*	

Da queste determinazioni risulta chiaramente che il calore specifico delle lave cresce dapprima rapidamente colla temperatura, e che a temperatura molto elevata tende ad un certo limite determinato; risultato analogo a quello ottenuto dal signor Pionchon pel quarzo [1]).

Dal Gabinetto di Fisica della R. Università di Catania
Gennaio 1891.

1) *Comptes Rendus*, T. 106, pag. 1344-1347, anno 1888 e *Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie*, Bd. XII, s. 769.

COMPENDIO DELLE RICERCHE DEL PROF. *Voigt* SULL'ELASTICITÀ DEI CRISTALLI; PER ALFONSO SELLA [1]).

Sistema monometrico.

La flessione y del prismetto è data da

$$y = \frac{E\,P\,L^3}{4\,B\,D^3}$$

in cui L, B, D sono rispettivamente la lunghezza, la larghezza, lo spessore dell'asta, P la carica, E il coefficiente di allungamento o di flessione (secondo la denominazione proposta dal Voigt; esso è l'inverso di quello che si dice comunemente il coefficiente di elasticità).

Se i tre spigoli del prisma coincidono ciascuno con un asse di simmetria del cristallo, l'angolo di torsione τ viene dato da

$$\tau = \frac{3\,T\,L\,N}{B\,D^3\left(1 - \frac{3}{16}\,\lambda\,\frac{D}{B}\sqrt{\frac{T'}{T}}\right)},$$

in cui T è il coefficiente di torsione (pure secondo la denominazione del Voigt), N il momento della coppia rispetto all'asse dell'asta, λ una certa funzione di D/B, la quale per valori di questo rapporto minori di 1/3 è sensibilmente costante ed eguale a 3,361; T' finalmente il valore di T quando si scambiano fra loro le dimensioni transversali. L'angolo di torsione τ^0 di un cilindro circolare è dato da

$$\tau^0 = \frac{T^0\,L\,N}{\pi\,R^4}$$

in cui R è il raggio, L la lunghezza del cilindro.

E, T, T^0 sono dati rispettivamente da

$$E = {}^1/_2\,(s_{44} + 2s_{12}) + (s_{11} - s_{12} - {}^1/_2\,s_{44})\,(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)$$
$$T = s_{44} + 2\,(2(s_{11} - s_{12}) - s_{44})\,(\alpha^2\alpha_1^2 + \beta^2\beta_1^2 + \gamma^2\gamma_1^2)$$
$$T^0 = 2s_{44} + 4\,(2\,(s_{11} - s_{12}) - s_{44})\,(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)\,,$$

1) *Continuazione*. Vedi pagina 5.

in cui α, β, γ sono i coseni direttori dell' asse del prisma; α_1, β_1, γ_1 quelli della dimensione trasversale maggiore.

In una porzione qualsiasi della sostanza sottoposta ad una pressione eguale da tutte le parti il coefficiente A di dilatazione lineare vale

$$A = s_{11} + 2\,s_{12}\,,$$

quello M di dilatazione cubica per conseguenza

$$M = 3\,s_{11} + 6\,s_{12}\,;$$

la misura q della repulsione termica è data da

$$q = \frac{a}{s_{11} + 2\,s_{12}} = a\,(c_{11} + 2\,c_{12})\,,$$

in cui a è il coefficiente di dilatazione lineare termica.

L' indice nei coefficienti di flessione e torsione che sono dati in seguito, indica la direzione cristallografica dell' asse del prisma,

Fluorite del lago di Brienz.

$$E_{[100]} = (6{,}789 \pm 0{,}005)\,10^{-8},\ E_{[110]} = (9{,}921 \pm 0{,}004)\,10^{-8}$$
$$T_{[100]} = (29{,}02 \pm 0{,}019)\,10^{-8},$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (6{,}789 \pm 0{,}005)\,10^{-8}, \quad s_{44} = (29{,}02 \pm 0{,}019)\,10^{-8}$$
$$s_{12} = -(1{,}46 \pm 0{,}015)\,10^{-8}$$
$$E = [13{,}05 - 6{,}26\,(\alpha^4 + \beta^4\,\gamma^4)]\,10^{-8}$$
$$T = [29{,}02 - 25{,}04\,(\alpha^2\alpha_1^2 + \beta^2\,\beta_1^2 + \gamma^2\,\gamma_1^2)]\,10^{-8}$$
$$T^0 = [58{,}04 - 50{,}08\,(\beta^2\,\gamma^2 + \gamma^2\,\alpha^2 + \alpha^2\,\beta^2)]\,10^{-8}$$
$$M = 11{,}61\,.\,10^{-8}\,, \quad q = 505$$
$$c_{11} = 16{,}7\,.\,10^6\,, \quad c_{44} = 3{,}45\,.\,10^6\,, \quad c_{12} = 4{,}57\,.\,10^6\,.$$

Pirite del Cornwall [1]).

$$E_{[100]} = 2{,}832\,.\,10^{-8} \quad E_{[110]} = 3{,}954\,.\,10^{-8}$$
$$T_{[100]} = 9{,}296\,.\,10^{-8}\,,$$

da cui si deduce

$$s_{11} = 2{,}832\,.\,10^{-8} \quad s_{44} = 9{,}296\,.\,10^{-8} \quad s_{12} = 0{,}428\,.\,10^{-8}$$

1) L' estrema difficoltà di procurarsi un materiale adatto alle esperienze rende soltanto approssimati i valori trovati per questo minerale.

$$E = [5{,}076 - 2{,}244\,(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)]\,10^{-8}$$
$$T = [9{,}296 - 8{,}97\,(\alpha^2\alpha_1^2 + \beta^2\beta_1^2 + \gamma^2\gamma_1^2)]\,10^{-8}$$
$$T^0 = [18{,}60 - 17{,}95\,(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)]\,10^{-8}$$
$$M = 11{,}07\,.\,10^{-8}\,, \qquad q = 273$$
$$c_{11} = 36{,}8\,.\,10^6\,, \qquad c_{44} = 10{,}76\,.\,10^6\,, \qquad c_{12} = -4{,}83\,.\,10^6$$

Salgemma di Stassfurt.

$$E[100] = (23{,}82 \pm 0{,}02)\,10^{-8}, \qquad E[110] = (28{,}65 \pm 0{,}03)\,10^{-8}$$
$$T[100] = (77{,}29 \pm 0{,}07)\,10^{-8},$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (23{,}82 \pm 0{,}02)\,10^{-8}\,, \qquad s_{44} = (77{,}29 \pm 0{,}07)\,10^{-8}$$
$$s_{12} = -\,(5{,}165 \pm 0{,}07)\,10^{-8}$$
$$E = [33{,}48 - 9{,}66\,(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)]\,10^{-8}$$
$$T = [77{,}29 - 38{,}64\,(\alpha^2\alpha_1^2 + \beta^2\beta_1^2 + \gamma^2\gamma_1^2)]\,10^{-8}$$
$$T^0 = [154{,}6 - 77{,}28\,(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)]\,10^{-8}$$
$$M = 40{,}47\,.\,10^{-8}\,, \qquad q = 301$$
$$c_{11} = 4{,}77\,.\,10^6, \qquad c_{44} = 1{,}294\,.\,10^6, \qquad c_{12} = 1{,}32\,.\,10^6$$

Silvina di Stassfurt.

$$E[100] = (26{,}85 \pm 0{,}06)\,10^{-8}, \qquad E[110] = (51{,}0 \pm 0{,}02)\,10^{-8}$$
$$T[100] = (153{,}0 \pm 0{,}5)\,.\,10^{-8}$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (26{,}85 \pm 0{,}06)\,10^{-8}, \qquad s_{44} = (153{,}0 \pm 0{,}5)\,10^{-8}$$
$$s_{12} = -\,(1{,}35 \pm 0{,}46)$$
$$E = [\;75{,}1 - 48{,}2\,(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)]\,10^{-8}$$
$$T = [153{,}0 - 193{,}2\,(\alpha^2\alpha_1^2 + \beta^2\beta_1^2 + \gamma^2\gamma_1^2)]\,10^{-8}$$
$$T^0 = [306 \quad - 386{,}4\,(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)]\,10^{-8}$$
$$M = 72{,}3\,.\,10^{-8}, \qquad q = 154$$
$$c_{11} = 3{,}75\,.\,10^6\,, \qquad c_{44} = 0{,}655\,.\,10^6\,, \qquad c_{12} = 0{,}198\,.\,10^6$$

Sistema trimetrico.

La flessione e l' angolo di torsione pel prisma e pel cilindro sono dati dalle stesse formule, che valgono per il sistema mo-

uometrico, ove i tre spigoli del prisma coincidano coi tre assi di simmetria.

E, T, T^0 sono dati rispettivamente da

$$
\begin{aligned}
E = {} & s_{11}\alpha^4 + s_{22}\beta^4 + s_{33}\gamma^4 \\
& + (s_{44} + 2s_{23})\beta^2\gamma^2 + (s_{55} + 2s_{31})\gamma^2\alpha^2 + (s_{66} + 2s_{12})\alpha^2\beta^2 \\
T = {} & 4(s_{11}\alpha^2\alpha_1^2 + s_{22}\beta^2\beta_1^2 + s_{33}\gamma^2\gamma_1^2) \\
& + 2[(s_{44} + 4s_{23})\beta\beta_1\gamma\gamma_1 + (s_{55} + 4s_{31})\gamma\gamma_1\alpha\alpha_1 + (s_{66} + 4s_{12})\alpha\alpha_1\beta\beta_1] \\
& + s_{44}(\beta^2\gamma_1^2 + \gamma^2\beta_1^2) + s_{55}(\gamma^2\alpha_1^2 + \alpha^2\gamma_1^2) + s_{66}(\alpha_2\beta_1^2 + \beta^2\alpha_1^2) \\
T^0 = {} & \alpha^2(s_{55} + s_{66}) + \beta^2(s_{66} + s_{44}) + \gamma^2(s_{44} + s_{55}) \\
& + 4\beta^2\gamma^2(s_{22} + s_{33} - s_{44} - 2s_{23}) \\
& + 4\gamma^2\alpha^2(s_{33} + s_{11} - s_{55} - 2s_{31}) \\
& + 4\alpha^2\beta^2(s_{11} + s_{22} - s_{66} - 2s_{12}).
\end{aligned}
$$

I coefficienti di dilatazione lineare lungo i 3 assi per una porzione qualsiasi della sostanza sottoposta ad una pressione eguale da tutte le parti, sono

$$
\begin{aligned}
A_x &= s_{11} + s_{12} + s_{13} \\
A_y &= s_{21} + s_{22} + s_{23} \\
A_z &= s_{31} + s_{32} + s_{33}
\end{aligned}
$$

e per conseguenza il coefficiente di dilatazione cubica

$$M = (s_{11} + s_{22} + s_{33}) + 2(s_{23} + s_{31} + s_{12}),$$

e le misure della ripulsione termica lungo gli assi

$$
\begin{aligned}
q_x &= a_x c_{11} + a_y c_{12} + a_z c_{13} \\
q_y &= a_x c_{21} + a_y c_{22} + a_z c_{23} \\
q_z &= a_x c_{31} + a_y c_{32} + a_z c_{33},
\end{aligned}
$$

in cui a_x, a_y, a_z sono i rispettivi coefficienti di dilatazione lineare termica.

Topazio di Mursinka negli Urali.

L' orientazione è la solita; l' asse delle z coincide colla normale al piano di sfaldatura; l' asse delle x colla brachidiagonale, l' asse delle y colla macrodiagonale.

Gli indici sono definiti dalla seguente tabella, in cui alla

prima linea stanno i coseni direttori dell'asse del prisma, alla seconda quelli della dimensione trasversale maggiore

$$I = \begin{Bmatrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{Bmatrix} \qquad IV = \begin{Bmatrix} 0, & \frac{1}{\sqrt{2}}, & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1, & 0, & 0 \end{Bmatrix}$$

$$II = \begin{Bmatrix} 0, & 1, & 0 \\ 1, & 0, & 0 \end{Bmatrix} \qquad V = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}, & 0, & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0, & 1, & 0 \end{Bmatrix}$$

$$III = \begin{Bmatrix} 0, & 0, & 1 \\ 0, & 1, & 0 \end{Bmatrix} \qquad VI = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}, & \frac{1}{\sqrt{2}}, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{Bmatrix}$$

Si trovò

$$E_{I} = (4{,}341 \pm 0{,}0023)\,10^{-8} \qquad E_{IV} = (3{,}747 \pm 0{,}0027)\,10^{-8}$$
$$E_{II} = (3{,}460 \pm 0{,}0023)\,10^{-8} \qquad E_{V} = (3{,}456 \pm 0{,}0016)\,10^{-8}$$
$$E_{III} = (3{,}771 \pm 0{,}0026)\,10^{-8} \qquad E_{VI} = (3{,}145 \pm 0{,}0022)\,10^{-8}$$

$$T_{I} = (7{,}391 \pm 0{,}0098)\,10^{-8}$$
$$T_{II} = (7{,}485 \pm 0{,}0078)\,10^{-8}$$
$$T_{III} = (9{,}059 \pm 0{,}0099)\,10^{-8}$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (4{,}341 \pm 0{,}0023)\,10^{-8} \qquad s_{23} = -(0{,}651 \pm 0{,}0083)\,10^{-8}$$
$$s_{22} = (3{,}460 \pm 0{,}0023)\,10^{-8} \qquad s_{31} = -(0{,}840 \pm 0{,}0077)\,10^{-8}$$
$$s_{33} = (3{,}771 \pm 0{,}0026)\,10^{-8} \qquad s_{12} = -(1{,}353 \pm 0{,}0067)\,10^{-8}$$

$$s_{44} = (9{,}059 \pm 0{,}0099)\,10^{-8}$$
$$s_{55} = (7{,}391 \pm 0{,}0098)\,10^{-8}$$
$$s_{66} = (7{,}485 \pm 0{,}0078)\,10^{-8}$$

$$E = [4{,}341\,\alpha^4 + 3{,}460\,\beta^4 + 3{,}771\,\gamma^4 + 7{,}757\,\beta^2\gamma^2 + 5{,}711\,\gamma^2\alpha^2 + 4{,}779\,\alpha^2\beta^2]\,10^{-8}$$

$$T = [17{,}36\,\alpha^2\alpha_1^2 + 13{,}84\,\beta^2\beta_1^2 + 15{,}08\,\gamma^2\gamma_1^2 + 12{,}910\,\beta\beta_1\,\gamma\gamma_1 + 8{,}062\,\gamma\gamma_1\,\alpha\alpha_1 + 4{,}146\,\alpha\alpha_1\,\beta\beta_1 + 9{,}059(\beta^2\gamma_1^2+\gamma^2\beta_1^2)+7{,}391(\gamma_2\alpha_1^2+\alpha^2\gamma_1^2)+7{,}485(\alpha^2\beta_1^2+\beta^2\alpha_1^2)]10^{-8}$$

$$T^0 = [14{,}88\,\alpha^2 + 16{,}54\,\beta^2 + 16{,}45\,\gamma^2 - 2{,}10\,\beta^2\gamma^2 + 9{,}60\,\gamma^2\alpha^2 + 12{,}09\,\alpha^2\beta^2]\,10^{-8}$$

$$A_x = 2{,}148,\,10^{-8}, \qquad A_y = 1{,}456,\,10^{-8}, \qquad A_z = 2{,}280,\,10^{-8}$$

$$M = 5,884 . 10^{-8}$$

$$q_x = 243 , \qquad q_y = 263 , \qquad q_z = 256$$

$$c_{11} = 28,70 . 10^6 \qquad c_{22} = 35,60 . 10^6 \qquad c_{33} = 30,02 . 10^6$$
$$c_{44} = 11,04 . 10^6 \qquad c_{55} = 13,53 . 10^6 \qquad c_{66} = 13,36 . 10^6$$
$$c_{23} = 9,01 . 10^6 \qquad c_{31} = 8,61 . 10^6 \qquad c_{12} = 12,84 . 10^6$$

(Continua).

UNA MODIFICAZIONE AL TERMOMETRO AD ARIA;

DOMENICO MAZZOTTO.

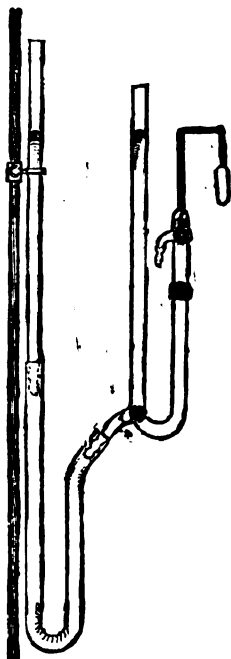
Durante uno studio, da me recentemente ultimato, sui crioidrati delle miscele saline [1]), mi fu necessario confrontare i miei termometri col termometro ad aria, e non avendo a mia disposizione un tale strumento, ne i mezzi per acquistarlo, lo feci costruire economicamente da un soffiatore in vetro. Credo utile di descrivere la forma da me data all'apparecchio perchè differisce alquanto da quelle in uso, ovvia ad alcuni inconvenienti delle medesime e gode di qualche proprietà che gli ordinari apparecchi non hanno.

La figura qui unita rappresenta schematicamente l'apparecchio.

Al bulbo segue un tubo capillare piegato a doppia squadra il quale è saldato ad un tubo più largo alla cui estremità superiore è fissata la punta di smalto che serve da punto di richiamo. Al di sotto di questa punta, ed alla minima possibile distanza da essa, si trova una chiavetta a tre vie, la quale comunica lateralmente con un sottil tubo foggiato a porta gomma che serve all'introduzione ed all'estrazione dell'aria dal bulbo. Poco al disotto di questa chiavetta se ne trova un'altra, semplice, il di cui ufficio sarà spiegato in seguito.

Nell'altro ramo del tubo ad U ed immediatamente ad di sopra della piegatura, si trova una seconda chiavetta a tre vie, la quale serve a mettere in comunicazione i rami del tubo ad

1) *Nuovo Cimento* Vol. XXIX, pag. 21.

U con un tubo laterale, congiunto, col mezzo di un tubo di gomma, ad uno di vetro, diritto, che può venir fissato ad altezze variabili lungo una robusta asta di ferro indipendente dalle altre parti dell' apparecchio. Questo tubo scorrevole serve, a far variare il livello del mercurio nei tubi del termometro.

La distanza verticale fra la chiavetta inferiore e quella media è bene che sia superiore ai 60 centimetri, così da permettere di fare colla semplice manovra del tubo scorrevole una discreta rarefazione nel bulbo del termometro; il ramo aperto del tubo ad U dovrà avere una lunghezza tanto maggiore quanto più alta è la temperatura per la quale il termometro dovrà servire.

È da notare che nella figura è rappresentato il termometro con bulbo molto piccolo (2 cm³) quale era quello che dovetti usare nelle mie esperienze, ma è certo che, ove la grandezza del bulbo non sia, come nel mio caso, limitata da circostanze speciali, sarà bene dargli dimensioni maggiori.

Sarebbe altresì utile riunire la parte superiore del ramo aperto del tubo ad U di una chiavetta semplice (non rappresentata nella figura) la quale può prestare degli utili servigi nel maneggio dell' apparecchio, fra i quali quello di risparmiare la lettura del barometro, potendosi manovrare il tubo scorrevole in modo da produrre il vuoto torricelliano al disotto di detta chiavetta [1]), così che il dislivello del mercurio nei due rami del tubo ad U indichi, senz' altro la pressione dell' aria nel bulbo. In questo caso però, naturalmente, il tubo dovrebbe essere più lungo.

Il tubo ad U costituente il termometro, è fissato ad una

1) Per ottenere un vuoto torricelliano praticamente perfetto si potrà agire nel modo indicato dal prof. Guglielmo (*Atti dell'Acc. dei Lincei* vol. VI, 2° sem., pag. 195). A tale scopo invece di una sola chiavetta se ne porranno due l' una sopra l' altra.

tavoletta, non rappresentata nella figura, la quale è portata da un sostegno di ferro che permette di alzarla ed abbassarla; dietro ai tubi si può fissare lo specchio portante la scala graduata quando si voglia esimersi dal fare le letture col catetometro.

L' apparecchio ora descritto avrebbe, sopra quelli del tipo Jolly, il vantaggio di non permettere che l' aria e l' umidità che rimangono aderenti al tubo di gomma, specialmente nei punti di innesto, penetrino nel bulbo, inconveniente, questo, che fa perdere la non piccola fatica fatta per riempire il bulbo d' aria secca. È pure vantaggioso il poter manovrare l' apparecchio senza produrre scosse, il che non è sempre ottenibile cogli apparecchi che hanno il tubo scorrevole sullo stesso sostegno del bulbo.

Lo scopo precipuo pel quale fu inserita la chiavetta semplice al disotto di quella a tre vie si è quello di poter arrestare, ad un istante voluto, i movimenti della colonna di mercurio. Trattandosi, come non è raro il caso, di determinare delle temperature non affatto costanti, dopo portato il livello del mercurio a contatto colla punta di richiamo si chiude quella chiavetta; si può allora fare con comodità le letture del dislivello e del barometro, senza tema che nel frattempo la punta di richiamo cessi di sfiorare il menisco. Fatte le letture, si riapre la chiavetta e si osserva se avviene variazione di livello; se questa ha luogo vuol dire che nel frattempo la temperatura è cambiata, e, se preme di conoscere la nuova temperatura, si riporterà la punta di richiamo a contatto col mercurio, si richiuderà la chiavetta e si farà una nuova lettura, e così via.

Altri utili servigi può prestare quella chiavetta durante il riempimento del termometro. Questo si effettua mettendo il tubo laterale superiore alternativamente in comunicazione con una pompa pneumatica e col tubo adduttore dell' aria secca. Prima di fare questa operazione si può manovrare il tubo scorrevole in modo che il livello del mercurio giunga al di sotto di detta chiavetta e quindi chiuderla così che si possa poi fare il vuoto colla pompa, ed essiccare, non solo il bulbo, ma anche quella porzione di tubo che sta fra le due chiavette, la cui umidità potrebbe facilmente entrare a poco a poco nel bulbo.

Dopochè colle opportune manovre si avrà tante volte rinnovata, a caldo ed a freddo, l' aria secca nel bulbo, da poter rite-

nere che tutta l' umidità sia esportata, e si vorrà chiudere definitivamente il termometro, la detta chiavetta permetterà di regolare la pressione dell' aria che rimane nel bulbo.

Così, se si avrà bisogno di misurare temperature molto basse, sarà bene che l'aria contenuta nel bulbo abbia, alla temperatura ordinaria, una pressione superiore alla atmosferica; in tal caso si chiuderà, col rubinetto a tre vie la comunicazione coll'esterno quando è riempito d'aria secca non solo il bulbo ma anche una parte (più o meno grande a seconda della pressione iniziale che si desidera) del tubo che sta fra le due chiavette; quest' aria, quando venga compressa sollevando il mercurio fino alla punta di riscontro, acquisterà la maggior pressione desiderata.

Se, invece, si avranno da eseguire determinazioni a temperature molto elevate, sarà utile, anche per non dare al tubo aperto una lunghezza soverchia, di introdurre nel bulbo dell' aria rarefatta. Perciò, dopo aver introdotta dell' aria alla pressione normale in tal quantità da non riempire che il solo spazio sovrastante alla chiavetta a tre vie, si abbassa il tubo scorrevole, e si aprono le chiavette in modo di far entrare parte di quest' aria nello spazio interposto fra le due chiavette, dal quale viene poi espulsa con manovra analoga a quella della pompa a mercurio. L' operazione si ripete se si vuol raggiungere una rarefazione maggiore.

Finalmente noterò che se si ha l' avvertenza di mantenere detta chiavetta sempre chiusa, fino al momento di fare una determinazione, si toglierà il pericolo che del mercurio penetri nel bulbo, o durante il trasporto dell' apparecchio o per qualche inavvertenza.

Io usai lungamente di questo termometro e ne fui sempre soddisfatto specialmente per la facilità colla quale poteva determinare delle temperature che non rimanevano stazionarie che per poco tempo.

Terminerò col descrivere la disposizione da me adottata per aver sempre pronta dell' aria ben secca con cui essicare e riempire definitivamente il bulbo del termometro.

Due grandi bottiglioni (ciascuno di 12 litri) erano per metà riempiti di acido solforico a 66° ed erano posti in comunicazione da un sifone di vetro ripieno dello stesso liquido. Uno di essi

era chiuso alla parte superiore da un turacciolo di gomma a due fori, uno dei quali dava accesso al ramo del sifone e l'altro ad un breve tubo di vetro da cui si poteva aspirare l'aria sovrastante all'acido solforico, la quale, per il suo lungo contatto con esso, era perfettamente secca e tale rimaneva perchè il volume d'aria aspirata veniva costituito da altrettanto acido solforico portato dal sifone.

Il breve tubo uscente dal bottiglione chiuso, comunicava con uno dei rami d'un rubinetto Geissler a tre vie, gli altri due rami del quale erano in comunicazione, l'uno con una pompa pneumatica a mano, e l'altro col tubetto del termometro destinato all'accesso dell'aria secca. Le comunicazioni erano poi stabilite in modo che bastasse girare di 90° la chiavetta Geissler, in un verso e nel verso opposto, per mettere alternativamente il bulbo in comunicazione colla pompa o col recipiente di aria secca.

Così si poteva ripetere rapidamente per centinaia di volte la rarefazione e l'introduzione di nuova aria secca nel bulbo mantenuto a caldo od a freddo, e dopo un tempo relativamente breve si trovava che l'aria che restava nel bulbo non lasciava più nulla a desiderare quanto a secchezza, presentando essa il suo coefficiente di dilatazione normale, e conservandolo inalterato. L'intromissione di tubi a cloruro di calcio renderebbe meno certo il successo.

È ovvio che l'identico apparecchio potrebbe servire per riempire il bulbo di idrogeno secco.

Dal Gabinetto di Fisica del R. Liceo Parini.

Aprile 1890.

SOPRA LE EQUAZIONI FONDAMENTALI DELLA ELETTRODINAMICA; NOTA DEL PROF. VITO VOLTERRA.

Come le questioni di dinamica dipendono da un unico sistema di equazioni differenziali (le equazioni di Lagrange) così, secondo quanto ha mostrato Hertz, tutte le questioni di elettrodinamica si riducono a dipendere da un unico sistema di equazioni differenziali [1]. Le equazioni della dinamica di Lagrange (quando le forze ammettono un potenziale) possono ricondursi a dipendere da un unico principio di calcolo delle variazioni (il principio di Hamilton). Mi sono proposto analogamente di ricondurre le equazioni fondamentali della elettrodinamica da cui è partito Hertz nel caso dei sistemi in quiete, a dipendere da una questione di calcolo delle variazioni.

Questo resultato, come mostreremo può conseguirsi in infiniti modi ricorrendo a delle variabili ausiliarie da cui dipendono le componenti della forza elettrica e della forza magnetica.

§ 1.

Siano ε_{rs}, μ_{rs}, λ_{rs}, $(r, s = 1, 2, 3)$ delle funzioni delle variabili x_1, x_2, x_3, tali che

$$\varepsilon_{rs} = \varepsilon_{sr}\ , \quad \mu_{rs} = \mu_{sr}\ , \quad \lambda_{rs} = \lambda_{sr}$$

e siano X_1, X_2. X_3; L_1, L_2, L_3 delle funzioni delle variabili x_1, x_2, x_3, t. Queste funzioni siano definite in un campo S a tre dimensioni rispetto alle variabili x_1, x_2, x_3 e per i valori di t compresi fra t_0 e t_1.

Si ponga

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} \xi_r &= \frac{d}{dt}\Sigma_s\,\varepsilon_{rs}\,X_s - \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} + \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}} + 4\pi\,\Sigma_h\,\lambda_{rh}\,X_h \\ \eta_r &= \frac{d}{dt}\Sigma_s\,\mu_{rs}\,L_s - \frac{dX_{r+2}}{dx_{r+1}} + \frac{dX_{r+1}}{dx_{r+2}}\ . \end{aligned} \right.$$

1) Vedi *N. Cimento* S. 3, Vol. XXVIII, pag. 193.

Denotando con Y_r e M_r delle nuove funzioni di x_1, x_2, x_3, t, moltiplichiamo le relazioni precedenti per δY_r e δM_r, sommiamo e integriamo a tutto lo spazio S rispetto alle variabili x_1, x_2, x_3 e per i valori di t compresi fra t_0 e t_1. Si otterrà

$$(2)\quad \begin{cases} \int_{t_0}^{t_1} dt \int_S \Sigma_r (\xi_r \delta Y_r + \eta_r \delta M_r)\, dS = -\int_{t_0}^{t_1}\int_S \Sigma_r (X_r \delta u_r + L_r \delta v_r)\, dS \\ + \left[\int_S \Sigma_{r,s} (\varepsilon_{rs} X_s \delta Y_r + \mu_{rs} L_s \delta M_r)\, dS \right]_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} \Sigma_r \int_\sigma (L_{r+1} \delta Y_{r+2} \\ - L_{r+2} \delta Y_{r+1} + X_{r+2} \delta M_{r+1} - X_{r+1} \delta M_{r+2}) \cos nx_r\, d\sigma \quad {}^{1)} \end{cases}$$

denotando con σ la superficie contorno di S e con n la sua normale diretta verso l' esterno, e ponendo

$$(3)\quad \begin{cases} u_r = \dfrac{d}{dt} \Sigma_s \varepsilon_{rs} Y_s - \dfrac{dM_{r+1}}{dx_{r+2}} + \dfrac{dM_{r+2}}{dx_{r+1}} - 4\pi \Sigma_h \lambda_{rh} Y_h \\ v_r = \dfrac{d}{dt} \Sigma_s \mu_{rs} M_s - \dfrac{dY_{r+2}}{dx_{r+1}} + \dfrac{dY_{r+1}}{dx_{r+2}}\,. \end{cases}$$

Ciò premesso consideriamo le quantità

$$\alpha_{rs} = \alpha_{sr}\,, \qquad \beta_{rs} = \beta_{sr}\,, \qquad r, s = 1, 2, 3,$$

supponiamole funzioni di x_1, x_2, x_3, e tali che

$$(4)\quad a = \begin{vmatrix} \alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13} \\ \alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23} \\ \alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33} \end{vmatrix} \gtrless 0\,, \qquad b = \begin{vmatrix} \beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{13} \\ \beta_{21}, \beta_{22}, \beta_{23} \\ \beta_{31}, \beta_{32}, \beta_{33} \end{vmatrix} \gtrless 0$$

Pongasi

$$a_{rs} = \frac{d \log a}{d\,\alpha_{rs}}\,, \qquad b_{rs} = \frac{d \log b}{d\,\beta_{rs}}$$

$$(5)\qquad \Sigma_s a_{rs} u_s = Z_r\,, \qquad \Sigma_s b_{rs} v_s = N_r$$

1) Il simbolo $\Sigma_{r,s}$ denota la doppia somma $\Sigma_r \Sigma_s$ in tutto il corso della presente nota.

Avremo

$$\Sigma_r (X_r \delta u_r + L_r \delta v_r) = \Sigma_{r,s} \alpha_{rs} X_r \delta Z_s + \Sigma_{r,s} \beta_{rs} L_r \delta N_s$$

La equazione (1) potrà dunque scriversi

$$\text{(I)} \quad \int_{t_0}^{t_1} dt \int_S (\Sigma_{r,s} \alpha_{rs} X_r \delta Z_s + \Sigma_{r,s} \beta_{rs} L_r \delta N_s) dS = -\int_{t_0}^{t_1} dt \int_S \Sigma_r (\xi_r \delta Y_r$$

$$+ \eta_r \delta M_r) dS + \left[\int_S \Sigma_{r,s} (\varepsilon_{rs} X_s \delta Y_r + \mu_{rs} L_s \delta M_r) dS \right]_{t_0}^{t_1}$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} \int_\sigma \Sigma_r (L_{r+1} \delta Y_{r+2} - L_{r+2} \delta Y_{r+1} + X_{r+2} \delta M_{r+1} - X_{r+1} \delta M_{r+2}) \cos nx_r \, d\sigma .$$

§ 2.

L'ultima formula del § precedente fornisce subito il modo per risolvere la questione propostaci.

Poniamo infatti

$$\text{(6)} \qquad Z_r = X_r , \qquad N_r = L_r ,$$

in tale ipotesi il primo membro della equazione precedente diviene

$$\delta \int_0^{t_1} P \, dt$$

in cui

$$P = {}^1/_2 \int_S \Sigma_{r,s} (\alpha_{rs} X_r X_s + \Sigma_{r,s} \beta_{rs} L_r L_s) \, dS$$

e la condizione

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} P \, dt = 0$$

condurrà alle equazioni

$$\text{(7)} \qquad \xi_r = 0 , \qquad \eta_r = 0 ,$$

che sono appunto le equazioni fondamentali della elettrodinamica

dei sistemi in quiete, quando si supponga che X_1, X_2, X_3 siano le componenti della forza elettrica, L_1, L_2, L_3 quelle della forza magnetica secondo gli assi coordinati x_1, x_2, x_3, le ε_{rs} i coefficienti della polarizzazione elettrica, μ_{rs} quelli della polarizzazione magnetica e λ_{rs} i coefficienti della conducibilità elettrica.

Nella espressione di P compariscono le α_{rs}, β_{rs} che sono quantità le quali possono scegliersi arbitrariamente, salvo a supporre soddisfatte le (3) e (4). Si ha quindi che le equazioni (7) possono farsi dipendere in infiniti modi da questioni di calcolo delle variazioni.

In particolare potremo fare in modo che P sia eguale alla energia elettromagnetica del sistema. A tal fine basterà prendere

$$\varepsilon_{rs} = \alpha_{rs}, \qquad \mu_{rs} = \beta_{rs}$$

e avremo

$$P = {}^1/_2 \int_S \Sigma_{r,s} (\varepsilon_{rs} X_r X_s + \mu_{rs} L_r L_s).$$

Prendiamo invece

$$\alpha_{rs} = \varepsilon_{rs}, \qquad \beta_{rs} = -\mu_{rs},$$

si otterrà

$$\begin{aligned}
{}^1/_2 \Sigma_{r,s} \alpha_{rs} X_r X_s = {}^1/_2 \Sigma_{r,s} a_{rs} u_r u_s = {}^1/_2 \Sigma_{r,s} \varepsilon_{rs} \frac{dY_r}{dt}\frac{dY_s}{dt} \\
+ {}^1/_2 \Sigma_{r,s} a_{rs}\left(\frac{dM_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dM_{r+2}}{dx_{r+1}} + 4\pi \Sigma_h \lambda_{rh} Y_h\right)\left(\frac{dM_{s+1}}{dx_{s+2}} - \frac{dM_{s+2}}{dx_{s+1}}\right. \\
\left. + 4\pi \Sigma_h \lambda_{sh} Y_h\right) - {}^1/_2 \Sigma_r \frac{dY_r}{dt}\left(\frac{dM_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dM_{r+2}}{dx_{r+1}}\right) - 2\pi \Sigma_{r,s} \lambda_{rs} \frac{dY_r}{dt} Y_s;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^1/_2 \Sigma_{r,s} \beta_{rs} L_r L_s = {}^1/_2 \Sigma_{r,s} b_{rs} v_r v_s = -{}^1/_2 \Sigma_{r,s} \mu_{rs} \frac{dM_r}{dt}\frac{dM_s}{dt} \\
+ {}^1/_2 \Sigma_{r,s} b_{rs}\left(\frac{dY_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dY_{r+2}}{dx_{r+1}}\right)\left(\frac{dY_{s+1}}{dx_{s+2}} - \frac{dY_{s+2}}{dx_{s+1}}\right) \\
- {}^1/_2 \Sigma_r \frac{dM_r}{dt}\left(\frac{dY_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dY_{r+2}}{dx_{r+1}}\right)
\end{aligned}$$

Quindi

$$\begin{aligned}
(8) \quad {}^1/_2 \Sigma_{r,s} \alpha_{rs} X_r X_s + {}^1/_2 \Sigma_{r,s} \beta_{rs} L_r L_s = G - \frac{d}{dt}\left[{}^1/_2 \Sigma_r Y_r \left(\frac{dM_{r+1}}{dx_{r+2}}\right.\right. \\
\left.\left. - \frac{dM_{r+2}}{dx_{r+1}}\right) - 2\pi \Sigma_{r,s} \lambda_{rs} Y_r Y_s\right] + {}^1/_2 \Sigma_r \frac{d}{dx_r}\left(Y_{r+1}\frac{dM_{r+2}}{dt} - Y_{r+2}\frac{dM_{r+1}}{dt}\right)
\end{aligned}$$

essendo

$$G = {}^1/_2\, \Sigma_{r,s}\, \varepsilon_{rs} \frac{d\,Y_r}{dt} \frac{d\,Y_s}{dt} - {}^1/_2\, \Sigma_{r,s}\, \mu_{rs} \frac{dM_r}{dt} \frac{dM_s}{dt}$$

$$+ {}^1/_2\, \Sigma_{r,s}\, a_{rs} \left(\frac{dM_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dM_{r+2}}{dx_{r+1}} + 4\pi\, \Sigma_h\, \lambda_{rh}\, Y_h\right) \left(\frac{dM_{s+1}}{dx_{s+2}} - \frac{dM_{s+2}}{dx_{s+1}}\right.$$

$$\left. + 4\pi\, \Sigma_h\, \lambda_{sh}\, Y_h\right) + {}^1/_2\, \Sigma_{r,s}\, b_{rs} \left(\frac{dY_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dY_{r+2}}{dx_{r+1}}\right) \left(\frac{dY_{s+1}}{dx_{s+2}} - \frac{dY_{s+2}}{dx_{s+1}}\right).$$

Formando in questo caso l' integrale

$$\int_{t_0}^{t_1} P\, dt$$

avremo che tutti i termini del secondo membro della equazione (8) i quali sono delle derivate esatte rispetto alle variabili t, x_1, x_2, x_3, danno luogo ad una somma di integrali estesi al contorno dello spazio S e di termini i cui valori vanno presi ai limiti t_0 e t_1.

Se trascuriamo questa somma otterremo

$$\int_{t_0}^{t_1} Q\, dt \qquad \text{in cui } Q = \int_S G\, dt.$$

Come è ben noto dalla teoria del calcolo delle variazioni, se annulliamo la variazione di $\int_{t_0}^{t_1} Q\, dt$ otteniamo le stesse equazioni indefinite come annullando la variazione di $\int_{t_0}^{t_1} P\, dt$. Ne segue che le equazioni fondamentali della elettrodinamica potranno ottenersi dalla variazione dell' integrale

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \int_S G\, dS.$$

Nella espressione di G sono separati i termini che contengono le derivate delle Y_r ed M_r rapporto a t, (i quali formano una funzione omogenea di 2° grado rispetto alle derivate stesse) da-

gli altri termini, come ha luogo nella espressione dell' azione di Hamilton che si trova nella dinamica.

§ 3.

Dalle (1) si ricava

$$\Sigma_i \left(\xi_i \frac{dY_i}{dt} + \eta_i \frac{dM_i}{dt} \right) = \Sigma_s \frac{dX_s}{dt} \Sigma_i \varepsilon_{is} \frac{dY_i}{dt} + \Sigma_s \frac{dL_s}{dt} \Sigma_i \mu_{is} \frac{dM_i}{dt}$$

$$- \Sigma_i \frac{dY_i}{dt} \left(\frac{dL_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dL_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) + \Sigma_i \frac{dM_i}{dt} \left(\frac{dX_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dX_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) + 4\pi \, \Sigma_{i,h} \lambda_{ih} X_h \frac{dY_i}{dt}$$

Quindi a cagione delle (2)

$$= \Sigma_i \left(u_i \frac{dX_i}{dt} + v_i \frac{dL_i}{dt} \right) - \Sigma_i \left[\frac{dL_i}{dt} \left(\frac{dY_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dY_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) + \frac{dY_i}{dt} \left(\frac{dL_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dL_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) \right]$$

$$+ \Sigma_i \left[\frac{dX_i}{dt} \left(\frac{dM_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dM_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) + \frac{dM_i}{dt} \left(\frac{dX_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dX_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) \right]$$

$$+ 4\pi \, \Sigma_{i,h} \lambda_{ih} \left(X_h \frac{dY_i}{dt} + Y_i \frac{dX_h}{dt} \right)$$

ovvero per le (5) e (6)

$$= \frac{d}{dt} \Big\{ {}^1/_2 \, \Sigma_{i,s} (\alpha_{is} X_i X_s + \beta_{is} L_i L_s) - \Sigma_i \Big[L_i \left(\frac{dY_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dY_{i+2}}{dx_{i+1}} \right)$$

$$- X_i \left(\frac{dM_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dM_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) + 4\pi \, \Sigma_{i,h} \lambda_{ih} X_h Y_i \Big\}$$

$$+ \Sigma_i \frac{d}{dx_i} \left\{ L_{i+1} \frac{dY_{i+2}}{dt} - L_{i+2} \frac{dY_{i+1}}{dt} - X_{i+1} \frac{dM_{i+2}}{dt} + X_{i+2} \frac{dM_{i+1}}{dt} \right\}$$

Integrando a tutto lo spazio S e supponendo soddisfatte le equazioni

$$\xi_i = 0, \qquad \eta_i = 0,$$

otterremo

$$\frac{d}{dt} \int \Big\{ {}^1/_2 \, \Sigma_{i,s} (\alpha_{is} X_i X_s + \beta_{is} L_i L_s) - \Sigma_i \Big[L_i \left(\frac{dY_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dY_{i+2}}{dx_{i+1}} \right)$$

$$- X_i \left(\frac{dM_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dM_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) \Big] + \Sigma_{i,h} 4\pi \, \lambda_{ih} X_h Y_i \Big\} dS = \int \Sigma_i \Big(X_{i+1} \frac{dM_{i+2}}{dt}$$

$$- X_{i+2} \frac{dM_{i+1}}{dt} - L_{i+1} \frac{dY_{i+2}}{dt} + L_{i+2} \frac{dY_{i+1}}{dt} \Big) \cos nx_i \, d\sigma \, .$$

Nel caso in cui S rappresenti lo spazio indefinito e le X_i, L_i a distanza infinita siano infinitesimi di terzo ordine, allora il secondo membro va a zero e otteniamo l'integrale

$$\int \Big\{ {}^1/_2 \left(\Sigma_{i,s}\, \alpha_{is} X_i X_s + \beta_{is} L_i L_s\right) - \Sigma_i \left[L_i \left(\frac{dY_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dY_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) - X_i \left(\frac{dM_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dM_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) \right] + 4\pi\, \Sigma_{i,h}\, \lambda_{ih} X_h Y_i \Big\}\, dS = \text{cost.}$$

§ 4.

Consideriamo due sistemi di valori per le X_i, L_i, Y_i, M_i, ξ_i, η_i, u_i, v_i, L_i, N_i che distingueremo ponendo uno o due apici alle quantità stesse.

Avremo dalle (1)

$$\Sigma_i \left(Y''_i \xi'_i + M''_i \eta'_i - Y'_i \xi''_i - M'_i \eta''_i\right)$$

$$= \Sigma_{i,s} \left[\varepsilon_{is} \left(\frac{dX'_s}{dt} Y''_i - \frac{dX''_s}{dt} Y'_i \right) + \mu_{is} \left(\frac{dL'_s}{dt} M''_i - \frac{dL''_s}{dt} M'_i \right) \right]$$

$$- \Sigma_i \left[Y''_i \left(\frac{dL'_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dL'_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) - Y'_i \left(\frac{dL''_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dL''_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) \right] + \Sigma_i \left[M''_i \left(\frac{dX'_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dX'_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) - M'_i \left(\frac{dX''_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dX''_{i+2}}{dx_{i+1}} \right) \right] + 4\pi\, \Sigma_{i,h}\, \lambda_{ih} \left(X'_h Y''_i - X''_h Y'_i\right)$$

$$= \frac{d}{dt} \Sigma_{i,s} \left[\varepsilon_{is} \left(X'_s Y''_i - X''_s Y'_i\right) + \mu_{is} \left(L'_s M''_i - L''_s M'_i\right) \right]$$

$$- \Sigma_i \frac{d}{dx_i} \left(Y''_{i+1} L'_{i+2} - Y''_{i+2} L'_{i+1} - Y'_{i+1} L''_{i+2} + Y'_{i+2} L''_{i+1} - M''_{i+1} X'_{i+2} + M''_{i+2} X'_{i+1} + M'_{i+1} X''_{i+2} - M'_{i+2} X''_{i+1} \right)$$

$$- \Sigma_i X'_i \left\{ \Sigma_s\, \varepsilon_{is} \frac{dY''_s}{dt} - \frac{dM''_{i+1}}{dx_{i+2}} + \frac{dM''_{i+2}}{dx_{i+1}} - 4\pi\, \Sigma_h\, \lambda_{ih} Y''_h \right\}$$

$$- \Sigma_i L'_i \left\{ \Sigma_s\, \mu_{is} \frac{dM''_s}{dt} + \frac{dY''_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dY''_{i+2}}{dx_{i+1}} \right\} + \Sigma_i X''_i \left\{ \Sigma_s\, \varepsilon_{is} \frac{dY'_s}{dt} - \frac{dM'_{i+1}}{dx_{i+2}} + \frac{dM'_{i+2}}{dx_{i+1}} - 4\pi\, \Sigma_h \lambda_{ih} Y'_h \right\} + \Sigma_i L''_i \left\{ \Sigma_s\, \mu_{is} \frac{dM'_s}{dt_s} + \frac{dY'_{i+1}}{dx_{i+2}} - \frac{dY'_{i+2}}{dx_{i+1}} \right\}$$

Quindi tenendo presenti le (2) e (5) si otterrà

$$= \frac{d}{dt} \Sigma_{i,s} \Big[\varepsilon_{is} (X'_s Y''_i - X''_s Y'_i) + \mu_{is} (L'_s M''_i - L''_s M'_i)$$

$$- \Sigma_i \frac{d}{dx_i} (Y''_{i+1} L'_{i+2} - Y''_{i+2} L'_{i+1} - Y'_{i+1} L''_{i+2} + Y'_{i+2} L''_{i+1}$$

$$- M''_{i+1} X'_{i+2} + M''_{i+2} X'_{i+1} + M'_{i+1} X''_{i+2} - M'_{i+2} X''_{i+1})$$

$$- \Sigma_{i,s} \Big[\alpha_{is} (X'_i Z''_s - X''_s Z'_i) + \beta_{is} (L'_i N''_s - L''_s N'_i) \Big] .$$

Se sono soddisfatte le (6) e (7) avremo

$$X'_i = Z'_i , \quad X''_i = Z''_i , \quad L'_i = N'_i , \quad L''_i = N''_i$$

$$\xi'_i = \eta'_i = \xi''_i = \eta''_i = 0 ,$$

onde integrando a tutto lo spazio S

$$\frac{d}{dt} \int_S \Sigma_{i,s} \Big[\varepsilon_{is} (X'_s Y''_i - X''_s Y'_i) + \mu_{is} (L'_s M''_i - L''_s M'_i) \Big] dS$$

$$= \int_\sigma \Sigma_i (Y''_{i+1} L'_{i+2} - Y''_{i+2} L'_{i+1} - Y'_{i+1} L''_{i+2} + Y'_{i+2} L''_{i+1}$$

$$- M''_{i+1} X'_{i+2} + M''_{i+2} X'_{i+1} + M'_{i+1} X''_{i+2} - M'_{i+2} X''_{i+1}) \cos n x_i \, d\sigma$$

la qual formula corrisponde nel nostro caso al lemma di Green.

DILATAZIONE TERMICA DEL BISMUTO FUSO VICINO ALLA TEMPERATURA DI FUSIONE, (STUDIO DELLA DILATAZIONE TERMICA DEL BISMUTO FUSO PER MEZZO DI UNA SUA AMALGAMA); NOTA DEL DOTT. PROFESSOR CARLO CATTANEO [1]).

(*Rend. della R. Acc. dei Lincei*, Vol. VII, 1. sem. 1891).

Da un suo lavoro sperimentale sulla densità e dilatazione del bismuto fuso [2]), eseguito col metodo dilatometrico, il professor Vicentini aveva potuto concludere che *la massima densità del bismuto fuso si ha alla temperatura di fusione;* in seguito [3]) in uno studio analogo il Lüdeking avrebbe ricavato che il bismuto liquido possiede un massimo di densità ad una temperatura prossima a quella della fusione, cioè fra 268° e 270°: che l'aumento dell'unità di volume del bismuto liquido passando dalla temperatura del massimo di densità a quella di solidificazione è approssimativamente di 0,00009 ed inoltre aveva fatto osservare che la discordanza dei suoi dai risultati del Vicentini poteva dipendere dalla minore sensibilità del metodo da questo sperimentatore adottato.

Il prof. Vicentini [4]), per avere una conferma dei risultati ottenuti col metodo dilatometrico, intraprese nello scorso anno una nuova serie di misura sul bismuto fuso ricorrendo però al metodo idrostatico coll'impiego di una miscela di idrocarburi dotati di elevata temperatura di ebollizione; gli risultò che, entro i limiti di sensibilità concessi dalle condizioni delle esperienze ($^1/_{100000}$ circa), *il bismuto fuso non possiede massimo di densità:* per aumentare poi il grado di sensibilità nelle misure mi consigliò di intraprendere (dandomi suggerimenti di cui sentitamente lo ringrazio) lo studio di una amalgama ricca di bismuto con dilatometri di capacità piuttosto rilevanti. Egli è molto probabile che se il massimo di densità del bismuto esiste, analogamente a quanto avviene nelle soluzioni saline acquose, si deve manifestare nelle sue amalgame; d' altra parte l'amalgama

1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di fisica della R. Università di Siena.
2) *Atti R. Acc. Scienze.* Torino, XXII, 1886.
3) *Wiedemann's Annalen* Bd. XXXIV, S. 21, 1888.
4) *Rend. Acc. Lincei*, 1890, vol. VI, 2° semestre, fasc. 4 e 5.

studiata avendo una temperatura di saturazione [1]) relativamente bassa è perfettamente liquida fra 200 e 300° e quindi in tal modo non si incorre nel grave inconveniente del metodo del Lüdeking col quale a temperature quasi coincidenti con quello della solidificazione del bismuto (ed alla quale osservava il supposto massimo di densità) il sopracitato sperimentatore pretenderebbe che il filo liquido nel cannello capillare del termometrino adoperato seguisse esattamente le variazioni di volume del metallo contenuto nel bulbo, tanto da manifestare variazioni del decimillesimo del volume stesso.

Per lo scopo prefissomi ho quindi anzitutto preparato circa 300 grammi di una amalgama di bismuto purissimo del Trommsdorff, fatta a parti uguali in peso, lasciando sciogliere a dolce calore (in modo che non volatilizzasse mercurio) il bismuto in un crogiuolo di carbone di storta: versata poi in una provetta di vetro, ne studiai la temperatura di saturazione col metodo già altre volte adottato [2]), temperatura che riuscì di 162°.7. In questa ricerca ho adoperato due dilatometri che avevano il bulbo fatto con due tratti della medesima canna di vetro; dalla calibrazione eseguita con mercurio distillato nel vuoto ottenni i dati seguenti:

Per il primo dilatometro:

$$V = 19^{cc},5176 \qquad v = 0^{cc},00145$$

Per il secondo:

$$V = 19.0764 \qquad v = 0,00154$$

V e v sono rispettivamente il volume totale a 0° del dilatometro sino alla divisione 100 del cannello ed il volume medio di una di queste divisioni.

I due piccoli dilatometri del Lüdeking fornivano i dati seguenti:

$$V = 0^{cc},29887 \qquad v = 0^{cc},000051$$
$$V = 0,43355 \qquad v = 0,000075$$

1) Secondo la definizione del Vicentini la *temperatura di saturazione di una lega* sarebbe quella a cui incomincia a separarsi nella massa della lega chimica, che si conserva liquida, il metallo eccedente, vale a dire la temperatura alla quale questo satura quella.

2) Cattaneo, *R. Acc.* Torino vol. XXV, 1890, § 2.

Il calcolo dei dati sperimentali dà pei miei dilatometri:

$$\frac{V}{v} = 13460,4 \qquad \frac{V}{v} = 12387,2$$

e per quelli del Lüdeking

$$\frac{V}{v} = 5860,2 \qquad \frac{V}{v} = 5742,3\,.$$

Notisi però che, trattandosi nel caso mio non di bismuto solo ma di una amalgama, il volume di questo metallo realmente contenuto nei due dilatometri adoperati era:

$$\left.\begin{array}{l}\text{per il primo } V' = 11^{cc},233 \\ \text{per il secondo } V' = 10,978\end{array}\right\} \text{ a } 271^\circ \text{ circa}$$

e quindi realmente, per quanto riguarda il solo bismuto:

$$\frac{V'}{v} = 7746, \qquad \frac{V'}{v} = 7128,5\,.$$

In ogni modo la sensibilità di cui potevo disporre nelle mie esperienze era maggiore di quella permessa dai dilatometri del Ludeking.

Trattandosi di amalgama che nel solidificarsi aumenta di volume, e spezza quindi il bulbo del dilatometro nel quale è contenuta, i dilatometri venivano riempiti il giorno stesso destinato alla misura della densità tenendoli prima vuoti in un bagno ad olio fino a circa 250° [1]) e versandovi poi l'amalgama fusa nel crogiuolo alla stessa temperatura. Il buon riempimento del bulbo veniva determinato dalla rarefazione mediante la pompa pneumatica; ridotta poi l'amalgama a livello opportuno nel cannello capillare, e ripulito il tutto per bene, il dilatometro veniva rapidamente trasportato dal bagno ad olio nell'apparecchio riscaldante a paraffina [2]). Indi si eseguivano le misure della densità a diverse temperature poco discoste fra loro usando tutte le cautele già accennate nel mio lavoro sopracitato (1890, R. Acc. Torino XXV, § 5).

Le temperature vennero corrette per la parte del termometro sporgente nei vapori di paraffina, per quella sporgente nel-

1) Cattaneo, *R. Acc. Fisiocritici.* Siena, serie IV, vol. II, 1890.

2) Vicentini ed Omodei, *Acc. Lincei*, vol. III, 2° semestre 1887, pag. 294.

l'ambiente, per riguardo allo spostamento dello zero e riferite al termometro ad aria.

Ecco i risultati ottenuti coi due dilatometri:

1° *Dilatometro*		2° *Dilatometro*	
t	D_t	*t*	D_t
256°,2	11,4431	236°,3	11,4732
262,7	11,4315	242,3	11,4637
267,0	11,4255	247,7	11,4553
269,4	11,4225	253,3	11,4449
273,1	11,4165	258,9	11,4362
278,5	11,4076	263,7	11,4286
Peso dell'amalgama gr. 223,4797.		269,8	11,4190
		277,8	11,4066
		Peso dell'amalgama: gr. 219,0786.	

In base a questi dati sperimentali ho costruito separatamente le due curve delle densità rappresentando col mezzo centimetro il grado e col millimetro la cifra dei decimillesimi delle densità; dette curve sono molto regolari e quasi si confonderebbero con una retta se fossero tracciate in scala più piccola; ho costruito anche le curve delle densità attribuendo il valore 1 alla densità dell'amalgama a 271°, come risulta dalla tavola seguente:

1° *Dilatometro*		2° *Dilatometro*	
t	D_t	*t*	D_t
262°,7	1,0010	236°,3	1,0049
267,0	1,0005	242,3	1,0041
269,0	1,0003	247,7	1,0033
273,1	0,9997	253,3	1,0024
278,5	0,9989	258,9	1,0017
		263,7	1,0009
		269,8	1,0001
		277,8	1,9991

Le due curve così costruite si confondono quasi l'una coll'altra, esse non accennano punto ad alcun massimo di densità nell'intervallo di temperatura (236°-279°) per cui l'amalgama fu

studiata. Durante la serie delle determinazioni mi sono sempre potuto accertare, anche quando aumentavo gradatamente la temperatura del bagno per passare da una temperatura della serie all'altra superiore, che soste o diminuzioni di volume non si verificavano; d'altronde essendo gli intervalli di temperatura della serie non troppo grandi egli è certo che, se per caso esistesse un massimo di densità in detta amalgama a temperature intermedie fra quelle citate nelle tavole precedenti, le dette curve l'avrebbero mostrato con una inflessione tendendo ad indicare almeno un punto di sosta che accennasse alla probabile diminuzione di volume, cosa che affatto da esse non si può ricavare.

Per il che mi sento autorizzato a concludere che anche la presente ricerca conferma pienamente i risultati ottenuti dal prof. Vicentini relativamente al bismuto fuso studiato e col metodo dilatometrico e col metodo idrostatico e che quindi il *bismuto fuso non possiede alcun massimo di densità.*

Mi sono servito poi delle formule [1])

$$\delta = \frac{D - D'}{(t' - \varphi)\,D' - (t - \varphi)\,D} \qquad (1)$$

$$\gamma = \frac{D - D'}{D'(t' - t)} \qquad (2)$$

$$d_f = \frac{D_f\,P'}{100 - \frac{D_f}{d_m}\,P} \qquad (3)$$

$$D'_f = \frac{100\,d_m}{P + P'\,\frac{d_m}{d_f}} \qquad (4)$$

$$\gamma' = \frac{100\,d_m.\varepsilon + D'_f\,(mP - \varepsilon P)}{100\,d_m} \qquad (5)$$

per calcolare:

δ, coefficiente medio di dilatazione della amalgama fra le temperature di fusione φ (162°.7) di essa e t'.

γ, coefficiente medio di dilatazione della stessa allo stato di perfetta liquidità fra t e t'.

1) Vedi il mio lavoro già citato, *Acc. Torino*, 1890, XXV, §§ 5 e 7.

δ_f densità del bismuto, allegato al mercurio, alla temperatura sua di fusione f (271°).

D'_f, densità della amalgama ad f (analogo a D_f).

γ', analogo a γ.

Inoltre:

D, D' sono rispettivamente le densità delle amalgame trovate a t e t'.

P, P' le percentuali di bismuto e mercurio.

d_m densità del mercurio a f (12,944).

m coefficiente medio di dilatazione del mercurio.

ϵ coefficiente medio di dilatazione del bismuto allo stato liquido (0,00012).

Le formule (1) e (2) dànno per δ e γ i valori ricavati direttamente dalle mie esperienze, la (3) dà per δ_f il valore che indirettamente si ricava supponendo che i metalli componenti l'amalgama conservino in essa il loro volume, la (4) nella stessa ipotesi offre modo di calcolare teoricamente la densità dell'amalgama e la (5) ne dà, pure teoricamente, il coefficiente medio di dilatazione nel supposto che i metalli componenti conservino nella amalgama la dilatazione che isolatamente posseggono allo stato liquido.

Ecco i risultati medi ottenuti coi due dilatometri:

$$\delta = 0{,}000138 \qquad D_f = 11{,}419$$
$$\gamma = 0{,}000134$$
$$d_f = 10{,}213 \qquad D_\phi = 11{,}584.$$

Risultarono poi:

$$D'_f = 11{,}286$$
$$\gamma' = 0{,}000148$$

La differenza fra γ' calcolato e γ trovato coll'esperienza è piccolissima; è sensibile quella fra D'_f e D_f; tali differenze accennano a contrazione di volume nella formazione dell'amalgama.

È quindi giustificabile se il valore della densità del bismuto liquido alla sua temperatura di fusione ricavato indirettamente dalle mie esperienze (10,213) sia sensibilmente differente da quello trovato direttamente da Vicentini ed Omodei (10,004), da

quello trovato ultimamente da Vicentini col metodo idrostatico (10,064) e dal medio che lo stesso sperimentatore ha ricavato indirettamente dallo studio delle leghe binarie stagno-bismuto, piombo-bismuto (10,063).

Ho infine calcolato colla formula (3) la densità del bismuto fuso alle temperature fra 235° e 280° di cinque in cinque gradi per costruirne la curva corrispondente; perciò ho costruito prima la curva dei valori medi delle densità della amalgama alle temperature alle quali avevo fatte le determinazioni sperimentali e da essa desunsi i valori delle densità di detta amalgama a 235°, 240° ecc., sino a 280°; le tavole del Landolt mi diedero i valori delle densità del mercurio a queste diverse temperature. La formula (3) mi portò quindi ai risultati seguenti:

t	Densità del bismuto liquido
235°	10,248
240	10.243
245	10,239
250	10,233
255	10,229
260	10,224
265	10,219
270	10,214
275	10,209
280	10,205

La curva costruita in base a questi valori è assai regolare e si confonde assai bene con una linea retta.

DESCRIZIONE D'UN ELETTROMETRO A QUADRANTI MOLTO SENSIBILE, NOTA DI G. GUGLIELMO [1])

(*R. Acc. dei Lincei* vol. VI, 2° Sem. 1890).

Nel 1887 proposi [2]) che negli elettrometri a quadranti della forma più semplice, ossia in quelli di Branly, von Lang ecc., i

1) Lavoro eseguito nel Gabinetto fisico dell'Università di Sassari, Giugno 1890.
2) Rivista scientifico-industriale XIX, 1887.

quadranti venissero formati con foglie di stagnola incollate su di una lastra di vetro da specchi, oppure meglio inargentando essa lastra su tutta la superficie, fuorchè su due sottili linee perpendicolari (paraffinate) che formerebbero le linee di separazione dei quadranti.

Così la costruzione risulta grandemente semplificata, ma inoltre si rimedia al grave inconveniente che spesso i quadranti non sono in uno stesso piano e perciò le deviazioni dell' ago non sono proporzionali alle differenze di potenziale da misurare, cambiano col segno di queste ed anzi può accadere che l' ago sia folle, ossia devii di 45° per differenze di potenziali piccolissime.

Per impedire la penetrazione delle cariche nel vetro, ed allo stesso tempo aumentare la sensibilità, proposi inoltre di incollare i quadranti di stagnola anche sulla faccia inferiore della lastra da specchio, e collocare al disotto di essa un secondo ago uguale al primo, orientato nello stesso modo e portato dallo stesso asse.

Viene ora naturale l' idea di aumentare ancora la sensibilità, usando un ago multiplo cioè composto di parecchie lamine d' alluminio della forma solita, fissate ad un asse comune, parallelamente, a distanza conveniente (p. es. 5 mm.) e colla stessa orientazione, e collocando ogni lamina fra due lastre coi quadranti di stagnola (o d' argento) orientate nello stesso modo.

Così, se con un ago semplice si ha p. es. una deviazione di 200 divisioni per 1 Volt, con un ago composto di 20 lamine si potrà avere una sensibilità 40 volte maggiore, ossia tale da indicare una differenza di potenziale di 1/80000 di Volt; e le forze elettromotrici dell' ordine di grandezza di 1 Volt sarebbero misurabili direttamente senza far uso di una carica estranea.

Facendo uso di quadranti costruiti nel modo indicato la costruzione di questo elettrometro non è difficile, sono però da usare le seguenti avvertenze.

L' ago deve essere possibilmente leggero, altrimenti la necessità di usare un filo di diametro maggiore, rende inutile l' aumento del numero delle lamine che costituiscono l' ago.

L' uso di lastre intere sulle quali sono incollati i quattro quadranti non è conveniente, perchè l' elettrometro una volta costruito non si potrebbe più scomporre, come può essere necessario per riparazioni o ripulitura. È bene quindi che ciascuna

lastra sia divisa per metà secondo la linea di separazione di due coppie di quadranti adiacenti, cioè parallelamente ad uno dei lati. L'insieme dei quadranti è così composto di due pile di lastre rettangolari, ciascuna di queste lastre due quadranti adiacenti in stagnola, o inargentati; queste lastre sono sovrapposte a distanza conveniente in modo che il vano fra due lastre successive sia p. es. di 2 a 4 mm. Quanto più vicine sono le lastre tanto maggiore è la sensibilità dell'elettrometro, ma tanto più facile è che l'ago tocchi qualcuno dei quadranti.

Queste due pile di quadranti si possono collocare l'una accanto all'altra su un piano con foro nel mezzo, in modo che ogni lamina dell'ago si trovi nel vano fra due lastre in entrambe le pile, ed esse si possono allontanare per togliere l'ago quando ciò occorra.

Finalmente per economia di spazio è inutile che i quadranti siano contenuti come avviene ordinariamente dentro una grande vetrina. Essi possono essere contenuti dentro una scatola parallelepipeda d'ottone di dimensioni poco maggiori di quelle delle due pile di quadranti messe assieme.

L'acido solforico occorrente per smorzare le oscillazioni e disseccare l'aria è contenuto assai comodamente in un bicchierino da avvitarsi al fondo della scatola che deve quindi esser forato e lo specchietto può stare al disopra della scatola.

RIVISTA

Comptes Rendus — 1890.

2° semestre.

1. — M. Gouy. *Sulla propagazione anomala delle onde.* — Nei *Comptes Rendus* del 16 giugno 1890 l'A. ha dimostrato, con delle esperienze di interferenza, che un' onda luminosa passando per un fuoco reale acquista un avanzo di $\lambda/2$, conformemente alla teoria dedotta dal principio di Huygens; e in questa Nota l'A. estende tali verificazioni a casi analoghi. Questa Nota non è suscettibile di un sunto; e ci limitiamo a riferire che in certe ec-

cezionali condizioni, la propagazione ha luogo con una velocità un poco maggiore della velocità normale, in modo da far acquistare all' onda degl' avanzi, di un mezzo, di un quarto, o di un ottavo di onda; la qual cosa è dall' A. attribuita ad una *propagazione anomala delle onde.* L' A. descriverà poi i dettagli necessarii delle sue ricerche, e gli sviluppi teorici.

2. — M. BOUASSE. *Metodo per misurare la differenza di fase delle componenti rettangolari di una refrazione luminosa.* — Non suscettibile di sunto.

M. GEORGES CHARPY. *Sulla misura delle tensioni del vapore delle dissoluzioni.* — Per questa misura l' A. adottò l' igrometro a condensazione. La soluzione è dentro una provetta, sopra la quale sta un piccolo igrometro a condensazione. Si lascia che lo spazio si saturi di vapore, e si determina il punto di rugiada; e se è nota la legge con la quale varia la tensione del vapore del solvente con la temperatura, se ne deduce la tensione della soluzione alla temperatura dell' esperienza. Le esperienze del Regnault danno le tensioni del vapore di un numero di liquidi sufficiente nella maggior parte dei casi.

3. — M. G. VAN DER MENSBRUGGHE. *Sulla proprietà fisica della superficie comune a due liquidi soggetti alla loro mutua affinità.* — Nelle sue ricerche anteriori l' A. attribuì allo strato di contatto di due liquidi, *a* e *b*, una tensione superficiale espressa da $F_a + F_b - 2F_{ab}$, F_a essendo la tensione alla superficie libera del liquido *a*, F_b quella del liquido *b*, ed F_{ab} l' azione mutua fra i due liquidi. Quando questa azione è debole, quel trinomio è positivo, e rappresenta una forza che agisce su quella superficie comune, nello stesso modo come F_a ed F_b agiscono sulle superfici libere *a* o *b*. Ma se i due liquidi hanno fra loro affinità sufficiente, quel trinomio diviene negativo, e la forza che domina sulla superficie comune, invece di rendere questa superficie la più piccola possibile, ha una tendenza opposta, e produce un' azione normale diretta in senso opposto al raggio di curvatura. L' A. chiama questa forza, *forza di estensione*, come nel caso dello strato di contatto di un solido e di un liquido che lo bagna. L' A. cita in appoggio alcuni fatti, e si riserva l' applicazione della sua teoria a numerosi esempi.

M. BERNARD BRUNHES. *Sulla riflessione cristallina interna.* — Quando un raggio che si propaga in un mezzo anisotropo arriva ad una superficie limite, vi ha una doppia riflessione. Fra le due vibrazioni riflesse nelle quali si divide la incidente unica, la riflessione dà luogo ad una differenza di cammino che dipende

dalla natura del mezzo esterno? Questo è dimostrato dall' A. con diversi artifici esperimentali.

M. E. Beausard. *Sulla doppia refrazione elittica del quarzo.* — L' A. espone nella sua Nota i resultati dei suoi studi sulla doppia refrazione elittica del quarzo, secondo l' asse ottico, quando si associa al poter rotatorio naturale la doppia refrazione, prodotta da una compressione normale all' asse ottico; e confronta que' resultati a quelli indicati dalla teoria di M. Gouy (*Journal de Phy.* t. IV. 1885).

4, e 5. — M. A. Witz. *Resistenza elettrica dei gas nei campi magnetici.* — L' A. esperimentò con un cilindro di vetro largo 2 centimetri, munito di chiavette, e vi si poteva comprimere o rarefare il gas. L' effluvio si faceva fra due elettrodi guarniti di coni in alluminio. Alla pressione 0 cm., 6 di mercurio si aveva effluvio violaceo; a 230 cm. una scintilla che formava una linea di fuoco fra i due elettrodi. Nelle pressioni intermedie si aveva scintilla ed effluvio ad un tempo. L' azione del campo devia l' effluvio secondo le leggi della elettrodinamica, e la scintilla non è deviata. L' A. conclude che i campi magnetici non hanno azione che sull' effluvio elettrico.

6. — M. De Gerson. *Sopra una lampada elettrica, detta lampada stella destinata alle mine.* — Questa lampada è il resultato degli studi di una compagnia inglese ove sono scienziati inglesi eminenti, ed è stata esperimentata nella Scuola delle mine, e poi data alla Compagnia delle mine d' Anzin che ha deciso di provarla. Pesa 1600 gr. ed ha un poter illuminante di circa una candela. Brucia nominalmente per dodici ore regolarmente, ma dura anche di più. Si ricarica in cinque ore, con una corrente di un ampere e 4 volt. Essa ha un accumulatore la di cui capacità totale è di 28 watts-ora; e tutto è costruito in modo che, anche rompendo la lampada, nel gas di illuminazione non ha luogo alcuna esplosione.

7. — M. H. Poincarè. *Contribuzione alla teoria delle esperienze dell'* Hertz. — Nei calcoli che accompagnano la narrazione delle esperienze dell' Hertz, esiste un errore grave, che non è stato ancora avvertito. L' A. trova che il periodo dell' eccitatore primario, calcolato dall' Hertz, è eguale al vero moltiplicato per $\sqrt{2}$.

Per l' eccitatore al quale si riferisce il calcolo nel t. XXXI degl' Annali del Wiedemann, la mezza lunghezza d' onda sarebbe di 375 centimetri in luogo di 531. Per quello che servì nelle esperienze del t. XXXIV, sarebbe 339 invece di 480. Le esperienze avendo dato nell' aria una mezza lunghezza d' onda di 480

cent., ne resulterebbe, se d' altra parte il calcolo del periodo era corretto, che la velocità di propagazione nell' aria sarebbe uguale a quella della luce moltiplicata per $\sqrt{2}$, cosa difficile a credersi.

L' A. cercò, partendo da ipotesi attualmente ammesse, di calcolare rigorosamente il periodo di un eccitatore di data forma. Non vi riuscì completamente; ma i resultati ottenuti son degni di interesse. Due casi sono a considerarsi: quello in cui l' eccitatore è in uno spazio indefinito, e quello in cui è posto in una camera chiusa da pareti conduttrici e piena di un dielettrico. Nel primo caso l' energia si dissipa per radiazioni, e l' ampiezza delle oscillazioni va diminuendo. Analiticamente, si dice che il periodo è immaginario, e che la parte reale rappresenta il periodo osservato e la parte immaginaria il decremento logaritmico. Nelle esperienze ordinarie si è nel primo caso, se le pareti della sala sono sufficientemente discoste; e disgraziatamente l' A. potè trattar soltanto il secondo caso.

Un eccitatore può produrre vibrazioni di periodi differenti che si possono chiamare *armonici*, benchè non siano multipli gli uni degl' altri. Siano $T_1, T_2, T_3 \ldots$ quei periodi posti in ordine di acutezza crescenti. Nel secondo caso, la fase è la stessa in tutti i punti del dielettrico, e ciò non sarebbe nel primo caso. Se L, M, N son le componenti della forza magnetica, e se esiste solo la vibrazione del periodo T_i, scriveremo

$$(1) \quad L = L_i \cos n_i t\,, \quad M = M_i \cos n_i t\,, \quad N = N_i \cos n_i t\,, \quad n_i = \frac{2\pi}{T_i}$$

L_i, M_i, N_i dipendono da x, y, z e non da t. Sia A l' inverso della velocità della luce, $d\tau$ un elemento di volume del dielettrico che empie la camera chiusa ove è l' eccitatore. Tutti gli integrali seguenti sono tripli ed estesi a tutti gli elementi $d\tau$ del dielettrico, esternamente all' eccitatore e nell' interno della camera. Siano tre funzioni X, Y, Z, di x, y, z che restan finite e continue con le loro derivate di primo ordine, in tutti i punti del dielettrico, e che soddisfanno, in tutto il dielettrico, alla equazione *solenoidale*

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0$$

ed alla superficie che limita il dielettrico, vale a dire tanto alla superficie dell' eccitatore che a quella delle pareti della stanza, devono esser tali che il vettore di X, Y, Z sia tangente alla superficie. Ciò posto, il rapporto

$$\rho = \frac{\int\left[\left(\frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}\right)^2\right] d\tau}{\int (X^2 + Y^2 + Z^2)\, d\tau}$$

non può decrescere al di là di ogni limite.

Si può dunque scegliere le X, Y, Z in modo che quel rapporto sia un minimo, e questo minimo è $4\pi^2 A^2 : T_1^2$, ed è raggiunto quando $X : L_1 = Y : M_1 = Z : N_1$, L_1, M_1 ed N_1 essendo definite dalle (1). Assoggettiamo le X, Y, Z alla condizione

$$(2) \qquad \int (XL_1 + XM_1 + ZN_1)\, d\tau = 0,$$

ρ ammetterà ancora un minimo più grande del precedente, e che sarà $4\pi^2 A^2 : T_2^2$, e sarà raggiunto quando $X : L_2 = Y : M_2 = Z : N_2$. Se oltre la condizione (2) si pone anche la

$$(3) \qquad \int (XL_2 + YM_2 + ZN_2)\, d\tau = 0 .$$

Il nuovo minimo di ρ sarà uguale a $4\pi^2 A^2 : T_3^2$, e sarà raggiunto quando $X : L_2 = Y : M_2 = Z : N_2$, e così di seguito. Questi risultati dovrebbero modificarsi se la camera, in luogo di esser convessa avesse, per esempio, la forma di un toro.

M. C. Decharme. *Esperienze di magnetizzazione trasversale con magneti.* — Un cilindro di acciaio percorso longitudinalmente da una corrente elettrica, si magnetizza trasversalmente, come è noto. Ora l' A. descrive come si può ottenere la stessa magnetizzazione trasversale facendo uso di magneti, e con processi analoghi ai noti per la magnetizzazione longitudinale.

M. G. Trouvè. *Sopra un apparecchio d' illuminazione elettrica, per la esplorazione degli strati di terreni attraversati dalle sonde.* — L' apparecchio si chiama *Erygmatoscopio elettrico*, e si compone principalmente di una potente lampada a incandescenza, di riflettori e di specchi, e rischiara con viva intensità quegli strati di terreno. Esso è già utilizzato da una Missione Portoghese nel Mozambico.

8, 9, 10, 11, 12. — M. H. Le Chatelier. *Sulla resistenza elettrica dei metalli.* — In una Nota precedente l' A. fece vedere come, per mezzo delle misure delle resistenze elettriche ad alte temperature che si potevano studiare i cangiamenti molecolari dei metalli. Questa Nota cita molti casi di tali cangiamenti. P. es. l' argento scaldato nell' ossigeno, ha la sua curva di resistenza perfettamente rettilinea, e le sue proprietà meccaniche non sono modificate; invece, se è scaldato nell' idrogeno, tutte le sue proprietà

rimangono modificate e la sua resistenza elettrica aumenta più rapidamente che nell' ossigeno, e raffreddato è estremamente fragile. L' A. studiò anche le leghe.

13. — MM. Chassagny ed H. Abraham. *Ricerche di termoelettricità.* — Gli Autori hanno studiate le coppie termoelettriche, come apparecchi per misurare direttamente le temperature. Le esperienze furono su coppie ferro-rame, e furono usate tutte le precauzioni possibili per il buon isolamento dei fili, e per evitare le derivazioni e le azioni chimiche. Il riscaldamento si faceva per l' intermediario di piccole masse di rame. Il metodo di misura consiste ad opporre alla forza elettromotrice a misurarsi, una forza elettromotrice eguale, impiegando come strumento di zero un galvanometro Thomson sensibilissimo. La forza elettromotrice di opposizione era ottenuta con una doppia derivazione sul circuito di un elemento Gouy, che rimase costante per tutta la durata delle esperienze. Da tutte quelle cure risultò che quegli elementi termoelettrici sono comparabili fra loro, e che possono servire come campioni di forza elettromotrice. Le temperature delle saldature erano 0°, e 100°.

14, 15. — M. T. Argyropoulos. — *Vibrazioni di un filo di platino mantenuto incandescente da una corrente elettrica.* — Nella esperienza dell' Autore, il filo di platino, grosso una frazione di millimetro, e scaldato al rosso-bianco dalla corrente, vibrava suddividendosi in onde stazionarie, quando la corrente era periodicamente interrotta da un interruttore Foucault. Diminuendo la tensione del filo si aumenta il numero dei ventri. X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Wied. Ann. der Phys. und Ch. Vol. LX, 1890.

R. Ritter. *Osservazione all' esperienza di* Hertz *sui raggi di forza elettrica.* — Per mostrare a più persone le oscillazioni che si presentano nelle esperienze di Hertz sui raggi di forza elettrica (*N. Cim.* 25, pag. 253), l' A. ha adoperato una coscia di ranocchia, che poneva sopra le estremità di due fili saldati alla sferetta e alla punta del circuito secondario, in modo che quei fili e la rana formassero una derivazione sulla scintilla del circuito secondario stesso. Quando la sferetta e la punta del circuito secondario erano a contatto, o tanto lontane che non si avessero scintille, la coscia di ranocchia restava in quiete; ma si eccitava subito se nel risonatore scoccava la scintilla, e risentiva contrazioni più o meno frequenti se le scintille divenivano continue.

H. Rubens e R. Ritter. *Dell' azione dei reticoli metallici sulle oscillazioni elettriche.* — Quantunque sieno stati proposti diversi mezzi per osservare più comodamente le ondulazioni elettriche studiate da Hertz, non furono mai su di esse eseguite delle misure quantitative per mancanza di apparecchi adattati. Gli A. hanno riconosciuto che il metodo bolometrico, descritto da uno di essi e da Paalzow (*N. Cim.* 27, pag. 277) si presta anche per misurare l' intensità di quelle oscillazioni, e lo hanno adoperato per determinare l' azione esercitata dai reticoli metallici nelle esperienze di Hertz (*N. Cim.* 25, pag. 253).

Invece dei due fili lunghi 50 cm. tesi lungo l' asse ottico dello specchio concavo secondario, furono adoperate delle strisce di stagnola, lunghe 35 e larghe 10 cm. fissate sopra un sottil telaio incurvato di cartone, e così non solo fu tenuto conto della non perfetta forma parabolica dello specchio, ma fu anche ottenuta un' azione da 4 a 5 volte maggiore.

Per galvanometro usarono uno di quelli astatici del Thomson con 5 ohm di resistenza.

Dapprima gli A. determinarono l' intensità e la direzione della oscillazione trasmessa da un reticolo che era interposto al modo di Hertz in direzioni diverse sul tragitto del raggio elettrico. Il reticolo era formato da fili di rame, grossi un millimetro, tesi su un telaio ottagonale di legno alla distanza di cm. 1,5 l' uno dall' altro. Il telaio, munito di due sbarre diametrali di legno ad angolo retto fra loro, è girevole attorno a un asse orizzontale e permette di disporre rapidamente i fili nella direzione voluta.

Ponendo il reticolo sul tragitto del raggio, in modo che i fili facessero un angolo C colla direzione della vibrazione primaria, e determinando la deviazione corrispondente γ del galvanometro, deviazione che è proporzionale all' energia del raggio trasmesso dal reticolo, gli A. hanno trovato che il valore di $\sqrt{\gamma} / \text{sen}^2 C$ è costante; talchè anche per i raggi elettrici vale la legge della polarizzazione dei raggi luminosi.

Hertz aveva trovato che un reticolo disposto coi fili paralleli alla direzione delle oscillazioni incidenti è capace di riflettere i raggi elettrici come una parete metallica, e che il poter riflettente diminuisce se il reticolo cambia direzione, per annullarsi quando i fili son perpendicolari alla direzione delle vibrazioni. Anche gli A. hanno trovato che tutto ciò è esatto, e anzi han costatato che dopo la loro riflessione sul reticolo i raggi elettrici son polarizzati rettilineamente. Quanto al poter riflettente del reticolo, hanno trovato valori compresi fra 0,966 e 0,989: cioè quando i fili son verticali riflettono quasi totalmente la vibrazione incidente.

Finalmente fu trovato che lastre di vetro da specchi, dello spessore di cm. 0,7, nè assorbono nè riflettono sensibilmente le onde elettriche studiate; sembra dunque che per riflettere onde così lunghe, lo spessore delle lastre adoperate non fosse sufficiente.

A. J. VON OETTINGEN. *Sulla scarica oscillatoria dei conduttori metallici.* — Poichè nelle ricerche di Hertz sulle oscillazioni elettriche nessuno dei conduttori aveva derivazioni a terra, l' A. si è proposto di studiare sperimentalmente se le scariche di un conduttore metallico che è derivato a terra mediante una scintilla sono esse pure oscillanti, come fa prevedere la teoria; e ha trovato che ciò è di fatto. Egli ha pure riconosciuto che la luce, anche di una candela stearica, o di una fiamma ad alcole, influisce sul fenomeno; ma l' azione non sembra dovuta che in poca parte ai raggi luminosi, bensì a una modificazione che la fiamma apporta nell' aria che circonda i conduttori fra i quali avviene la scintilla.

W. C. RÖNTGEN. *Descrizione dell' apparecchio col quale furono eseguite le esperienze sull' azione elettrodinamica dei dielettrici in moto.* — L' A. pubblica quella descrizione per togliere il dubbio, manifestato da Rowland e Hutchinson, che la deviazione da esso osservata nell' ago magnetico nelle ricerche di cui a suo tempo fu fatto cenno (*N. Cim.* 27, pag. 86) sia dovuta a correnti di convezione; mentre egli ritiene che l' azione osservata sia puramente elettrodinamica. Senza l' aiuto di disegni non è peraltro possibile riassumer brevemente quella descrizione.

Detto. *Alcune esperienze da lezione.*

1. *Pendolo per esperienze sulle ondulazioni.* — Per facilitare l' intelligenza della teoria ondulatoria della luce è utile far vedere in lezione come si compongano due oscillazioni che abbiano fra loro una certa differenza di fase. A tale scopo l' A. fa uso di un pendolo, formato da una sfera di acciaio del peso di 220 g. attaccata a un filo lungo da 4 a 5 metri. Per mostrare come si compongono due vibrazioni rettilinee ortogonali, si dà prima con una sbarra di legno un forte colpo, orizzontalmente, al pendolo, in modo che compia oscillazioni di circa m. 1,5; e mentre la sfera così oscilla le si dà un altro colpo in direzione normale al primo. A seconda della posizione in cui la sfera si trova al momento in cui riceve il secondo colpo, essa compirà allora delle oscillazioni ellittiche, circolari o rettilinee; e si può facilmente far in modo che la sfera compia successivamente dei movimenti che abbiano differenze di fase corrispondenti a $^8/_8$, $^9/_8$ .... $^{16}/_8$ di lunghezza d' onda.

Per mostrare che due vibrazioni circolari di uguale ampiezza e di ugual durata si compongono in una vibrazione rettilinea, dopo aver posto la sfera in oscillazione circolare, le si dà un colpo tangenziale; allora essa descrive una traiettoria rettilinea, la cui direzione dipende evidentemente dal punto del cerchio ove la sfera ha ricevuto l'urto tangenziale, cioè dalla differenza di fase.

Per la riuscita di queste esperienze occorre un po' di pratica, poichè i colpi devono esser dati sempre colla stessa forza; ma è facile, dopo poche prove, ottener l'intento.

2. *Bilancia di diffusione.* — Serve a mostrare l'andamento della diffusione fra' gas. È un areometro formato da un pallone di vetro, della capacità di 3 litri, zavorrato con mercurio perchè possa stare quasi tutto immerso nell'acqua. Il pallone è unito a un'asta metallica lunga 22 cm., che porta all'estremità superiore un bacino, ove si posa una leggera provetta di vetro della capacità di poco più di 3 litri. Se si vuol mostrare la diffusione della CO_2 nell'aria, l'areometro si zavorra in modo che quando la provetta è piena di CO_2 il pallone e l'asta metallica sieno tutti sommersi nell'acqua contenuta in una cassetta colle pareti di vetro. Lasciando l'areometro a sè, si vede il pallone sollevarsi mano a mano, e da prima assai rapidamente, poi più lentamente. Per far l'esperienza coll'idrogeno la provetta si pone capovolta sul sostegno dell'areometro, e si zavorra in modo che l'asta metallica emerga tutta dall'acqua.

Con questo apparecchio si può mostrare benissimo la differenza delle velocità di diffusione della CO_2 e del gas da illuminazione nell'aria.

3. *Analizzatore per luce polarizzata rettilineamente.* — È uno specchio di ossidiana, delle dimensioni di 10×15 cm., che ha sulla faccia posteriore fissata un'asticella d'ottone, inclinata, rispetto alla normale allo specchio, di un angolo uguale a quello di polarizzazione del vetro adoprato, e che con quella normale è situata in un piano parallelo allo spigolo più lungo dello specchio. L'asticella è provvista di una guarnitura, per mezzo della quale si può fissare lo specchio a un sostegno di ferro, verticale, su cui può scorrere, e attorno al quale può anche farsi ruotare. Lo specchio è posto davanti a uno schermaglio bianco quadrato, di 2 m. di lato, e il suo asse di rotazione, è normale allo schermaglio. Davanti al mezzo di questo, e distante circa m. 4,5 è una lampada elettrica, che proietta i suoi raggi sullo specchio. La lanterna della lampada è munita di un diaframma circolare, e una lente ne proietta l'immagine sullo schermaglio. Tale immagine, che diverrebbe ellittica per la riflessione sullo specchio, si

fa ritornar circolare sullo schermo girando opportunamente lo specchio attorno al suo asse; e si dà allo specchio una distanza tale che il diametro di quell' immagine sia circa 2 m. Sullo specchio, il piano d' incidenza è segnato con una striscia di cartone.

Disposto tutto ciò in una stanza semioscura, è facile eseguire comodamente le esperienze solite a farsi nei corsi sulla polarizzazione, in modo da renderle visibili a un numeroso uditorio.

J. GILL. *Sul calore prodotto dalle correnti elettriche alla superficie di separazione fra metalli e liquidi.* — Per determinare le variazioni di temperatura alla superficie di separazione fra metalli e liquidi, l' A. ha studiato le variazioni di resistenza che per tali variazioni di temperatura risente un ramo di un ponte Wheatstone. In questo ramo è introdotto un bolometro formato da un reticolato di filo di rame dello spessore di mm. 0,25, coperto di seta e spalmato con una soluzione di guttaperca nel cloroformio, e portato da un telaio di avorio. Sull' elettrodo che deve servire a portar la corrente nel liquido si applica una coppia di tali reticolati, uno per faccia, onde utilizzare maggiormente il calore prodotto dalla corrente.

Questo calore è dovuto in parte all' effetto Joule, in parte a quello Peltier. Ad eccezione dell' argento, fu costatato con questo metodo un aumento di temperatura all' anodo e una diminuzione uguale al catodo, e fu trovato che la quantità di calore prodotta è proporzionale all' intensità della corrente anche se la concentrazione diminuisce, nel qual caso diminuisce anche il calore prodotto. Vi è un' altra eccezione pel nichel nel solfato di nichel, che si spiega tuttavia per le irregolarità che in quel caso ha la superficie di contatto fra metallo e liquido. L' ebollizione preventiva dell' acqua che serve a far le soluzioni produce effetti diversi nei diversi casi. L' eccezione dell' argento nel suo nitrato si spiega osservando che secondo le esperienze di Bouty la corrente termoelettrica fra l' argento e il suo nitrato ha direzione opposta a quella che si ha per ogni altra combinazione di metallo e soluzioni dei loro sali.

O. TUMLIRZ. *Sulla teoria dell'attrito dei liquidi.* — Se u, v, w sono le componenti della velocità di una molecola del liquido nelle direzioni x, y, z di un sistema ortogonale di assi, e si pone

$$(1) \qquad \frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}=2\xi, \quad \frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}=2\eta, \quad \frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}=2\zeta,$$

come ha mostrato Helmholtz le ξ, η, ζ sono le velocità angolari, con le quali tale elemento ruota attorno a 3 assi paralleli a x, y, z che passano pel suo centro di gravità. Lo Stefan si è ser-

vito di queste velocità angolari nella teoria dell' attrito dei liquidi, e per le componenti delle forze prodotte dall' attrito e applicate all' elemento $\rho\, dx\, dy\, dz$ ha trovato le espressioni:

$$2\mu\left(\frac{d\zeta}{dy}-\frac{d\eta}{dz}\right)dx\,dy\,dz\,,\qquad 2\mu\left(\frac{d\xi}{dz}-\frac{d\zeta}{dx}\right)dx\,dy\,dz\,,$$

$$2\mu\left(\frac{d\eta}{dx}-\frac{d\xi}{dy}\right)dx\,dy\,dz\,.$$

Per vedere se il lavoro consumato dall' attrito dipende da ξ, η, ζ, l' A. osserva che quel lavoro pel tempo dt è dato da

$$\begin{aligned} dL = 2\,\mu\,dt\iiint\Big[\left(\frac{d\zeta}{dy}-\frac{d\eta}{dz}\right)u + \left(\frac{d\xi}{dz}-\frac{d\zeta}{dx}\right)v \\ + \left(\frac{d\eta}{dx}-\frac{d\xi}{dy}\right)w\Big]dx\,dy\,dz = 2\mu\,dt\Big\{\iint\Big[(w\eta - v\zeta)\cos(nx) \\ + (u\zeta - w\xi)\cos(ny) + (v\xi - u\eta)\cos(nz)\Big]d\omega + \iiint\Big[\xi\left(\frac{dw}{dy}-\frac{dv}{dz}\right) \\ + \eta\left(\frac{du}{dz}-\frac{dw}{dx}\right) + \zeta\left(\frac{dv}{dx}-\frac{du}{dy}\right)\Big]dx\,dy\,dz\Big\}\,, \end{aligned}$$

ove $d\omega$ è un elemento della superficie che limita il liquido, e n è la normale ad essa condotta verso l' esterno. Ammettendo che il liquido si estenda fino all' infinito e che a distanza finita sia limitato da pareti fisse, poichè u, v, w e ξ, η, ζ all' infinito sono infinitesimi di 2^o e di 3^o ordine, l' integrale doppio si estende soltanto alle pareti fisse poste a distanza finita. Ponendo ora

$$\begin{matrix} u = V\cos(Vx) & v = V\cos(Vy) & w = V\cos(Vz) \\ \xi = \sigma\cos(\sigma x) & \eta = \sigma\cos(\sigma y) & \zeta = \sigma\cos(\sigma z) \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} \cos(nx) & \cos(\sigma x) & \cos(Vx) \\ \cos(ny) & \cos(\sigma y) & \cos(Vy) \\ \cos(nz) & \cos(\sigma z) & \cos(Vz) \end{vmatrix} = \Delta$$

e avendo riguardo alle (1) si ottiene quindi

$$dL = 2\mu\,dt\iint V\sigma\,\Delta\,d\omega - 4\mu\,dt\iiint\sigma^2\,dx\,dy\,dz\,.$$

Se il liquido bagna le pareti si ha $V = 0$ e allora

$$dL = -\,4\mu\,dt\iiint\sigma^2\,dx\,dy\,dz\,.$$

Se il moto è stazionario, il lavoro dell' attrito è una funzione lineare del tempo.

R. von Helmholtz e F. Richarz. *Azione di processi elettrici e chimici su un raggio di vapore e sulla dissociazione dei gas, specialmente dell' ossigeno.* — Dalle ricerche fatte dall' Helmholtz con un getto di vapore (*N. Cim.* 24, pag. 269) resultò che il pulviscolo dell' atmosfera e alcuni processi chimici influiscono sulla formazione della nebbia, e specialmente sulla colorazione del vapore; ma da esse non si poteva decidere quale delle due circostanze fosse quella che avesse azione prevalente. Queste nuove ricerche, che furono intraprese allo scopo di verificare se sul getto di vapore hanno influenza quei processi chimici che rendono più attivo l' ossigeno dell' aria, e se vi fosse o no connessione fra i fenomeni studiati dall' Helmholtz e la così detta nebbia antozonica di Meisner, hanno mostrato che la polvere solida è raramente causa di quei particolari fenomeni del getto di vapore, e che invece essi son dovuti ad alcuni processi chimici che si compiono nell'atmosfera. Quando nessuno di tali processi si compie, la causa è da ricercarsi nel pulviscolo; ma non già in quello che si vede, che è inattivo, ma in quello invisibile. Con ciò non si deve intendere che la polvere non sia causa della nebbia; ogni granello di polvere, o grosso o piccolo che sia, dà luogo certamente a della nebbia: ma non determina quelle modificazioni particolarmente nètte e omogenee che si manifestano colla colorazione del getto di vapore. Non è dunque esatto, come hanno fatto osservare anche Coulier e Mascart, che la nebbia non possa formarsi mai senza polvere, perchè la sua formazione è determinata da molti processi chimici che escludono la presenza di polvere. Ne segue che un getto di vapore si può considerare come un reattivo per indicare se si compiono certi fenomeni chimici; perchè quando nel getto di vapore si avverte della nebbia o qualche altra modificazione, e si può escludere la presenza della polvere, si deve ritenere che o nel getto stesso o in sua vicinanza avviene o dissociazione o combinazione chimica.

Altre ricerche, eseguite con un tubo con entro un filo di platino dal quale si scaricava dell' elettricità, dimostrarono che per l' azione della scarica elettrica, e per la produzione, la cessazione o l' inversione molto rapida della polarizzazione dielettrica, nei gas puri, secchi od umidi che sieno, ma privi affatto di polvere, si manifesta un agente di dissociazione o di combinazione, che determina la formazione della nebbia.

Dallo studio fatto sull' azione degli ioni nei processi chimici, resultò finalmente che l' azione che sul getto di vapore hanno i processi chimici delle combustioni rapide o lente, non che la scomposizione dell' ozono, si può molto verosimilmente spiegare

colla presenza degli ioni, cioè di gruppi atomici che hanno delle valenze libere, e che percorrono piccole traiettorie e che esistono per brevissimo tempo, ma sufficiente per giungere dal luogo della loro formazione al getto di vapore ove provocano la condensazione.

L' esistenza di tali ioni nei gas della fiamma è stata in altro modo dimostrata dal Giese; talchè è molto probabile anche l' azione che è stata loro attribuita in questi fenomeni.

O. WIENER. *Sulle onde luminose stazionarie, e sulla direzione delle vibrazioni nella luce polarizzata.* — Nelle esperienze di Hertz, dall' interferenza di onde incidenti con onde riflesse si hanno dei sistemi di onde stazionarie che si possono studiare assai facilmente; mentre non si conoscevano esperienze che decidessero la questione analoga, del cambiamento cioè di fase delle onde luminose nella riflessione normale; e l' A., indottovi appunto dalle esperienze di Hertz, ha cercato di costatare l' esistenza delle onde stazionarie anche per la luce, e vi è riuscito adoprando delle pellicole di collodio al cloruro d' argento che avevano lo spessore di circa $^1/_{30}$ della lunghezza d' onda del sodio.

Se un fascio di raggi luminosi paralleli cade normalmente su uno specchio piano, le onde incidenti e quelle riflesse devono interferire, e devon formare un sistema d' onde stazionarie, coi piani nodali e i piani ventrali paralleli allo specchio. Se sul tragitto di que' raggi s' interpone obliquamente una lamina di vetro sulla quale è deposta una di quelle sottilissime pellicole (che sono affatto trasparenti) quei piani anzidetti saranno intersecati secondo un sistema di rette parallele, e sviluppando poi quella lastra sensibilizzata dovranno vedersi delle righe parallele alternativamente oscure e bianche, che corrisponderanno alle intersezioni con quei piani nodali e ventrali.

L' esperienza ha infatti costatato tutto ciò; ma poteva sorgere il dubbio che quelle righe fossero dovute all' interferenza ordinaria fra le onde che si riflettono sul collodio e quelle che si riflettono sullo specchio. Cambiando opportunamente le condizioni sperimentali, l' A. ha potuto peraltro persuadersi che non è l' interferenza ordinaria, ma il sistema di onde stazionarie che dà luogo alle righe anzidette.

Altre esperienze, fatte studiando le onde che si formano fra una lastra piana e una lente piano-convessa, al modo degli anelli di Newton, hanno anche mostrato che nelle riflessioni su un mezzo otticamente più denso si ha un cambiamento di segno, come fu ammesso da Fresnel.

Con questo stesso metodo l' A. ha anche potuto determinare qual'è la direzione delle vibrazioni rispetto al piano di polarizzazione.

Infatti, si faccia cadere su uno specchio, e coll' incidenza di 45°, un fascio di luce polarizzata: se la vibrazione è parallela allo specchio, cioè normale al piano d' incidenza, nell' onda riflessa e nell' onda incidente le vibrazioni saranno parallele, e un raggio del fascio incidente potrà interferire con un raggio di quello riflesso; e come nel caso dell' incidenza normale, l' intensità del moto vibratorio resultante varierà da un punto all' altro con la distanza dallo specchio. Invece, se la vibrazione è contenuta nel piano d' incidenza, colla stessa incidenza di 45° le vibrazioni dell' onda riflessa saranno normali a quelle dell' onda incidente, ed essendo impossibile ogni interferenza, l' intensità del moto resultante, sarà indipendente dalla distanza dallo specchio.

Disponendo la pellicola sensibilizzata un poco inclinata rispetto al piano di riflessione, nel primo caso si otterranno le frange, nel secondo no.

Facendo l' esperienza, il Wiener ha ottenuto bellissime frange d' interferenza con luce polarizzata nel piano d' incidenza; mentre tali frange non si presentano se la luce è polarizzata perpendicolarmente a quel piano; quindi le vibrazioni, che sono chimicamente attive, in un raggio polarizzato rettilineamente sono normali al piano di polarizzazione; e se si ammette che le vibrazioni chimiche ora dette coincidano con quelle luminose, si riconosce che anche quì è verificata l' ipotesi di Fresnel, che le vibrazioni luminose sieno normali al piano di polarizzazione.

Secondo la teoria elettromagnetica della luce e secondo le esperienze di Hertz, i nodi delle vibrazioni della forza elettrica coincidono coi ventri della forza magnetica; e poichè, secondo Hertz, sulla superficie riflettente si ha un nodo della vibrazione elettrica, dalle esperienze del Wiener si conclude dunque che l' azione chimica di un' onda polarizzata linearmente è dovuta alla vibrazione elettrica e non a quella magnetica.

L' A. termina facendo osservare che le pellicole da esso adoperate costituiscono in certo modo un occhio trasparente, che può ricevere dalle due faccie le impressioni luminose; e quindi si ha la possibilità di studiare nei moti luminosi l' ampiezza, la fase e la direzione delle vibrazioni.

G. Meyer. *Sulle forze elettromotrici fra il vetro e le amalgame.* — Scopo dell' A. è stato di misurare la f. e. m. degli elementi del tipo Hg | vetro | amalgama. Essi eran formati da un tubo da saggio contenente Hg puro e un elettrodo di grafite, racchiuso in un largo tubo di vetro che conteneva l' amalgama e un altro elettrodo di grafite; quei tubi, dopo averne estratta l' aria, eran chiusi alla lampada e scaldati in opportuna stufa alla tempe-

ratura di 200 a 250°. La misura della f. e. m. fu fatta col metodo di compensazione del Poggendorff usando un elettrometro capillare invece del galvanometro; e come pila campione fu presa una Clark racchiusa in un tubo di vetro saldato alla lampada.

Il polo positivo delle combinazioni studiate fu sempre il mercurio. Tanto per la f. e. m. di contatto, quanto per lo sviluppo d' elettricità per strofinìo l' A. ha trovato che i metalli si dispongono in una medesima serie che è Mg, Na, Zn, Sn, Pb, Ag, e che è indipendente dalla qualità del vetro. È quindi molto probabile l' identità, supposta da Helmholtz, fra la f. e. m. di contatto e quella ottenuta per strofinìo.

E. Riecke. *Sulla piroelettricità della tormalina.* — Secondo la teoria dell' A., per la carica elettrica ε, al tempo t, di una tormalina isolata, durante il raffreddamento si ha la relazione

$$\varepsilon = \mathrm{E}\,(1 - e^{-\alpha t}) .$$

Dalle numerose esperienze fatte, il valore di α resultò: costante per i cristalli del Brasile; costante fino a temperature di circa 140°, e decrescente per temperature superiori, per le tormaline di Sarapulsk; irregolare per quelle dell' Elba.

Tenendo conto della dipendenza fra la temperatura e la carica elettrica, l' A. trova che le tormaline si posson disporre in quattro diversi gruppi.

W. Donle. *Metodo semplice per determinare la costante dielettrica coll' elettrodinamometro* Bellati-Giltay. — L' A. ha modificato il metodo di Winckelmann (*N. Cim.* 28, pag. 170) sostituendo al telefono, col quale è difficile cogliere il minimo dell' intensità del suono, un elettrodinamometro Bellati-Giltay (*N. Cim.* 19, p. 171).

Uno dei reofori di un rocchetto d'induzione è derivato a terra, l' altro è unito a una delle armature di un condensatore di Kohlrausch; l' altra armatura è derivata a terra mediante l' elettrodinamometro. Ad ogni carica del collettore, ne corrisponde una del condensatore, e quindi l' elettrodinamometro è traversato da correnti alternanti, la cui energia totale è misurata mediante la deviazione del fascio di fili di ferro. Se s' introduce fra le due armature una lastra coibente, la deviazione cambia; e per ridurla uguale a quella di prima basta modificare la distanza fra le armature stesse. Se la distanza loro iniziale è x, la capacità del condensatore ad aria è inversamente proporzionale ad x; e se la distanza è m quando fra le armature v' è una lastra coibente di spessore n e la cui costante dielettrica è D, la capacità è inversamente proporzionale a $m - n + (n/\mathrm{D})$. Poichè le capacità del condensatore nei due casi sono uguali, si deve avere

$$x = m - n + \frac{n}{D},$$

da cui si deduce il valore di D.

Usando minuziose precauzioni, rese necessarie dalla grande sensibilità e dalla instabilità dello zero dell' elettrodinamometro, l' A. ha potuto ottenere dei resultati ben concordanti con quelli trovati da altri con metodi differenti.

H. MURAOKA. *Sul residuo elettrico.* — La teoria di Maxwell, secondo la quale negli isolanti omogenei non deve aversi alcun residuo, fu verificata esatta per lo spato calcare, per la benzina e per la paraffina; e le eccezioni trovate dal Dieterici per quest' ultima sostanza furono attribuite da Arons (*N. Cim.* 27, p. 87) alle sostanze eterogenee introdottevi durante la costruzione dei condensatori. Non è possibile calcolare il residuo per sostanze non omogenee; ma il Maxwell ha eseguito il calcolo per il caso di diversi dielettrici disposti in strati paralleli e ha trovato che, almeno quando uno degli strati non è completamente isolante, vi deve essere un residuo elettrico.

L' A., col metodo usato dal Dieterici ha potuto costatare che infatti due dielettrici, ciascun dei quali non ha di per sè alcun residuo, presentano un residuo quando sono stratificati l' uno su l' altro, purchè le due sostanze non sieno assolutamente coibenti, o non sieno due liquidi miscibili. Se uno strato è solubile nell' altro, come la paraffina nello xilolo, il residuo diminuisce mano a mano che si effettua la soluzione, e poi sparisce affatto. Questo contradice alla teoria di Maxwell, secondo la quale si deve avere un residuo anche se il dielettrico è composto di particelle microscopiche di due sostanze diverse; perciò l' A. ritiene che nel concetto di Maxwell quella composizione non si deve intendere che sia molecolare, com' è il caso delle soluzioni.

W. HALLWACHS. *Su una causa d' errore nella eccitazione fotoelettrica.* — Se la luce che parte da una lampada elettrica, che ha i carboni col nucleo di zinco, si fa cadere su una lastra di zinco amalgamata e isolata con ceralacca, distante 70 cm. e che per mezzo di un filo comunica con un elettrometro di Hankel, anche se la lampada è circondata da una rete metallica derivata a terra il potenziale della lamina illuminata cresce di 100 v. e anche più. Poichè non può esser dovuto a un' induzione della lampada, tale aumento di potenziale si attribuì a una particolare eccitabilità della lastra amalgamata. L' A. ha riconosciuto che quella carica elettrica è dovuta invece all' azione delle cariche positive delle particelle che si staccano dai carboni della lampada.

Detto. *Esperienza da lezione per dimostrare la eccitazione fotoelettrica.* — È una modificazione di un' esperienza di Bichat e Blondlot (*N. Cim.* 25, pag. 85), che permette di ottenere effetti assai più intensi.

Nel cono luminoso della lampada elettrica, dalla cui lanterna si son tolte le lenti di vetro, s' introduce, un po' lateralmente, una lamina di zinco, fissata ad un bastone di ceralacca. I raggi luminosi non intercettati servono a proiettare con una lente su uno schermaglio l' elettrometro di Hankel, caricato con una batteria di 20 elementi al bicromato. Se la lastra di zinco si fa comunicare con l' elettrometro, e sul tragitto dei raggi si interpone una foglia di mica, se si pone per un istante la lastra di zinco in comunicazione col suolo, togliendo la mica non si osserva nessuna variazione nelle indicazioni dell' elettrometro; ma se sulla lamina di zinco, prima di toglier la mica, si fa arrivare con un soffietto ordinario un forte getto d' aria e poi si toglie la mica, il soffio d' aria determina notevoli deviazioni nell' ago dell' elettrometro.

L. Sohncke. *Spessore limite di una goccia d'olio che si espande sull' acqua.* — Misurando il diametro della macchia che forma una piccola goccia d' olio al momento in cui sta per rompersi sull'acqua dopo aver raggiunto uno spessore uniforme, e conoscendo il peso della goccia impiegata, l' A. trova che lo spessore limite della pellicola d' olio d' oliva è $e = 115,5 \pm 7,05$ milionesimi di millimetro, e per l' olio di ravizzone $e = 93,6 \pm 6,82$.

Il raggio dell' azione molecolare, che deve essere uguale o maggiore della metà di e, resulta così dello stesso ordine di grandezza di quello che Plateau trovò pei liquidi glicerici.

K. Bindel. *Peso specifico, calore specifico e calorie di soluzione delle soluzioni saline soprasature.* — L' A. ha esteso alle soluzioni soprasature le ricerche che molti altri avevano limitato alle soluzioni molto diluite.

L. Boltzmann. *Sulle esperienze di* Hertz. — Per poter dimostrare a molte persone insieme l' esistenza delle scintille fra la sfera e la punta del risonatore d' Hertz, l' A. ha riunito la sfera con un elettroscopio molto sensibile, e la punta con un polo di un' opportuna batteria, che ha l' altro polo a terra. Finchè non si hanno scintille l' elettroscopio sta scarico; ma quando esse cominciano a prodursi formano un ponte fra la punta e la sferetta, e le foglie dell' elettroscopio divergono. Con tal disposizione si poteron render manifeste le scintille anche quando la distanza fra l' eccitatore e il risonatore era di 37 m. Per tal distanza l'A. valuta a $^1/_{5000}$ di mm. la lunghezza delle scintille secondarie; e

poichè la pila secca adoperata aveva un potenziale di circa 200 v., così la punta e la sfera del risonatore si trovavano a una distanza che sorpassa di circa $^1/_{5000}$ di mm. la distanza esplosiva della pila secca. Adoprando una batteria più debole e un elettroscopio più sensibile si potrebbe dunque dimostrare così l'esistenza delle onde elettriche anche per maggiori distanze, e con apparecchi di precisione questo metodo potrebbe prestarsi per misure quantitative.

L'A. ha fatto anche delle esperienze d'interferenza, analoghe a quelle di Fresnel, con due specchi formanti un angolo molto ottuso e i cui piani eran distanti di un multiplo di mezza lunghezza d'onda; e fa notare che questo metodo dovrebbe prestarsi bene per una precisa misura della lunghezza d'onda e del decremento delle vibrazioni.

Per la riuscita delle esperienze, più che l'ossidazione della sfera e della punta del risonatore sono da schivare la polvere, le rugosità e l'untuosità del metallo. Per pulirle, meglio di ogni altra cosa si presta acido solforico diluito, acqua stillata, e poi un forte strofinìo a secco. L'ossido si toglie bene con terra di Vienna bagnata coll'alcole. L'A. non ha potuto costatare l'utilità del soffio d'aria suggerito dal Classen.

O. Lehmann. *Sui cristalli liquidi.* — Secondo i concetti comunemente accettati il carattere essenziale dello stato cristallino è che le molecole formino nei cristalli un sistema regolare di punti, nella qual conformazione sien mantenute più o meno stabilmente da forze elastiche; ma come l'A. ha fatto osservare nel suo libro *sulla fisica molecolare*, ciò serve a spiegare soltanto un numero assai limitato di fenomeni, e ci lascia completamente all'oscuro quando dalle proprietà puramente geometriche dei cristalli si volesse passare allo studio delle loro proprietà fisiche. Spiegazioni più sodisfacenti si otterrebbero se la disposizione regolare delle molecole nello spazio si ritenesse come cosa accessoria, che si potesse anche disturbare senza alterare l'essenza del cristallo. Infatti se la caratteristica fondamentale dei cristalli fosse la disposizione regolare delle molecole, per mezzo di convenienti deformazioni si dovrebbe necessariamente passare da un cristallo a un corpo amorfo; mentre all'A. non è mai riuscito ottener ciò in nessun caso: per quanto sieno stati deformati, i cristalli non han mai perduto nè le loro proprietà ottiche, nè la proprietà essenziale che è quella di accrescersi nelle soluzioni soprasature. In seguito a ciò vien naturalmente fatto di domandarsi se un cristallo possa esistere anche allo stato liquido, o in altre parole se anche i liquidi possan dividersi in due classi: anisotropi e isotropi, cristallini cioè ed amorfi. Osservando che esistono anche goccie liquide

che hanno la proprietà di accrescersi nelle soluzioni soprasature, pur restando otticamente isotrope, per esser conseguenti bisogna ammettere che tali liquidi sieu cristallini, e appartenenti tutti al 1° sistema; e che tutti i corpi, solidi, o liquidi che non hanno la proprietà di accrescersi sieno miscugli di diverse modificazioni cristalline.

Dopo aver risposto alle obiezioni che potrebbero muoversi contro queste conclusioni, l' A. espone i resultati delle sue ricerche sperimentali su diversi liquidi che presentano, osservati al microscopio, le caratteristiche ottiche dei cristalli; ma è impossibile seguire l' A. in questa descrizione senza l' aiuto delle numerose figure dalle quali è corredata questa Memoria.

In una comunicazione ulteriore (*Wied. Ann.* 41, pag. 525) l' A. insiste su i fatti che rendon necessario ammettere l' esistenza di cristalli liquidi, o di liquidi cristallini; e studiando la formazione dei cristalli misti, la solubilità, l' assorbimento, i miscugli isomorfi e la diffusione dei cristalli liquidi, mostra come la proprietà che hanno i corpi solidi di formar cristalli misti, corrisponde esattamente al miscuglio o alla diffusione dei liquidi. E da queste e da altre considerazioni (cfr. *Ztschrf. f. Krystall. und Min.* 18, pag. 457, 1890) l' A. giunge a variare così la definizione del cristallo: È un cristallo ogni corpo chimicamente omogeneo, che mancando ogni costringimento derivante da tensioni interne o esterne, è anisotropo. Esso ha la proprietà di accrescersi nelle soluzioni soprasature.

G. Gross. *Sulla diffusione dei gas.* — Secondo le formule di Maxwell e di Stefan il coefficiente di diffusione deve esser costante, mentre secondo O. E. Meyer deve dipender dal rapporto nel quale i due gas son mescolati. Quantunque sia più verosimile che debba esser valida la formula del Meyer, tuttavia essa dà per i coefficienti dei valori che non si accordano con i resultati sperimentali, specialmente per la grande variazione che presentano quei coefficienti per i valori N_1 / N_2. L' A. ha modificato la formula di Meyer, e ha anche trovato l' espressione del coefficiente di diffusione per il caso più generale che un miscuglio di gas si diffonda in un altro miscuglio. I pochi casi che si prestano sperimentalmente alla verifica di quella formula, per es. la diffusione dei vapori di un miscuglio di acido formico e acqua nell' aria, l' hanno confermata.

K. Wirtz. *Applicazione del calorimetro a vapor d' acqua alla determinazione delle calorie di vaporizzazione.* — Le calorie di evaporazione di tutte le sostanze che hanno il punto di ebollizione inferiore a 100°, si posson determinare anche col calorimetro a

vapor acqueo descritto dal Bunsen (*N. Cim.* 24, pag. 95). A tale scopo un peso G della sostanza da studiarsi si fa evaporare completamente nella corrente di vapore del calorimetro; il calore a ciò necessario è sottratto al vapor acqueo, e quindi, come nella determinazione del calore specifico di un corpo con quel calorimetro, una parte del vapor acqueo si deve condensare. Se il peso del vapore che si condensa è w, se λ sono le calorie di vaporizzazione dell' acqua, il calore di vaporizzazione della sostanza adoprata, dalla sua temperatura al principio della esperienza fino alla sua temperatura di ebollizione è dato da $Q = w\lambda / G$.

I resultati ottenuti con questo metodo sono concordanti con quelli trovati da altri sperimentatori; e la sensibilità dell' apparecchio è tale, da permettere anche di riconoscere se le sostanze adoprate sono o no chimicamente pure.

A Gockel. *Sulla sede della variabilità della f. e. m. degli elementi galvanici per effetto della temperatura.* — In un precedente lavoro (*N. Cim.* 18, pag. 180) l' A. ammise che il teorema di Helmholtz che la variabilità termica di un elemento galvanico si può rappresentare con la somma algebrica delle f. e. m. che si hanno ad ogni contatto, dimostrato dall' Helmholtz per la combinazione $Hg \mid Hg\,SO_4 \mid Zn\,SO_4 \mid Zn$, fosse valido anche per la pila Daniell. Il Meyer invece trovò (*N. Cim.* 26, pag. 88) che il coefficiente della variabilità termica di una pila Daniell non è la somma di quelli che valgono per ogni suo contatto. L' A. ha creduto perciò opportuno di studiar nuovamente la questione; e sperimentando col metodo di Helmholtz su 13 pile diverse, ha riconosciuto che il teorema anzidetto è completamente verificato, e che quindi il resultato contrario trovato dal Meyer deve ascriversi al fatto che il coefficiente termico della pila Daniell essendo assai piccolo non si può determinar con molta precisione, e all' aver il Meyer dedotto le f. e. m. ai singoli contatti da esperienze indirette, non eseguite sulla pila stessa.

A. Heydweiller. *Sul passaggio dell' elettricità nei gas. II. Sulla differenza di potenziale corrispondente alla scarica.* — Scopo di questo lavoro è stato di verificare da prima se è esatta l' ipotesi del Maxwell, che la mancanza di proporzionalità fra la differenza di potenziale, e la distanza esplosiva per elettrodi piani molto vicini, sia dovuta alla diversità dell' isolamento delle atmosfere gasose che rivestono gli elettrodi, e le quali, quando gli elettrodi son molto vicini, si vengono a compenetrare. Discutendo i resultati ottenuti da Baille, Liebig, etc. l' A. ha trovato che quella spiegazione è ammissibile, purchè si ritenga che lo spessore di quei rivestimenti atmosferici sorpassi di assai quello che

comunemente si è trovato coll' esperienza, e che esso diminuisca col crescere della curvatura degli elettrodi.

L' A. ha poi ricercato che cosa accade per la scarica in un campo non omogeneo, per es. fra conduttori cilindrici, o fra sfere uguali. Molte esperienze sono state fatte per casi di questo genere; ma nessuno ha osservato che dalla grandezza e dalla distanza degli elettrodi, e dal potenziale dell' elettrodo non derivato, si poteva calcolare almeno il massimo e il minimo della caduta di potenziale nel tratto corrispondente alla scarica. L' A. ha eseguito questo calcolo e ha trovato che la caduta media del potenziale nella scarica, cioè la media aritmetica dei valori che ha per ciascun elettrodo, è indipendente dalla distanza esplosiva tanto per i campi omogenei che per quelli non omogenei.

Se quella media aritmetica si ritiene come il limite cui si avvicina assintoticamente la caduta di potenziale per distanza crescente degli elettrodi, indipendentemente dalle ipotesi su enunciate si trova che la caduta media di potenziale cresce quando cresce la curvatura degli elettrodi, e che essa determina la carica massima di una sfera che si trovi libera nell' atmosfera.

K. Wesendonck. *Alcune osservazioni sulle scariche elettriche.* — Faraday aveva osservato che aumentando la quantità di elettricità il fascetto luminoso positivo si cambiava nella scarica a stellette, e Gaugain fece notare che il fascetto ricompariva aumentando ancora la quantità di elettricità. Ma fino ad ora non era stato deciso se all' apparire delle stellette aumentava anche la tensione, perchè l' aumento della conduttività del gas permetteva la scarica di maggior quantità di elettricità anche per tensione minore.

L' A. ha eseguito in proposito delle ricerche, che lo hanno condotto a stabilire che la tensione, quando la stelletta si sostituisce al fiocco luminoso, cresce continuamente; e che quando ricomparisce un fascetto luminoso isolato la tensione torna a decrescere. Non è nemmeno esatta la conclusione comunemente accettata che il fascetto luminoso continuo stia ad indicare una diminuzione della resistenza che si oppone alla scarica elettrica.

Se contro gli elettrodi si soffia dell' aria, è facile fare sparire il fiocco luminoso e sostituirgli le stellette; allora il modo della scarica varia senza che cambi sensibilmente la differenza di potenziale.

Si facilita poi notevolmente la produzione delle scintille collo spolverare delle particelle metalliche sull' uno o sull' altro degli elettrodi. Anche una finissima pioggia d' acqua sull' anodo, ottenuta con un polverizzatore, determina da prima la formazione

delle scintille; ma poi, dalle goccie che si riuniscono sull' anodo, partono dei bei fiocchi luminosi. Non ha azione apprezzabile la presenza delle goccie d' acqua nell' aria.

O. E. Meyer. *Magnetometro da montagna.* — Nelle sue ricerche sul magnetismo delle montagne l' A. si servì con vantaggio del variometro di Kohlrausch (*N. Cim.* 22, pag. 183); ma per i mineralogisti non basta determinare la variazione della componente orizzontale del magnetismo nel luogo dell' osservazione, ma occorre tener conto anche dell' inclinazione, perchè secondo Locke e Melloni gli assi magnetici delle rocce ferrifere sono a preferenza disposti nella direzione dell' ago d' inclinazione.

L' A. ha perciò modificato l' apparecchio del Kohlrausch, disponendo l' ago magnetico in modo che possa servire a indicare l' angolo d' inclinazione, e disponendo accanto ad esso un altro magnete che obblighi l' ago mobile ad avere in alto il suo polo nord, perchè, come nell' ordinario ago d' inclinazione, nell' emisfero settentrionale i poli nord delle rocce sono in basso, quelli sud in alto. L' ago d' inclinazione, disposto nel modo anzidetto, trovandosi nella direzione in cui l' azione è massima, è uno strumento molto sensibile per determinare le perturbazioni locali del magnetismo terrestre prodotte dal magnetismo delle rocce. L' A. ha infatti ottenuto eccellenti resultati con quel suo magnetometro, del quale dà anche la teoria.

H. Passavant. *Su una riproduzione dell' unità* Siemens *di resistenza elettrica.* — Poichè la resistenza dei fili metallici subisce una sensibile alterazione coll' andar del tempo, l' A., consigliatovi dal prof. Himstedt, ha costruito nel laboratorio di fisica della scuola tecnica superiore di Darmstadt dei campioni di resistenza in mercurio; e in questa sua Nota indica il modo tenuto in quella costruzione.

Philosoph. Magazine. Vol. XXIX. 1890.

Lord. Rayleigh. *Sulle campane.* — La teoria matematica delle vibrazioni delle campane metalliche è troppo complicata e difficile, e non ne è stato mai tentato uno studio completo, anche perchè non sarebbe di molta utilità pratica. L' A. ha raccolto in questa Nota una serie di osservazioni sperimentali fatte su diverse campane, due delle quali furon sottoposte, nel suo laboratorio, a particolari esperienze. Egli ha trovato che eccitando opportunamente una campana, se ne posson levare 6 diverse note, e che il suono complessivo (nominale) che la campana rende quando è suonata nel modo ordinario, corrisponde sempre alla 5ª nota fra le anzi

dette, ma nelle ottave più basse. Così una campana che può dare le note

$$e', \quad c'', \quad f'', \quad b'''\flat, \quad d''' \quad f''',$$

ha d' per nota nominale; un' altra che rende le note

$$e'\flat, \quad d'', \quad f'', \quad b'', \quad d''' \quad g'''.$$

ha la nota nominale d.

Si vede di qui che l' effetto degli intervalli dissonanti che si hanno fra i suoni resi da una campana è minore assai di ciò che si potrebbe attendere giudicando con gli ordinari criteri musicali.

La Nota termina con un' appendice che tratta analiticamente la flessione di un iperboloide di rivoluzione, che è la forma cui più si avvicinano le campane.

S. P. LANGLEY. *La temperatura della luna.* — Secondo Herschell la temperatura del suolo lunare doveva esser prossima a 100° c. e anche Lord Rose aveva fatto delle osservazioni che sembravano confermare questa opinione. Il Langley, studiando le radiazioni lunari per mezzo del suo bolometro, e fondandosi sul fatto, stabilito già sperimentalmente, che la posizione del massimo, in una curva che rappresenta le radiazioni calorifiche oscure, fornisce un criterio sicuro per valutare la temperatura del solido che irraggia il calore, e sull' altro fatto che nello spettro lunare si osservano due massimi ben distinti, uno dovuto alle radiazioni riflesse dal suolo lunare, e l' altro dovuto al calore emesso dal suolo medesimo, ha trovato che questo secondo massimo corrisponde a quello che si osserva nello spettro calorifico di un solido che ha la temperatura di — 10° c, colla superficie coperta di nero fumo. Perciò il Langley conclude che la temperatura della luna è prossima allo 0 c., che la luna non ha calore interno che si renda sensibile alla sua superficie, e che le radiazioni che manda a noi son dovute al calor solare che assorbe, e che quasi immediatamente emette.

Le determinazioni del calor lunare sono molto difficili, perchè l'atmosfera terrestre agisce come una sorgente calorifica le cui radiazioni si sovrappongono a quelle dello spettro lunare; ma durante un ecclisse il Langley potè costatare che il calor lunare non è interamente assorbito dalla nostra atmosfera. Infatti al momento dell' ecclisse il bolometro accusò un notevolissimo abbassamento di temperatura, e un aumento corrispondente alla fine dell' ecclisse. Le osservazioni fatte mostrano che nello spazio delle poche ore che durò quell' ecclisse la temperatura della faccia della

luna esposta al sole provò dei cambiamenti più grandi di quelli che si avrebbero passando dalle nostre zone torride al più freddo inverno glaciale.

W. G. GREGORY. *Su un nuovo elettroradiometro.* — L'istrumento è fondato sulla dilatazione che subisce un filo quando è scaldato da correnti che vengono in esso indotte dalle rapide variazioni del campo di forza, e può servire per misure quantitative nelle esperienze sulle oscillazioni elettriche. Consiste in un lungo tubo di vetro unito con mastice a un tubo più corto di ottone. Nel tubo di vetro è teso un filo di platino, che è unito a una spirale amplificante di Perry, che è situata nel tubo di ottone e che è munita di uno specchio. Una deviazione dello specchio corrispondente a 1 divisione della scala è prodotta, nell' apparecchio usato dall' A., da una dilatazione di mm. $0,0_35$, cui corrisponde un aumento di $0,003^0$ c. di temperatura.

J. ENRIGHT. *Elettrizzazioni dovute al contatto fra gas e liquidi.* — L' A. ha osservato, per mezzo di un elettrometro a quadranti, che l' idrogeno che si svolge dalla reazione dello Zn coll' HCl è elettrizzato positivamente, mentre se la soluzione contiene cloruro di zinco in eccesso, l' idrogeno è elettrizzato negativamente. In generale ha anche trovato che un gas che attraversa, allo stato nascente, un acido si elettrizza positivamente, mentre si elettrizza negativamente se attraversa una soluzione salina.

Un recipiente di vetro o di metallo pieno d' idrogeno, ottenuto con lo Zn e l' HCl, e posto in comunicazione coi quadranti isolati dell' elettrometro, non accusa nessuna carica finchè l' idrogeno è chiuso nel recipiente; ma una carica elettrica si comunica ai quadranti appena l' idrogeno si fa uscire dal recipiente. Il recipiente, anche se metallico, si può porre in comunicazione col suolo, senza che l' idrogeno perda la sua carica: il gas ritorna allo stato naturale soltanto dopo molte ore, cioè quando, secondo l' A., ogni sua molecola è venuta separatamente a contatto colla parete metallica.

L' A. ritiene che la carica che acquista un gas nell' attraversare un liquido sia dovuta ad azioni di contatto. Per provare quest' ipotesi fece attraversare una colonna di HCl da una corrente d' idrogeno reso neutrale colla prolungata permanenza in un recipiente metallico in comunicazione col suolo; ma non gli fu così possibile riscontrare alcuna carica nel gas: e ciò egli spiega osservando che come è difficile, se non impossibile, scaricare una certa quantità di gas pel contatto con un corpo derivato a terra, perchè il *contatto reale* non si ha che per pochissime molecole, così quando una corrente di gas attraversa un liquido

sono ben poche le sue molecole che si elettrizzano per contatto, e la carica resultante non si può misurare. Quando invece i gas si svolgono in seno ai liquidi per azioni chimiche, le singole molecole si caricano pel contatto col liquido, e conservano a lungo la carica così acquistata.

Il prof. O. J. Lodge fa peraltro osservare a questo proposito (*Phil. Mag.* 29, pag. 292) che i fatti descritti dall' Enright son semplicemente dovuti all' elettrizzazione per strofinio del getto di gas, come aveva già fatto notare quando l' Enright pubblicò nel 1887 i suoi resultati nella " *Nature* ,,.

H. TOMLINSON. *Effetto del riscaldamento e del raffreddamento ripetuti sulla resistenza elettrica del ferro.* — L' A. ha eseguito delle esperienze per costatare se il riscaldamento e il raffreddamento, che modificano le proprietà elastiche del ferro (cfr. *N. Cim.* 23, pag. 180) possono anche abbassare il coefficiente di temperatura in modo da ravvicinarlo a quello che fu trovato da Matthiessen per i metalli puri.

Riscaldando molte volte a 100° un filo di ferro, poi raffreddandolo a 17° durante lunghi intervalli, la resistenza specifica del ferro a 17° dal valore 11,162 si riduce a 10,688 c. g. s.; dopo di che non è stato constatato altro cambiamento; contemporaneamente il coefficiente di temperatura è aumentato nella proporzione di 1 : 1,024.

Da molte accurate misure della resistenza del ferro a diverse temperature, l' A. deduce poi la relazione

$$R_t = R_0 (1 + 0{,}005131\, t + 0{,}0_5 815\, t^2)\,,$$

mentre Matthiessen aveva trovato pel ferro puro, rincotto nell' idrogeno:

$$R_t = R_0 (1 + 0{,}005425\, t + 0{,}0_5 83\, t^2)\,;$$

quindi i valori trovati da Matthiessen per la resistenza specifica del ferro puro sarebbero del 4 al 5 °/₀ troppo alti.

L' A. esprime anche il desiderio che la Commissione delle unità elettriche sia invitata a determinare la resistenza assoluta e il coefficiente di temperatura dei metalli puri che sono di uso frequente.

Prof. TAIT. *Sull' importanza dei quaternioni nella fisica.* — Con diversi esempi l' A. fa risaltare la semplicità che si ottiene dall' uso dei quaternioni nella fisica matematica, e ne raccomanda caldamente l' uso facendo notare che nessuna figura nè alcun mo-

dello può esser più significativo e più comprensibile di un' equazione dei quaternioni.

All' operatore

$$\nabla = i\frac{d}{dx} + j\frac{d}{dy} + k\frac{d}{dz}$$

egli dà il nome di *nabla*, deducendolo dal nome assiro dell' arpa, che ha la forma del ∇.

T. CARNELLEY. *Espressione algebrica approssimata per la legge periodica degli elementi chimici.* — L' A. ha trovato che il peso atomico A di un elemento qualunque può rappresentarsi con molta approssimazione mediante la relazione

$$A = c\,(m + \sqrt{v})$$

ove c è una costante, m un numero il cui valore cambia da una serie all' altra della classificazione di Mendelejeff e v è la valenza massima, ossia il numero del gruppo cui appartiene l' elemento. I valori di m sono

$$m = 0,\ 2^1/_2,\ 5,\ 8^1/_2,\ 12,\ 15^1/_2,\ 19,\ 22^1/_2,\ 26,\ 29^1/_2,\ 33$$

per le serie

II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII

respettivamente, e per c ha trovato il valore medio $c = 6{,}64$.

È notevole il fatto che il valore di c coincide quasi col calore atomico degli elementi, quale si deduce dalla legge di Dulong e Petit; talchè pel calore specifico di un elemento qualunque si può porre

$$\text{cal. specifico} = \frac{1}{m + \sqrt{v}},$$

e i valori così calcolati concordano assai bene con quelli ottenuti sperimentalmente.

A. L. SELBY. *Su due sfere pulsanti in un liquido.* — Col metodo delle immagini già usato da Hicbs, e da Volterra, l' A. tratta delle forze che si esercitano fra due sfere che si dilatano e si contraggono periodicamente in un liquido; ma non è possibile riassumer brevemente il procedimento tenuto in questi calcoli.

H. NAGAOKA. *Sulle correnti elettriche temporanee che si producono torcendo rapidamente i fili di ferro e di nichel magnetizzati.* — L' A. fa osservare che i fatti esposti dallo Zehnder (*N. Cim.* 28, pag. 95) gli erano noti fino dal luglio 1888. Egli aveva studiato l' effetto di una torsione comunicata a un filo di ferro

teso verticalmente in un solenoide che era capace di produrre un campo di 36,7 C. G. S. per 1 amp. di corrente, e aveva trovato che introducendo quel filo nel circuito di un galvanometro balistico, si aveva una corrente al momento della torsione. Tale corrente presenta un massimo ben definito al crescere del campo magnetico, e diminuisce sottoponendo il filo a trazione. Col ferro il massimo si raggiunge assai presto, come era stato trovato anche da Ewing; col nichel più lentamente, e soltanto per forze magnetizzanti assai maggiori che pel ferro.

Dopo aver accennato ad altre particolarità del fenomeno studiato, l' A. osserva che le correnti sopra dette si possono spiegare ammettendo con Sir W. Thomson che trazioni éolotropiche producano nel ferro una suscettibilità magnetica eolotropica, e che la suscettibilità sia nel ferro diminuita maggiormente nella direzione della trazione che in quella normale: le linee d' induzione nel ferro, che prima della torsione erano rettilinee, divengono quindi elicoidali, e inclinate nella direzione della suscettibilità aumentata. La componente di quelle linee d' induzione che è normale all' asse del filo, è quella che provoca la corrente temporanea nella torsione.

C. BARUS. *Le variazioni di pressione di alcuni punti di ebollizione ad alta temperatura.* — In questa memoria l' A. descrive un metodo per graduare le pile termoelettriche per mezzo dei punti di ebollizione, e lo applica alla misura della tensione del vapore dello zinco, del cadmio e del bismuto.

Scopo dell' A. non è stato d' indicare valori esatti per i punti di ebollizione, bensì di ricercare la natura probabile della relazione che passa fra il punto di ebollizione e la pressione, per limiti molto estesi di temperatura, facendo notare che se si potesse trovare una legge per mezzo della quale il punto di ebollizione normale (76 cm.) si potesse ottenere da quello osservato a una temperatura minore, si avrebbe una cognizione più completa dei punti di ebollizione ad alte temperature.

Dopo aver determinato i punti di ebollizione dello solfo, dello zinco, del cadmio e del bismuto, l' A. applica ai resultati ottenuti l' equazione del Duprè

$$\log p = A - B / \theta - C \log \theta ,$$

ove p e θ sono valori corrispondenti della pressione e della temperatura espressa in gradi centigradi assoluti; e trova che le costanti A, B, C differiscono molto da un metallo all' altro, anche per il segno. Se però per tutti si prende $A = 20$, i valori di C son molto prossimi fra loro, e quindi si può supporre che la con-

cordanza sia anche maggiore facendo C costante per tutte le sostanze e A variabile: e infatti ciò accade, com' è mostrato da una tavola nella quale sono riportati graficamente i resultati ottenuti dalle esperienze dell' A.

L' equazione di Duprè si potrebbe modificare, sostituendo alla legge di Boyle-Charles, che qui non è applicabile, la relazione di Van der Waals; ma l' A. trova che l' espressione che ne resulterebbe per p è troppo complicata per poter esser suscettibile di pratica applicazione.

S. Bidwell. *Elettrizzazione di un getto di vapore.* — L' A. ha osservato che l' opacità del vapore che esce da un tubo aumenta notevolmente, e che il colore ne diviene bleu-ranciato, quando si avvicinano dei corpi elettrizzati, o quando si introducono sfere o dischi elettrizzati nel getto di vapore. Se tali conduttori son riuniti a una macchina elettrica a influenza, a ogni scintilla il vapore si scolora. Mentre lo spettro di assorbimento del vapore non elettrizzato è normale, quando il vapore si elettrizza soltanto il rosso e l' aranciato restano inalterati; ma il verde e il bleu diminuiscono e il violetto sparisce; quindi l' A. ritiene che l' elettrizzazione provochi un aumento delle dimensioni delle molecole d' acqua contenute nel getto di vapore che, nello stato non elettrico, avrebbero, per la massima parte, dimensioni assai piccole in confronto della lunghezza delle onde luminose, e quando il vapore è elettrizzato potrebbero raggiungere il diametro di $^1/_{50000}$ di pollice. Questo sarebbe analogo a ciò che fu osservato dal Rayleigh avvicinando un bastone di ceralacca elettrizzata a un getto d' acqua e ha un' importanza notevole per la meteorologia, perchè spiega la causa del color cupo delle nubi temporalesche, e la luce gialla pallida che le accompagna.

Le analoghe osservazioni di R. von Helmholtz (cfr. *N. Cim.* 24, pag. 269) furon note all' A. dopo aver compiuto questo suo studio; e dopo aver letto la Memoria dell' Helmholtz egli provò l' azione delle fiamme dei gas sul getto di vapore e trovò che esse esercitano una considerevole azione quando son luminose (e allora esse son elettrizzate positivamente), mentre non hanno influenza apprezzabile se sono oscure.

Lord. Rayleigh. *Sulle vibrazioni di un' atmosfera.* — Supponendo applicabile la legge di Mariotte e trascurando da prima la curvatura e la rotazione della terra, cioè supponendo che gli strati di ugual densità siano piani paralleli, l' A. stabilisce la nota formula per l' equilibrio dell' atmosfera, e trova le equazioni generali del movimento, dalle quali si ottengono le forme possibili dei movimenti periodici dell' atmosfera stessa. La forma del

moto è uguale a quella delle onde sonore; solamente l'ampiezza ne è moltiplicata per il fattore e $e^{1/2\, g z^2/a^2}$ (a velocità di propagazione del suono, g accelerazione della gravità, z altezza del punto considerato) che determina l'aumento del moto che si ha nella massa gasosa quando l'onda giunge negli strati elevati e più leggieri dell'atmosfera.

Se si considera il caso speciale in cui il moto della massa d'aria sia soltanto orizzontale, si può anche mettere in conto la curvatura terrestre, e si posson determinare le vibrazioni possibili di questa specie per l'involucro sferico dell'atmosfera. Per il moto armonico di primo ordine si trova allora una durata di vibrazione di ore 23,8 e per quello di second'ordine di ore 13,7. È notevole che questi valori sono prossimi a un periodo di un giorno e di un mezzo giorno, ciò che potrebbe spiegare i periodi semidiurni delle variazioni barometriche; tuttavia è difficile comprendere il carattere semidiurno delle forze che qui entrano in azione. I valori sopra indicati non sono tuttavia scevri di obiezioni, perchè sono stati calcolati servendosi della velocità ordinaria del suono, e supponendo che anche per onde così lente valga la correzione di Laplace alla formula di Newton, ciò che è assai dubbio.

A. SCHUSTER. *Scarica disruptiva dell' elettricità nei gas.* — Questa memoria è divisa in due parti. Nella prima l'A. ha calcolato colla formula del Kirchhoff i resultati ottenuti da Baille e da Paschen per la distanza esplosiva fra due sfere, e dalle tavole numeriche così calcolate apparisce che per due sistemi simili di due sfere uguali, in cui cambiano soltanto le dimensioni lineari, la tensione necessaria al principio della scarica è tanto maggiore quanto maggiore è la curvatura delle sfere; e che la tensione al crescere della distanza fra le sfere diminuisce fino a un minimo per tornar poi a crescere.

Nella seconda parte l'A. discute il fenomeno della scarica dal punto di vista teorico, e quantunque non giunga a resultati ben definiti, perchè ci sono affatto ignote le proprietà di un gas negli strati che sono a contatto con un solido, la discussione può servire a indicare la direzione in cui è desiderabile che sieno fatte delle nuove ricerche sperimentali.

J. PERRY. *Molle a torsione.* — A una molla lineare di metallo è comunicata una torsione permanente, in modo che il suo asse longitudinale non riceva nessuno spostamento laterale, ma che rappresenti l'asse di tutte le elicoidi che son formate, nella condizione deformata, da tutte le linee che originariamente erano rette e parallele. Se una tal molla è soggetta a trazione, ogni

piccolo aumento di lunghezza produce una grande rotazione delle estremità della molla stessa. Si posson fare anche delle molle a doppia torsione, fissando una molla a nastro alle sue estremità, e applicando nel suo punto di mezzo una coppia di torsione in modo da formare nella molla due spirali di senso opposto. Queste molle sono state applicate a diversi apparecchi nei quali si devon misurare delle forze, a ingrandire piccoli movimenti (come bilancie, galvanometri, etc.) La teoria di tali molle non è bene stabilita; ma sembra che si debba porre

$$\theta = \frac{\phi\, b\, w}{4\, t^3\, \mathrm{N}},$$

ove θ è la detorsione angolare per unità di lunghezza della molla, b la larghezza, t lo spessore della molla, w la forza nella direzione dell' asse, e ϕ la torsione delle molle per unità di lunghezza, e N una costante.

S. U. PICKERING. *Una nuova forma di calorimetro a miscuglio.* — Invece di mescolare i due liquidi da studiarsi nel modo praticato da Berthelot e da Thomsen, l' A. ha costruito un calorimetro di platino provvisto di una parete mediana munita di due sportelli che si posson aprire o chiudere. I due liquidi vengono da prima disposti separatamente nei due scompartimenti: poi, quando hanno la stessa temperatura, si fanno mescolare aprendo gli sportelli e facendo funzionare, per mezzo di un motore elettrico, opportuni agitatori.

Le determinazioni del calore di soluzione posson farsi con grande precisione per mezzo di questo calorimetro.

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:

Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50

Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al Prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

INDICE

RIVISTA

SULLE SCARICHE ELETTRICHE DEI CONDENSATORI E L'APPLICAZIONE ALLE SCARICHE ATMOSFERICHE; PER ORESTE MURANI.

(*Rendiconti del R. Ist. Lombardo 1891*).

Sunto dell' Autore.

§ 1. — Quando si parla dei parafulmini, della loro costruzione, del loro ufficio di prevenire le scariche atmosferiche e di preservarne gli edifici dai disastrosi effetti, ci sovviene involontariamente delle istruzioni ufficiali dell'Accademia delle scienze di Francia, le quali per lungo tempo hanno fatto legge in materia. Ma i danni cagionati dal fulmine anche in edifici protetti dai parafulmini di Franklin, hanno scossa la illimitata fiducia che prima si aveva in questa invenzione, e il dubbio sulla sua efficacia si è fatto strada.

Se si cerca, in base alla teoria matematica dei fenomeni elettrici, le condizioni per le quali una porzione dello spazio e tutto ciò che essa contiene sia al coperto dai danni della folgore, si giunge alla conclusione che la superficie che lo limita, deve costituire un conduttore chiuso ed isolato. Comunque gagliarde siano le azioni esterne, il potenziale, allo stato di equilibrio, sarà lo stesso in tutti i punti dello spazio considerato e dei corpi ch'esso racchiude; onde consegue che la risultante delle azioni elettriche è nulla per un punto qualunque del conduttore.

L'esperienza classica del casotto di Faraday conferma pienamente questa deduzione teorica. Ma non sarà superfluo ricordare che questa legge vale soltanto nel caso dell'equilibrio elettrico: chè al momento della rottura di questo, in un colpo di fulmine, dei fenomeni d'influenza e delle correnti d'induzione potranno prodursi nei corpi racchiusi dal conduttore; è improbabile però ch'esse siano così intense da dar luogo a differenze di potenziale capaci di produrre delle scintille tra conduttori vicini. D'altronde si sa che, per realizzare una superficie conduttrice a potenziale costante, non è punto necessario che la superficie metallica sia continua: questa condizione è soddisfatta anche da una rete metallica a maglie abbastanza larghe. Se si circonda

un elettroscopio a foglie d'oro con una reticella metallica, e s'isola il sistema da terra, si può caricarlo fortemente quanto si vuole con una macchina elettrica, sì da trarne forti scintille, che le foglie non daranno il menomo segno di elettrizzazione. La condizione essenziale è che non penetri nell'interno del conduttore alcun altro corpo che possa avere un potenziale proprio diverso da quello del conduttore, chè allora si possono aver delle scintille: tali sarebbero per esempio i condotti dell'acqua e del gas. Così è che Maxwell suggerì, che il mezzo più sicuro di protezione di un edifizio sarebbe di racchiuderlo tutto in una rete metallica, la quale ne metterebbe l'interno al coperto da ogni danno. Ma se qui si limitasse la protezione, l'edifizio circondato dall'involucro metallico ed isolato dal suolo, costituirebbe un pericolo grave per chi vi passasse vicino e per gli edifizi prossimi che non fossero isolati dal suolo. Per meglio fare dunque, bisognerà far comunicare la rete metallica, che circonda l'edifizio, colla terra. Guidato da questo principio, in seguito ad una serie di esperienze proprie, il professore Melsens ha così difatti protetto il palazzo municipale di Bruxelles, facendo correre lungo i cornicioni e gli spigoli delle verghe di ferro fra loro collegate, munendole di pungiglioni formati da mazzi di punte nelle parti sporgenti, e stabilendo numerose comunicazioni con la terra mediante i tubi di ferro dell'acqua potabile. È questo l'edifizio meglio protetto d'ogni altro. Il potenziale è sempre nullo, e nello stato di equilibrio non possono accadere scintille nè fra i corpi interni, nè coi corpi esterni egualmente in comunicazione colla terra. Ma è certo che, pari le altre circostanze, gli effetti dovuti alle scariche saranno in questo caso più intensi, che non in quello dell'isolamento, a cagione della maggiore capacità elettrica: ad ogni modo la scarica trovando per tante vie lo sfogo nella terra, non potrà recar danni.

§ 2. — D'altra parte la folgore e i parafulmini sono stati in questi ultimi tempi l'oggetto di numerosi studii, e le ricerche piuttosto recenti sull'autoinduzione dei conduttori hanno condotto a risultati che modificano grandemente le idee che si avevano sulla resistenza dei conduttori stessi, e di conseguenza sull'azione preventiva e preservativa dei parafulmini. Fino dal 1877, Melsens così scriveva a proposito della resistenza offerta al pas-

saggio della scarica atmosferica dalle aste di Franklin e dai conduttori con esse rilegati: « alcuni fisici ammettono ancora che i rapporti di conduttività determinati per le correnti voltaiche, si applicano alle correnti istantanee; ma le mie esperienze del 1865 mi hanno portato a dubitare dell'esattezza di questo dato ». — Difatti è nozione famigliare agli elettricisti che una corrente, lanciata anche da un elettromotore costante, non raggiunge nel circuito che in capo a qualche tempo, brevissimo se vuolsi ma finito, l'intensità definitiva che corrisponde alle condizioni di regime. Questo fatto è dovuto all'autoinduzione che si esercita nel conduttore invaso dalla corrente, ossia alla induzione reciproca che i filetti elementari paralleli, nei quali può immaginarsi scomposto il conduttore, esercitano gli uni sugli altri: le forze elettromotrici che così prendono origine, agiscono, finchè aumenta la corrente, in senso contrario alla forza elettromotrice principale, ossia come un aumento di resistenza. Ne viene che l'autoinduzione può creare, anche nei buoni conduttori, una ostruzione grandissima allo sfogo di una scarica elettrica, massimamente se questa è di breve durata, e il coefficiente di autoinduzione ha un valore rilevante.

Quando poi la corrente è alternativa, e il periodo è breve, come in particolare succede nelle scariche dei condensatori, la *densità* della corrente non può più essere considerata come uniforme in tutta la sezione del conduttore, ma essa va diminuendo a partire dalla superficie. Con 160 inversioni della corrente a secondo, che è il regime generalmente adottato nelle dinamo a correnti alternate, tutte le volte che si ha bisogno di una sezione del conduttore di rame maggiore di 1 cm^2, v'è vantaggio a prendere un tubo vuoto, di cui lo spessore non sorpassi 3 mm. Se questo è per un numero relativamente piccolo di alternanze a minuto secondo, la cosa si verifica anche meglio quando le oscillazioni sono rapidissime, come sono quelle a cui danno luogo in certi casi le scariche dei condensatori. Allora la corrente si confina alla superficie del conduttore, ed è in questa epidermide o spessore superficiale microscopico del conduttore che l'elettricità avrà un movimento oscillatorio, mentre l'interno di esso non prende alcuna parte all'azione. È ciò che hanno

messo in evidenza Sir W. Thomson, Heaviside [1]), lord Rayleigh [2]) teoricamente, e il prof. Hughes in modo sperimentale.

Ne risulta un aumento assai considerevole della resistenza del conduttore, la quale sarà così molto diversa da quella che esso offrirebbe alle correnti permanenti o a quelle alternate, il cui periodo è lento. Una conseguenza è questa, che non conviene punto impiegare una sbarra solida come scaricatore di un parafulmine, ma che val meglio di appiattirla, in modo di darle la forma di un largo nastro, o, anche meglio, di dividerla in tanti fili di minore sezione; chè con ciò viene a diminuire anche l'autoinduzione del conduttore, la quale nel caso di un grandissimo numero di oscillazioni può accrescere enormemente la *resistenza apparente* del circuito.

Insomma l'opinione che un buon scaricatore posto in ottima comunicazione colla terra, assicuri in questa la dispersione di una scarica fulminea, oltre che contraddetta molte volte dal fatto, come si è notato innanzi, si manifesta erronea nel suo fondamento, che sta nell'assimilare la detta scarica ad una corrente continua. Se al contrario essa consiste in una scarica oscillatoria di brevissimo periodo, pari a onda destata da un urto violento, la quale percorra più volte il conduttore in direzione alternativamente contraria, gli effetti dell'autoinduzione che ne derivano debbono essere assai gagliardi: una parte soltanto della energia elettrica della scarica si convertirà in calore secondo la legge di Joule.

Per concludere, una corrente a oscillazioni rapidissime nel percorrere un conduttore incontra due cause d'ostruzione: la resistenza propria e l'autoinduzione; la prima ha per effetto di dissipare la energia della corrente sotto forma di calore a norma della legge di Joule; l'autoinduzione produce ostruzione, ma non dissipa la energia: essa è la causa della tendenza alle scariche laterali. Ma a queste due cause d'ostruzione bisogna aggiungere la terza che abbiamo menzionato, cioè che le correnti oscillatorie a corto periodo possono confinarsi totalmente alla superficie del conduttore, e questo fatto può aumentare considere-

1) *Electrician*, gennaio 1885, e *Philosophical Magazine*, agosto 1886.
2) *Philosophical Magazine*, 1886.

volmente l'ostruzione totale, perchè la sezione del conduttore è virtualmente strozzata, come lo sarebbe per un nucleo centrale solido un canale che servisse ad un corso d'acqua.

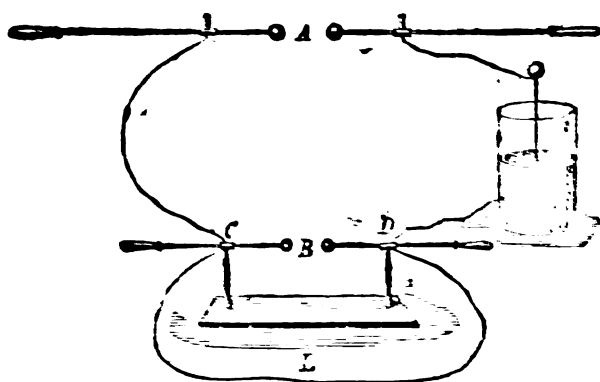
§ 3. — Guidato da queste idee il prof. Oliviero Lodge ha istituito una serie di esperienze, che lo hanno condotto a giudicare ottima la disposizione Melsens, e inefficace il più delle volte quella dei vecchi parafulmini. I suoi studi, ch'egli riepilogò in due conferenze tenute alla Società delle Arti a Londra, hanno destato ovunque il più vivo interesse ed hanno formato il soggetto di larghe discussioni alla riunione tenuta a Beath dalla British Association nell'anno 1889.

Secondo l'illustre fisico inglese tutte le scariche fulminee sono in realtà quelle d'una bottiglia di Leyda. V'ha sempre due conduttori separati da un dielettrico, e la scarica avviene per la rottura di questo, che cede là dove la pressione elettrostatica supera un certo limite. Durante un temporale i conduttori caricati sono costituiti da due nubi, ovvero da una nube e la terra, e il dielettrico è lo strato d'aria frapposto: il Lodge distingue due casi, secondo che la tensione del dielettrico aumenta gradatamente ovvero in modo brusco, repentino. Egli riproduce queste diverse condizioni col mezzo di bottiglie di Leyda, le cui armature sono riunite ai poli di una macchina di Woos o di Wimshurst, e ne fa poi l'applicazione al caso della folgore [1]. La facilità di questa ad abbandonare il conduttore anche se posto in buona comunicazione colla terra; la sua tendenza a produrre scariche laterali; la pochissima importanza della resistenza propria del conduttore, sono state messe in evidenza dal professor Lodge con una esperienza che diremo del *bivio*, perchè vi si offrono alla scarica due vie: una formata dal conduttore che si vuole studiare, l'altra dallo strato d'aria che separa le due sferette di uno spinterometro. Nonostante la enorme resistenza di questo, la scarica — siccome opina il prof. Lodge — lo traversa sotto forma di scintilla, piuttosto che seguire la via più facile del conduttore. La disposizione sperimentale è questa: due condensatori di Leyda sono collocati sopra un comune tavolo di

1) Per maggiori schiarimenti consultare *La Lumiere electrique*, tome XXX, pag. 11, 213, *idem*. tomo XXXII, pag. 371, 417, 619.

legno ; le armature interne comunicano rispettivamente coi poli di una macchina di Woos, e ciascuna armatura esterna è messa in comunicazione coi due bracciuoli di uno spinterometro, che sono riuniti col mezzo del conduttore L, che si vuole sperimentare, isolato diligentemente in tutta la sua lunghezza. Per una determinata distanza A delle due sfere della macchina, si può regolare la distanza B di quelle dello spinterometro per modo che appena al di sopra di essa le scariche si effettuano tutte pel conduttore L, mentre appena al di sotto di essa le scariche traversano lo spessore B di aria sotto forma di scintille. L' intervallo B è detto *intervallo critico,* e varia colla distanza A delle sfere della macchina.

A dimostrare poi che i risultati ottenuti non dipendono dalla particolare disposizione che si è detta, ma sono generali, il Lodge modificò l' esperienza così: i due bracciuoli di uno spinterometro sono messi in buona comunicazione separatamente da una parte con uno dei poli della macchina elettrica, dall' altra all' armatura esterna di un condensatore isolato, nel mentre l' armatura interna comunica coll' altro polo: i due braccioli dello spinterometro suddetto sono poi riuniti, come prima, dal conduttore L isolato in tutta la sua lunghezza (fig. 1).

Fig. 1.

Con due fili di rame, le cui resistenze ordinarie erano di 0.[illegible]25 Ohms e 2.72 Ohms, l' intervallo critico B risultò di 35^{mm}, mentre le sfere della macchina erano alla distanza di 25^{mm},4:

con tre fili di ferro delle resistenze di 0,085; 3,55; 23,3 Ohms, detto intervallo critico fu in media, con lievi differenze, per la stessa distanza delle sfere della macchina, di 27 mm. Infine il Lodge sperimentando una resistenza enorme, pose in luogo di L un tubo capillare ripieno d'acqua leggermente acidulata, che offriva una resistenza ordinaria di 300 000 Ohms: con questo la scintilla in A divenne più calma e la resistenza critica si ridusse appena a 4 mm.

Questi risultati pongono in chiaro la poca influenza sull'intervallo critico della resistenza propria del filo L e quindi, secondo il prof. Lodge, di quella dello scaricatore nel caso dei parafulmini a prevenire le scariche laterali. I fili di rame, stando a queste esperienze, paiono tutti presentare la medesima resistenza alla scarica: lo stesso è dei fili di ferro, benchè i loro diametri siano assai differenti; ma la cosa più curiosa è questa: che il rame sembra produrre una ostruzione più grande che il ferro. Tale risultato a tutta prima desta meraviglia, non solo perchè la resistenza specifica del ferro è maggiore di quella del rame, ma anche per le sue attitudini magnetiche: è un fatto però che, sia a cagione della estrema rapidità della scarica, sia a causa della superficialità della corrente e della rapidissima alternanza delle oscillazioni, il filo di ferro non si magnetizza come il prof. Lodge ha provato, e quindi non ne viene aumentata l'autoinduzione.

§ 4. — Lo stesso Lodge dà una spiegazione del risultato sorprendente al quale egli è giunto sulla conduttività del ferro e del rame per le scariche dei condensatori, mostrando che esso è una conseguenza logica, anzi una verifica delle formule di Maxwel modificate da lord Rayleigh [1]). Questi ha difatti dimostrato che con una frequenza estremamente grande di oscillazioni, la *resistenza reale* R' del conduttore è data dalla relazione

$$R' = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \beta . l \, \mu_0 \, R} \, ,$$

dove R esprime la ordinaria resistenza, $\beta = \frac{2\pi}{T}$ essendo T il periodo completo delle oscillazioni della corrente, l la lunghezza

1) *Phil. Mag.* Maggio 1886.

del conduttore, μ_0 la sua permeabilità magnetica, che nel caso del rame si può supporre eguale ad 1. Si vede che R' aumenta indefinitamente con β, ossia col numero delle oscillazioni.

Nelle medesime circostanze, il valore dato da Rayleigh per l'autoinduzione del circuito è:

$$L' = L + \frac{R'}{\beta},$$

dove L si riferisce al mezzo ambiente soltanto. Queste espressioni sono tanto più esatte, quanto β è più grande: si vede che il 2° termine di questa espressione impiccolisce sempre più coll'aumentare del numero delle oscillazioni.

Ora l'ostruzione totale è definita dalla equazione

$$\text{Ostruzione} = \sqrt{R'^2 + \beta^2 L'^2},$$

da cui, sostituendo,

$$\text{Ostruzione} = \sqrt{(\beta L + R')^2 + R'^2}$$

ossia

$$\text{Ostruzione} = \beta L \sqrt{1 + \frac{2m}{\sqrt{\beta}} + \frac{2m^2}{\beta}}$$

ponendo

$$m = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} l \mu_0 R}}{L}$$

Il coefficiente geometrico di autoinduzione L dipende dalla forma e dalle dimensioni del conduttore; m dipende dalla sostanza del filo ed aumenta con μ_0 ed R. Quando il numero delle oscillazioni diventa grandissimo, $\frac{2m}{\sqrt{\beta}}$ e $\frac{2m^2}{\beta}$ sono trascurabili rispetto all'unità; di guisa che per correnti oscillatorie ad alternanze rapide, tutti i conduttori si comportano presso a poco allo stesso modo, e può assumersi come valore della ostruzione totale quello dato dalla semplice relazione

$$\text{(1)} \qquad \text{Ostruzione} = + \beta L.$$

Da questa formula derivano dunque quasi tutte le conclusioni del prof. Lodge: essa è abbastanza rigorosa per essere al

coperto della critica, ed esatte sono anche le sue esperienze coi condensatori che io ho ripetuto, come mostrerò più innanzi; ma parmi che lo stesso non possa dirsi delle applicazioni che egli intende farne al caso dei parafulmini. La natura oscillatoria delle scariche atmosferiche non è stata fin qui affermata che in seguito a deduzioni matematiche o ad analogie colle scariche dei condensatori. La scarica di un condensatore in certe condizioni può essere oscillatoria, ma non per questo si può concluderne che il medesimo avvenga per la folgore; questa consiste in una scarica disruptiva nel dielettrico medesimo, mentre le oscillazioni di un condensatore si producono in seguito di una scarica esterna. Ed anche volendosi ammettere che le scariche atmosferiche sieno oscillatorie, come si farà a provare l'enorme rapidità delle oscillazioni ammessa dal Lodge? Una scintilla proveniente da una bottiglia di Leyda, e osservata ad uno specchio girante intorno ad un asse parallelo alla sua lunghezza, mostra nettamente una serie di scariche parziali alternativamente opposte, così da costituire una scarica oscillante. È noto che Feddersen ne ha fatte direttamente delle fotografie: ma per le scariche atmosferiche non si ha ancora alcuna prova certa del loro carattere oscillatorio: e finchè manca questa conferma sperimentale non si può dare un pieno consentimento alle conclusioni del Lodge sui parafulmini. Non si potrebbe ottenere una prova diretta della natura oscillatoria della folgore, fotografandola sopra una placca sensibile, ruotante colla velocità di 1000 giri almeno per minuto secondo? Il Lodge a sostenere la sua tesi non ha potuto far altro che affidarsi al calcolo, per provare che le scariche atmosferiche sono oscillatorie.

Supposto un condensatore ad aria con due armature di superficie A, separate dalla distanza b e caricate finchè il dielettrico sia traversato dalla scarica, egli ha dimostrato [1]) che la condizione necessaria, affinchè si verifichino le oscillazioni, è che la resistenza incontrata dalla scintilla deve essere inferiore a

$$300 \sqrt{\left(\frac{1}{A} \log. \frac{4b}{a}\right)} \times b \text{ Ohms},$$

essendo a il raggio del solco fatto dalla scintilla. Se p. es. si

1) *Lumière electrique*, tom. 32, pag. 375.

tratta di una nube all' altezza di 1 Chm. e si suppone $a = 1$ mm., e $A = 1500$ m², se la resistenza incontrata dalla scintilla fosse inferiore a 30000 Ohms, la scarica sarebbe oscillatoria e le oscillazioni sarebbero oltremodo rapide.

Ma come si fa a valutare con certezza la superficie della nube scaricata, il diametro della scintilla e la resistenza che essa incontrerà per via? Come si vede, la formula non può rischiarare la quistione, e l'incertezza durerà finchè in qualche modo colla diretta esperienza non si sarà dimostrato il carattere oscillatorio delle scariche atmosferiche.

§ 5. — Ho ripetuto le esperienze in discorso con un certo numero di fili di ferro e di rame, adottando la seconda disposizione sperimentale del Lodge, come è indicata dalla fig. 1. I risultati ottenuti formarono oggetto di una mia lettura all' Istituto lombardo stampata nei Rendiconti dell' Istituto stesso [1]). Qui mi limito a darne un largo sunto, invitando chi avesse desiderio di saperne di più a ricorrere alla Memoria originale.

La macchina elettrica che m' ha servito nelle ricerche è quella di Woos: essa ha il disco mobile del diametro di 64 cm. e quando è montata nel modo ordinario con i due condensatori, può dare, se il tempo è discretamente secco, scintille di una ventina di cm., vive e rumorose quasi come colpi di pistola. Le due sferette della macchina, avevano il diametro di circa $2^{cm},7$, e quelle dello spinterometro di $2^{cm},4$.

La capacità del condensatore adoperato era di 0,00258 microfarad, e il suo isolamento dopo 1' di elettrizzazione di 44000 megaohms: mi usò la gentilezza di fare queste misure il chiarissimo ingegnere E. Jona della casa Pirelli, il quale per gli esperimenti si servì di una pila di 300 Volts: glie ne rendo qui pubbliche grazie. Avevo d' uopo della misura della capacità del condensatore per le relazioni quantitative, di cui m' occupo più innanzi.

Le dimensioni e la resistenza elettrica ordinaria dei diversi conduttori sono le seguenti:

Filo grosso di rame {
Lunghezza totale 1350^{cm}
Lunghezza fra i due punti C e D 1012^{cm}
Diametro $0^{cm},195$
Resistenza 0,074 Ohm

1) Anno 1891, serie II. vol. XXIV, fas. VII.

Filo sottile di rame { Lunghezza totale 1330^{cm}
Lunghezza fra i due punti C e D 1120^{cm}
Diametro $0^{cm},056$
Resistenza 0,72 Ohm

Filo grosso di ferro { Lunghezza totale 1310^{cm}
Lunghezza fra i due punti C e D 1100^{cm}
Diametro $0^{cm},172$
Resistenza 0,56 Ohm

Filo sottile di ferro { Lunghezza totale 1425^{cm}
Lunghezza fra i due punti C e D 1215^{cm}
Diametro $0^{cm},066$
Resistenza 5,1 Ohms.

Cosicchè quest' ultimo filo presentava al passaggio di una corrente ordinaria una resistenza circa 70 volte maggiore di quella del grosso filo di rame. Questi conduttori erano sostenuti da due cordoni di ottima seta, lunghi 10^{m} circa, tesi parallelamente in alto da una parete all' altra, alla distanza di circa 2^{m}: ve ne gettavo a cavalcioni uno alla volta verso il mezzo, così rimanevano bene isolati, e i tratti d' uno stesso filo riuscivano abbastanza discosti, in modo da non poter agire sensibilmente gli uni sugli altri nel momento della scarica: l' autoinduzione del conduttore poteva ritenersi per tal guisa la stessa, che se il filo fosse stato teso in linea retta.

Nella seguente tav. I sono riassunti i risultati ottenuti coi fili suddetti.

TAVOLA I.

Dist. esplosiva A.	INTERVALLO CRITICO B			
	Grosso filo di rame	Sottile filo di rame	Grosso filo di ferro	Sottile filo di ferro
cm. 1	cm. 0,78	cm. 0,82	cm. 0,75	cm. 0,80
2	1,54	1,60	1,25	1,45
3	1,80	1,90	1,55	1,70
4	2,00	2,25	1,80	1,90

Come si vede, il fenomeno si verifica con una certa regolarità: qualunque sia il conduttore adoperato per la scarica, ad una data distanza esplosiva A corrisponde sempre una distanza critica B determinata. Se si ammette il modo di vedere del prof. Lodge, se cioè la lunghezza della scintilla in B misura l'ostruzione presentata al passaggio della scarica dal conduttore, è evidente la conclusione che la conduttività del filo ha una minima influenza; che il rame non ha nessun vantaggio sul ferro, che anzi è a questo inferiore, perchè vi corrisponde una distanza critica maggiore. Tale risultato desta qualche meraviglia, perocchè è in contraddizione col fatto che l'autoinduzione d'un filo di ferro è più considerevole di quella d'un filo similare di rame, per la ragione che la corrente, che traversa il primo, deve calamitarlo secondo cilindri concentrici. Ma questa contraddizione è soltanto apparente, poichè — ricordiamolo — le scariche oscillatorie ad alternanze rapide si confinano unicamente alla superficie del conduttore, come lo ha dimostrato il sig. Heaviside [1]), e non producono alcuna calamitazione all'interno, una corrente tubulare essendo incapace di produrre calamitazione. Il Lodge ha confermato coll'esperienza la cosa.

Questi risultati sono d'accordo con quelli ottenuti dal Lodge e con quanto si è detto innanzi sulla grande ostruzione presentata dai conduttori al passaggio delle scariche oscillatorie di brevissimo periodo, come sono quelle che qui ci interessano. Se le scariche fulminee sono in realtà oscillatorie come quelle dei condensatori, si vede la convenienza di adoperare il ferro invece del rame nella costruzione dello scaricatore, anche tenendo conto del suo minor prezzo. Un conduttore di poca resistenza, come è il rame, trasforma in calore relativamente una piccola parte dell'energia elettrica della scarica, lasciandone quindi una larga quota a consumarsi nell'auto-induzione e nelle oscillazioni alternanti che ne conseguono, le quali sono la causa diretta delle *scariche laterali*. Brevemente: se l'ostruzione del conduttore è grande per una data scarica, se esso è poco atto a sfogarla nel suolo, i corpi vicini sono grandemente esposti ad essere folgorati.

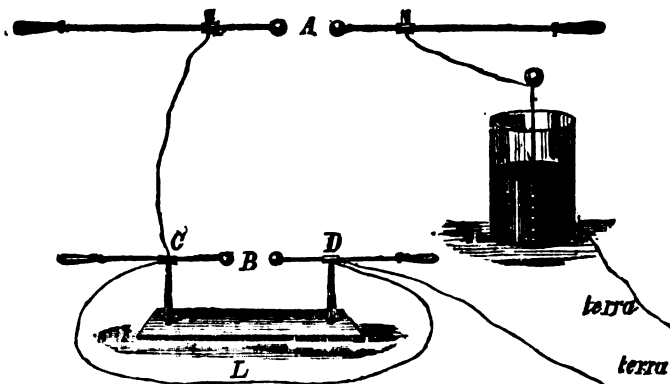
A diminuire l'intervallo critico, e a scemare quindi la probabilità delle scariche laterali, meglio di un conduttore di grande

1) *Electrician*. Genn. 1885.

sezione, giova un gran numero di fili di piccola sezione come quelli delle linee telegrafiche: questi, se molti, offrono uno sfogo più sicuro alla folgore, e poichè giova aumentare la loro capacità, possono essere riuniti alle gronde, ai canali, alle parti metalliche dell'edificio, in modo però da formare de' circuiti chiusi.

§ 6. — È evidente che i numeri della Tav. I dipendono molto dalla disposizione delle esperienze, e sovratutto dalla natura della scarica; affinchè essi abbiano un valore pratico, bisogna che la scarica sia rapidissima e oscillatoria; con una scarica un po' lenta si ottengono risultati diversi. Ho modificato per questo la disposizione del Lodge, adottando la disposizione della fig. 2.

L'armatura esterna del condensatore non è più isolata ma comunica bene colla terra, affinchè la sua carica si faccia regolarmente: il filo L di scarica è isolato in tutta la sua lunghezza, all'estremità però comunica colla terra mediante i tubi del gas. Con questa disposizione la scarica non accade più fra le due armature del condensatore riunite esternamente dal filo L, come nell'esperienza di Lodge: qui il condensatore ha l'unico ufficio di aumentare colla sua capacità l'energia della scarica, di dare cioè più corpo alla scintilla.

Fig. 2.

Se fosse lecito istituire una qualche analogia col fenomeno della folgore, si potrebbe dire che la sferetta isolata della macchina in comunicazione coll'armatura interna del condensatore

rappresenta la nube carica; l'altra sferetta della macchina messa in buona comunicazione col suolo mediante il filo L e carica per influenza di elettricità contraria, rappresenta il parafulmine; il filo L poi sarebbe lo scaricatore. Per convincermi che la comunicazione con la terra mediante i tubi del gas era perfetta, si toccava il filo di scarica, quando in A scoccavano scintille lunghe e ben nutrite: non si è mai risentita la benchè menoma commozione, la quale al contrario sarebbe stata certamente viva e intollerabile, se la comunicazione suddetta fosse stata meno che perfetta.

Nella Tav. II sono esposti i risultati ottenuti adottando questa nuova disposizione, coi conduttori detti sopra: la distanza o intervallo critico era valutata collo stesso criterio, cioè per una data distanza esplosiva A, si trovava quella B delle due sfere dello spinterometro, per la quale ora la scarica accadesse ed ora nò.

TAVOLA II.

Dist. esplosiva A	INTERVALLO CRITICO B			
	Grosso filo di rame	Sottile filo di rame	Grosso filo di ferro	Sottile filo di ferro
cm. 1	cm. 0,17	cm. 0,20	cm. 0,18	cm. 0,25
2	0,33	0,40	0,36	0,52
3	0,50	0,52	0,52	0,68
4	0,60	0,66	0,66	0,80
5	0,64	»	0,76	»

Anche con questo metodo, per ogni distanza esplosiva A v'è una distanza critica corrispondente B, la quale non è molto diversa ne' diversi conduttori. Ma la prima cosa da notare è questa, che con tale disposizione non solo la distanza critica è di molto diminuita, ma la scintilla in B è incomparabilmente meno viva e rumorosa. Questa differenza mi pare debba ascriversi alla maggiore lentezza con la quale si effettua la scarica, a differenza di quanto avviene nelle esperienze del prof. Lodge. E poichè la mia disposizione mi sembra realizzare meglio la condizione naturale del fenomeno, così nasce qualche dubbio se

si possano legittimamente applicare i risultati ottenuti dal Lodge, e le conseguenze che ne derivano, alle scariche atmosferiche e ai parafulmini.

§ 7. — Ora un punto di capitale importanza per la teoria del fenomeno in quistione è di vedere, se fra le due sferette dello spinterometro, nell' atto della scintilla, passa solamente una parte della scarica ovvero la sua totalità, siccome pare che pensi il Lodge. Per chiarire la cosa ho disposto in serie col filo L di scarica, fra i punti D e C (fig. 1) un filo breve e sottile di platino: avendo poi tenuto alla distanza di 3^{cm} la distanza esplosiva A, ho trovato la corrispondente distanza critica B: il filo L adoperato era il filo grosso di rame. Diminuendo allora di poco la distanza B, per ogni scintilla in A se ne otteneva una fra le sferette dello spinterometro: ora il filetto di platino si scaldava sensibilmente, tanto che se ne sprigionava qualche fumo bianco. Questo prova che quando una parte della scarica passa in B colla scintilla, un' altra notevole segue la sua via per L: questo fatto è in contraddizione con quanto il prof. Lodge asserisce.

Se invece del filo di platino s' inserisce in L un tubo di Geissler, il fenomeno è ancora più cospicuo. Anche con un tal tubo c' è una distanza critica B corrispondente a un determinato valore di A, e paragonabile alle distanze critiche trovate dianzi, come si può vedere dal seguente specchietto :

Dist. espl. A	Interv. critico B
cm.	cm.
1	0,65
2	1,2
3	1,6

Se per uno di questi valori di A si mettono le sferette dello spinterometro alla distanza corrispondente B, si vede una fioca luce nel tubo durante la carica del condensatore; ma al momento delle scariche contemporanee in A e in B, una viva e bella luce guizza nel tubo, segno evidente che una notevole parte della scarica si fa per L, nonostante la scintilla in B. Se allora, tenendo fisso l' intervallo A, si diminuisce quello B, al momento della scarica il tubo si illumina ancora ma meno vivamente; e questo dipende dal fatto che colla minore lunghezza della scintilla in B.

anche la resistenza nel momento della scarica è ivi divenuta minore; e però in corrispondenza vi si scarica una quantità di elettricità maggiore di prima, diminuendo così la parte che segue a passare per L: insomma nell'istante della scintilla soltanto si stabilisce in B una derivazione, che può presentare una piccola resistenza in confronto a quella del filo L.

Pertanto, io considero il fenomeno a questo modo: nell'atto della scarica i diversi punti del circuito L si trovano a potenziali tanto più diversi, quanto essi sono più lontani: la differenza di potenziale delle due sfere B, che fanno parte del filo L di scarica, può esser tale che una scintilla scocchi fra esse, se non sono troppo distanti: nell'istante della scintilla, la resistenza del tratto d'aria compreso fra le palline dello spinterometro, che era prima grandissima e punto paragonabile a quella del filo di scarica L, diminuisce grandemente a cagione del calore che arroventa e rarefà l'aria, e delle particelle che la scarica stacca dai conduttori e volatilizza. Per tal guisa la scintilla stabilisce fra le due sfere dello spinterometro in B una derivazione di resistenza paragonabile a quella del filo L ed anche minore. È lecito parlare di derivazione in B solamente nell'istante che vi passa la scintilla: prima o poi, la resistenza di quello strato d'aria è così enorme, che non è assolutamente possibile di stabilire confronti, come pare faccia il Lodge, ancorchè si voglia supporre grandissima la ostruzione presentata dal filo.

§ 8. — Resta ora a provare, colla scorta dei risultati ottenuti, che questa interpretazione da me data al fenomeno è pienamente conforme al vero: ma a tale uopo mi conviene prima richiamare alcune nozioni teoriche.

Consideriamo un corpo conduttore elettrizzato, p. es. un condensatore di capacità C, il quale possiede una carica iniziale Q_0: supponiamo ch'esso si scarichi attraverso un circuito, di cui la resistenza ordinaria è R e il coefficiente di autoinduzione L.

La teoria matematica di siffatte scariche conduce a questi importanti risultati [1]): se le condizioni di capacità, di resistenza e di autoinduzione del circuito sono tali che si abbia

$$R^2 < \frac{4L}{C}$$

1) Vedi mia Memoria, luogo citato.

la scarica è oscillatoria, il conduttore è cioè percorso da scariche alternativamente di senso contrario: le oscillazioni sono isocrone e il loro periodo completo è dato dalla relazione

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

I massimi valori poi della intensità della scarica nei due sensi sono dati successivamente dalle relazioni

$$I_1 = \frac{Q_0}{\sqrt{CL}} \cdot e^{-\frac{R\theta}{2L}}$$

$$I_2 = \frac{-Q_0}{\sqrt{CL}} \cdot e^{-\frac{R}{2L}\left(\theta + \frac{\pi}{\beta}\right)}$$

$$I_3 = \frac{Q_0}{\sqrt{CL}} \cdot e^{-\frac{R}{2L}\left(\theta + \frac{2\pi}{\beta}\right)}$$

. . . .

dove θ è il valore del tempo determinato dal più piccolo angolo $\beta\theta$ che soddisfa alla condizione

$$\operatorname{sen} \beta\theta = \beta \sqrt{CL},$$

avendo per brevità posto

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}} .$$

Se si verificasse invece la relazione

$$R^2 > \frac{4L}{C}$$

la scarica cesserebbe d'essere oscillatoria.

Il valore $\sqrt{\frac{4L}{C}}$ che determina se la scarica sarà o no oscillatoria, a seconda che la resistenza ordinaria del circuito è minore o maggiore di esso, è detto *resistenza critica*.

§ 9. — Volendo ora applicare alle nostre misure queste formule, è necessario innanzi tutto vedere se le scariche del

condensatore, nelle condizioni delle nostre esperienze, erano o no oscillatorie. Per questo bisognerà vedere se si verifica la disuguaglianza

$$R < \sqrt{\frac{4L}{C}}$$

La capacità C del condensatore è di 0,00258 microfarad: adottando le unità elettromagnetiche assolute (C. G. S) essa è

$$C = 0,00258 \times 10^{-15}.$$

Prendiamo pel valore L del coefficiente di autoinduzione di un filo di rame il noto valore

$$L = 2l\left(\log_{nep}\frac{4l}{d} - 0,75\right) \qquad (1)$$

dove l rappresenta la lunghezza del filo, d il diametro.

Calcoliamo l' espressione (1) pel filo sottile di rame, la cui lunghezza totale è di 1330^{cm}, e $d = 0^{cm},056$. Si ha allora:

$$L = 2 \times 1330\left(\log_{nep}\frac{4 \times 1330}{0,056} - 0,75\right) = 2660\left(2,3 \log\frac{5320}{0,056} - 0,75\right) = 28459,34^{cm}.$$

Calcolando ora la resistenza critica:

$$\sqrt{\frac{4L}{C}} = \sqrt{\frac{4 \times 28459}{0,00258 \times 10^{-15}}} = 10^{10}\sqrt{441,43} = 10^{10} \times 21 \text{ circa}.$$

E poichè in questo caso è $R = 0,72$ Ohms $= 0,72 \times 10^{9}$ unità assolute di resistenza, si vede subito confrontando che $R < \sqrt{\frac{4L}{C}}$, ossia la scarica è oscillatoria.

Un calcolo analogo pel filo grosso di rame, la cui lunghezza totale è di 1350^{cm} e $d = 0^{cm},195$, dà per L il valore 25561^{cm}: ed essendo C sempre eguale a $0,00258 \times 10^{-15}$ unità assolute, si trova

$$\text{Resistenza critica} = \sqrt{\frac{4L}{C}} = 10^{10} \times 19,91\,;$$

e poichè per questo filo è $R = 0,074$ Ohms $= 0,074 \times 10^9$ unità assolute di resistenza, si vede confrontando che è $R < \sqrt{\frac{4L}{C}}$ ossia anche in questo caso la scarica è oscillatoria.

Per un filo di ferro l'autoinduzione è come si sa, maggiore che per un filo similare di rame, a cagione della permeabilità magnetica del ferro molto maggiore di quella del rame. Se quindi anche pel ferro adotteremo la (1) pel calcolo del coefficiente di autoinduzione, troveremo un valore che potrà essere minore del vero, ma in nessun caso maggiore: e se esso è tale che la diseguaglianza suddetta è soddisfatta, potremo star certi che anche in questo caso la scarica è oscillatoria.

Ora eseguendo il calcolo pel filo di ferro, la cui lunghezza l è di 1425^{cm}, e il cui diam. $d = 0^{cm},066$, si ha:

$$L = 2 \times 1425 \left(\log_{nep} \frac{5700}{0,066} - 0,75\right) = 2850\,(2,3 \log. 86363,63 - 075)$$
$$= 30220,14^{cm}.$$

Calcolando la resistenza critica,

$$\sqrt{\frac{4L}{C}} = \sqrt{\frac{4 \times 30220,14}{0,00258 \times 10^{-15}}} = 68,45 \times 10^9 \text{ u. as.}$$

E poichè per questo filo è $R = 5,1$ Ohms $= 5,1 \times 10^9$ unità assolute, si vede subito che

$$R < \sqrt{\frac{4L}{C}},$$

ossia la scarica è oscillatoria. Col filo di ferro più grosso si ha lo stesso risultato.

§ 10. — Avendo così dimostrato che la scarica è in ogni caso, coi conduttori adoperati, oscillatoria, potremo applicare le formule teoriche dianzi dette (§ 8) che danno il periodo T d'oscillazione, e l'intensità massima I_1 che raggiunge la corrente di scarica.

Ma prima vogliamo vedere che *la ostruzione totale presentata dal conduttore alla scarica oscillatoria di un condensatore, è la metà della resistenza critica.*

Abbiamo veduto che

$$\text{Ostruzione} = \beta \, L \, ;$$

ora è

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad .$$

e poichè è in ogni caso $\frac{R^2}{4L^2}$ piccolissimo rispetto a $\frac{1}{CL}$; potremo dire con sufficiente approssimazione $\beta = \sqrt{\frac{1}{CL}}$; sostituendo questo valore nella espressione dell' ostruzione, si ottiene

$$\text{Ostruzione} = \beta L = L \sqrt{\frac{1}{CL}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \, ,$$

ossia è l' ostruzione la metà della resistenza critica $\sqrt{\frac{4L}{C}}$, la quale determina se la scarica sarà oscillatoria o no. La ostruzione quindi non ha alcun rapporto importante con la resistenza ordinaria del conduttore, e non dipende neppure in modo apprezzabile dalla permeabilità magnetica del conduttore: insomma l' ostruzione che la scarica incontra nel circuito, quando è oscillatoria, dipende quasi unicamente dall' autoinduzione e dalla capacità del conduttore che si scarica. Ove però la resistenza ordinaria fosse maggiore della resistenza critica, la scarica cesserebbe d' essere oscillatoria e le cose cambierebbero aspetto.

Troviamo ora nel caso dei conduttori di rame la intensità massima che raggiunge la scarica, per alcune distanze esplosive sperimentate: cominciamo a prendere in esame qualche risultato avuto col filo sottile. L' intensità massima è data dalla relazione

$$I_1 = \frac{Q_0}{\sqrt{CL}} \, e^{-\frac{R\theta}{2L}} \, , \tag{1}$$

dove, ricordiamolo, θ è il più piccolo valore che soddisfa alla relazione sen $\beta \, \theta = \beta \sqrt{CL}$, ossia

$$\theta = \frac{\text{arc sen} \, \beta \sqrt{LC}}{\beta} \, . \tag{2}$$

Ora è in questo caso

$$\sqrt{LC} = \sqrt{0,00258 \times 10^{-15} \times 28459} = 2709,625 \times 10^{-10}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{28459 \times 0,00258 \times 10^{-15}} - \frac{(0,72 \times 10^9)^2}{4 \times 28459^2}}$$

$$= 3690545 .$$

Sostituendo nella (2) questi valori, si ha

$$\theta = \frac{\text{arc. sen. } 0,999999}{\beta} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\beta}$$

cosicchè, essendo il periodo delle oscillazioni $T = \frac{2\pi}{\beta}$, si vede che il 1° massimo si verifica molto prossimamente nel 1° quarto del periodo. Essendo noto β, possiamo calcolare il numero delle oscillazioni complete in 1″, dato da $\frac{1}{T} = \frac{\beta}{2\pi}$: si hanno in cifra rotonda 586000 oscillazioni complete per 1″.

Il valore Q_0 che entra nella espressione della I_1 dipende evidentemente dalla distanza esplosiva che si considera: dicendo V la differenza di potenziale che vi corrisponde e C, come al solito, la capacità, si ha

$$Q_0 = C V .$$

Riportiamo qui per comodità, dal trattato di *Elettricità e Magnetismo* dei signori Mascart e Joubert [1]), la tavola che dà le differenze di potenziale corrispondenti a date distanze esplosive, quando la scintilla scocca fra due sfere del diametro di $2^{cm},2$.

1) Tomo II, pag. 220.

TAV. III.

Distanze esplosive cm.	Differenza di potenziale Volts
0,1	5490
0,5	26730
1,0	48600
1,5	57000
2	64800
3	76800
4	77300
5	94800
6	101400
7	107700
8	112500
9	115500
10	119100

Considerando prima la distanza esplosiva di 2 cm., si ottiene per Q_0 il valore

$$Q_0 = 167,18 \times 10^{-7}.$$

Gli altri valori che servono pel calcolo della I_1 sono i seguenti

$$C = 0,00258 \times 10^{-15}$$
$$L = 28459$$
$$R = 0,72 \times 10^{9}$$
$$\theta = 425063 \times 10^{-12}.$$

Si ottiene

$$\frac{Q_0}{\sqrt{CL}} = 61,70; \; \frac{R\theta}{2L} = 5384 \times 10^{-6}.$$

Sostituendo nella (1) e passando ai logaritmi, si ha

$$\log_{nep} I_1 = \log_{nep} 61,70 - (5384 \times 10^{-6})$$

da cui

$$I_1 = 60,939 \text{ unità elettromagnetiche}$$

e poichè è l'unità assoluta di corrente = 10 Ampères, si ha

$$I_1 = 609,39 \text{ Ampères.}$$

Eseguendo un calcolo analogo per lo stesso filo e per la distanza esplosiva di 4 cm. a cui corrisponde una differenza di potenziale di 77300 Volts si ha:

$$Q_0 = 199,43 \times 10^{-7}$$

gli altri valori di C, L, R e θ ch'entrano nella espressione di I_1 sono gli stessi detti innanzi. Eseguendo il calcolo si ha

$$\frac{Q_0}{\sqrt{CL}} = 73,60 \; ; \; \frac{R\theta}{2L} = 5384 \times 10^{-6} .$$

Sostituendo questi valori nella (1) e passando ai logaritmi, si ha

$$\log_{nep} I_1 = \log_{nep} 73,60 - (5384 . 10^{-6})$$

da cui

$$I_1 = 73,322 \text{ unità elettromagnetiche assolute} = 733,2 \text{ Ampères.}$$

Come si vede il calcolo numerico della (1) è davvero grave: tuttavia ho voluto anche eseguirlo per le medesime due distanze esplosive di 2^{cm} e 4^{cm} nel caso del grosso filo di rame.

È in questo caso

$$\theta = 403390 \times 10^{-12} ;$$

il periodo d'oscillazione è quindi minore di prima e le oscillazioni sono più numerose. I valori assoluti delle altre grandezze sono per questo filo e per la distanza esplosiva di 2^{cm}

$$Q_0 = 167,18 \times 10^{-7}$$
$$C = 0,00258 \times 10^{-15}$$
$$L = 25561$$
$$R = 0,074 \times 10^{9} .$$

Se ne deduce

$$\frac{Q}{\sqrt{CL}} = 65{,}101 ; \frac{R\theta}{2L} = 58338 \times 10^{-6} ;$$

e sostituendo come prima nella (1), si ha

$$\log_{nep} I_1 = \log_{nep} 65{,}101 - (5838 \times 10^{-7})$$

da cui

$$I_1 = 65{,}06\, u.\, e.\, m.\ \text{as} = 650{,}6 \text{ Ampères.}$$

Un calcolo analogo per lo stesso filo e per la distanza esplosiva di 4^{cm}, dà

$$\frac{Q}{\sqrt{CL}} = 77 . 6583 ; \frac{R\theta}{2L} = 5838 . 10^{-6},$$

e sostituendo al solito nella (1) e calcolando per logaritmi, si ha

$$I_1 = 77{,}61\, u.\, e.\, m.\ \text{as} = 776 \text{ Ampères.}$$

L'intensità massima della corrente, com'era a prevedersi, è maggiore nel filo di rame grosso che in quello sottile, ed aumenta pure, *caeteris paribus*, colla distanza esplosiva.

Ora ricordiamo di aver trovato per la resistenza critica i seguenti valori:

$10^{10} \times 21\, u$. as = 210 Ohms pel filo sottile di rame

$10^{10} \times 19{,}9\, u$. as = 199 Ohms pel filo grosso di rame.

L'ostruzione totale presentata alla corrente dai detti conduttori sarà dunque ordinatamente

105 Ohms e 99,5 Ohms.

Servendoci della formula che dà l'ostruzione di un conduttore alla scarica oscillatoria.

$$\text{Ostruzione} = \sqrt{\frac{L}{C}} ,$$

calcoliamo analogamente la ostruzione offerta alla scarica dalla porzione di filo compresa fra i due punti C e D dello spinterometro (fig. 1). Si trova

$8532 \times 10^7 \, u . as = 85{,}32$ Ohms pel grosso filo di rame
$9560 \times 10^7 \, u . as = 95{,}6$ Ohms pel filo sottile di »

Tali sono dunque realmente le resistenze che la scarica incontra nelle porzioni di circuito suddette: se ora moltiplicheremo dette resistenze per la intensità massima della corrente, avremo nei singoli casi la differenza di potenziale fra le due sferette dello spinterometro, che è la causa determinante la scintilla laterale. Ecco queste differenze di potenziale, calcolate come si è detto:

Distanza esplosiva A di 2^{cm}
55445 Volts pel filo grosso di rame
57220 » pel filo sottile di »

Distanza esplosiva A di 4^{cm}
66192 Volts pel filo grosso di rame
70074 » pel filo sottile di »

Ora nei quattro casi ordinatamente si è trovata in B la distanza esplosiva di

$1^{cm},54$; $1^{cm},60$; $2^{cm},00$; $2^{cm},25$

che molto prossimamente corrispondono alle differenze di potenziale suddette, come si desume dalla tavola III riportata innanzi.

La legge del fenomeno appare dunque evidente: se poi si riflette alle molteplici difficoltà che si presentano in questo genere di esperienze, che consistono nel buon isolamento, nelle misure di capacità molto piccole come quelle delle ordinarie bottiglie di Leyda, nella misura di grandi differenze di potenziale, come sono quelle di cui qui si tratta, infine nella determinazione dell'intervallo critico, l'accordo tra le misure e le formole è più che soddisfacente.

Conchiudendo: la scarica di un conduttore elettrizzato, e in particolare di un condensatore, è oscillatoria, se la resistenza del circuito è minore della resistenza critica definita dal valore che assume l'espressione

$$\sqrt{\frac{4L}{C}}$$

dove L esprime il coefficiente di autoinduzione e C la capacità del corpo elettrizzato. Se il periodo dell' oscillazione è molto breve, l' ostacolo reale offerto dal circuito alla scarica non è la resistenza ordinaria valutata per le correnti permanenti, ma è maggiore ed eguale con grande approssimazione alla metà della resistenza critica suddetta: i diversi punti del circuito nel momento della scarica si trovano ad una differenza di potenziale, che è proporzionale all' intensità massima che raggiunge la corrente di scarica e alla ostruzione, definita nel modo che si è detto dianzi, della parte di circuito compreso fra essi. Questa proposizione altro non è che una estensione della legge fondamentale di Ohm al caso di correnti oscillatorie, il cui periodo è molto breve.

Risulta inoltre che, nel caso particolare della esperienza del *bivio* del prof. Lodge, la scintilla laterale è dovuta unicamente a siffatta differenza di potenziale. Infine, sebbene la folgore sia probabilmente una scarica elettrica oscillante, mancano tuttavia prove dirette della cosa; onde ne sembra non potersi, per ora almeno, dare un pieno assentimento all' applicazione che vuol farsi delle leggi che governano le scariche oscillatorie dei condensatori ai fulmini ed ai parafulmini.

Milano, Aprile 1891.

COMPENDIO DELLE RICERCHE DEL PROF. *VOIGT* SULL' ELASTICITÀ DEI CRISTALLI; PER ALFONSO SELLA [1]).

Barite di Alston Moore nel Cumberland.

La brachidiagonale del prisma di sfaldatura coincide coll' asse delle x; l' asse delle y colla macrodiagonale e l' asse delle z è normale alla base.

1) *Continuazione.* Vedi pagina 137.

Gli indici sono così definiti:

$$I_b = \left\{ \begin{matrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0 \end{matrix} \right\} \qquad I_c = \left\{ \begin{matrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{matrix} \right\}$$

$$II_c = \left\{ \begin{matrix} 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{matrix} \right\} \qquad II_a = \left\{ \begin{matrix} 0, & 1, & 0 \\ 1. & 0, & 0 \end{matrix} \right\}$$

$$III_a = \left\{ \begin{matrix} 0, & 0, & 1 \\ 1, & 0, & 0 \end{matrix} \right\} \qquad III_b = \left\{ \begin{matrix} 0, & 0, & 1, \\ \cos 39°10', & \cos 50°50', & 0 \end{matrix} \right\}$$

$$IV = \left\{ \begin{matrix} 0, & \frac{1}{\sqrt{2}}, & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1, & 0, & 0 \end{matrix} \right\}$$

$$V = \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}}, & 0, & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0, & 1, & 0 \end{matrix} \right\}$$

$$VI = \left\{ \begin{matrix} \cos 50°.50', & \cos 39°.10', & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{matrix} \right\}$$

Si trovò

$$E_{Ib} = E_{Ic} = (16{,}13 \pm 0{,}015)\, 10^{-8} \qquad E_{IV} = (26{,}58 \pm 0{,}020)\, 10^{-8}$$
$$E_{IIc} = E_{IIa} = (18{,}51 \pm 0{,}008)\, 10^{-8} \qquad E_{V} = (14{,}24 \pm 0{,}005)\, 10^{-8}$$
$$E_{IIIa} = E_{IIIb} = (10{,}42 \pm 0{,}010)\, 10^{-8} \qquad E_{VI} = (13{,}51 \pm 0{,}017)\, 10^{-8}$$

$$T_{IIc} = (82{,}30 \pm 0{,}140)\, 10^{-8}$$
$$T_{Ic} = (34{,}16 \pm 0{,}022)\, 10^{-8}$$
$$T_{Ib} = (35{,}36 \pm 0{,}015)\, 10^{-8}$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (16{,}13 \pm 0{,}015)\, 10^{-8} \qquad s_{23} = -(2{,}46 \pm 0{,}075)\, 10^{-8}$$
$$s_{22} = (18{,}57 \pm 0{,}008)\, 10^{-8} \qquad s_{31} = -(1{,}88 \pm 0{,}015)\, 10^{-8}$$
$$s_{33} = (10{,}42 \pm 0{,}010)\, 10^{-8} \qquad s_{12} = -(8{,}80 \pm 0{,}021)\, 10^{-8}$$

$$s_{44} = (82{,}30 \pm 0{,}140)\, 10^{-8}$$
$$s_{55} = (34{,}16 \pm 0{,}022)\, 10^{-8}$$
$$s_{66} = (35{,}36 \pm 0{,}015)\, 10^{-8}$$

$$E = [16{,}13\, \alpha^4 + 18{,}51\, \beta^4 + 10{,}42\, \gamma^4 + 77{,}58\, \beta^2 \gamma^2 + 30{,}42\, \gamma^2 \alpha^2 + 17{,}76\, \alpha^2 \beta^2]\, 10^{-8}$$

$$T = [4(16{,}13\,\alpha^2\alpha_1^2 + 18{,}51\,\beta^2\beta_1^2 + 10{,}42\,\gamma^2\gamma_1^2)$$
$$+ 2(72{,}46\,\beta\beta_1\gamma\gamma_1 + 26{,}64\,\gamma\gamma_1\alpha\alpha_1 + 0{,}16\,\alpha\alpha_1\beta\beta_1)$$
$$+ 82{,}30\,(\beta^2\gamma_1^2 + \gamma^2\beta_1^2) + 34{,}16\,(\gamma^2\alpha_1^2 + \alpha^2\gamma_1^2)$$
$$+ 35{,}36\,(\alpha^2\beta_1^2 + \beta^2\alpha_1^2)]\,10^{-8}$$

$$T^0 = [69{,}52\,\alpha^2 + 117{,}66\,\beta^2 + 116{,}46\,\gamma^2$$
$$+ 4(-48{,}45\,\beta^2\gamma^2 - 3{,}85\,\gamma^2\alpha^2 + 1{,}17\,\alpha^2\beta^2)]10^{-8}$$

$$A_x = 5{,}45\,.\,10^{-8}, \qquad A_y = 7{,}25\,.\,10^{-8}, \qquad A_z = 6{,}08\,.\,10^{-8}$$
$$M = 18{,}78\,.\,10^{-8}$$

$$c_{11} = 9{,}07\,.\,10^6 \qquad c_{22} = 8{,}00\,.\,10^6 \qquad c_{33} = 10{,}74\,.\,10^6$$
$$c_{44} = 1{,}22\,.\,10^6 \qquad c_{55} = 2{,}93\,.\,10^6 \qquad c_{66} = 2{,}83\,.\,10^6$$
$$c_{23} = 2{,}73\,.\,10^6 \qquad c_{31} = 2{,}75\,.\,10^6 \qquad c_{12} = 3{,}97\,.\,10^6$$

Sistema esagonale.

I. Classe. La flessione e l'angolo di torsione pel prisma sono dati dalle stesse formole antecedenti, ove i tre spigoli del prisma coincidano con 3 assi di simmetria.

E e T sono dati da

$$E = s_{11}(1-\gamma^2)^2 + s_{33}\gamma^4 + (s_{44} + 2s_{13})(1-\gamma^2)\gamma^2$$
$$T = s_{44} + [2(s_{11} - s_{12}) - s_{44}]\gamma_2^2 + 4(s_{11} + s_{33} - s_{44} - 2s_{13})\gamma^2\gamma_1^2$$

in cui $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$ sono i coseni direttori delle tre dimensioni del prisma disposte in ordine di grandezza.

Si noti che E dipende solo dall' angolo dell' asse del prisma coll' asse principale.

I coefficienti di dilatazione lineare normalmente e parallelamente all' asse principale sono dati da

$$A_x = A_y = s_{11} + s_{12} + s_{13}$$
$$A_z = 2s_{13} + s_{33}$$

e per conseguenza il coefficiente di dilatazione cubica

$$M = s_{33} + 2(s_{11} + s_{12}) + 4s_{13}$$

e le misure della ripulsione termica normalmente e parallelamente all' asse sono date dalle equazioni

$$q_x = q_y = a_x(c_{11} + c_{12}) + a_z c_{13}$$
$$q_z = 2a_x c_{13} + a_z c_{33}$$

in cui a_x ed a_z sono i coefficienti di dilatazione lineare termica normalmente e parallelamente all'asse principale.

Berillo dei monti Urali.

L'asse delle z coincide con l'asse principale; l'asse delle x con un asse laterale di simmetria. L'indice 0 indica che l'asse del prisma coincide coll'asse principale; la posizione delle dimensioni trasversali non importa. L'indice 45 indica che l'asse del prisma forma un angolo di 45° coll'asse principale, mentre la dimensione trasversale minore cade nella sezione principale. L'indice 90 indica che l'asse del prisma è normale all'asse principale, mentre la dimensione trasversale minore è parallela all'asse principale.

Si trovò

$$E_0 = (4{,}619 \pm 0{,}009)\, 10^{-8} \qquad T_0 = (15{,}000 \pm 0{,}036)\, 10^{-8}$$
$$E_{45} = (5{,}568 \pm 0{,}019)\, 10^{-8} \qquad T_{90} = (11{,}325 \pm 0{,}052)\, 10^{-8}$$
$$E_{90} = (4{,}325 \pm 0{,}012)\, 10^{-8}$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (\ 4{,}325 \pm 0{,}012)\, 10^{-8} \qquad s_{12} = -(1{,}338 \pm 0{,}029)\, 10^{-8}$$
$$s_{33} = (\ 4{,}619 \pm 0{,}009)\, 10^{-8} \qquad s_{13} = -(0{,}836 \pm 0{,}043)\, 10^{-8}$$
$$s_{44} = (15{,}000 \pm 0{,}036)\, 10^{-8}$$

$$E = [4{,}325\,(1-\gamma^2)^2 + 4{,}619\,\gamma^4 + 13{,}328\,\gamma^2\,(1-\gamma^2)]\, 10^{-8}$$
$$T = [15{,}000 - 3{,}675\,\gamma^2{}_2 - 17{,}536\,\gamma^2\,\gamma_1{}^2]\, 10^{-8}$$

$$A_x = A_y = 2{,}144 \,.\, 10^{-8}, \qquad A_z = 2{,}947 \,.\, 10^{-8}, \qquad M = 7{,}255 \,.\, 10^{-8}$$
$$q_x = q_y = +43{,}9, \qquad q_z = -7{,}10$$

$$c_{11} = 27{,}46 \,.\, 10^6, \qquad c_{33} = 24{,}09 \,.\, 10^6, \qquad c_{44} = 6{,}66 \,.\, 10^6$$
$$c_{12} = 9{,}80 \,.\, 10^6, \qquad c_{13} = 6{,}74 \,.\, 10^6$$

II. Classe.

E e T sono dati da

$$E = s_{11}(1-\gamma^2)^2 + s_{33}\,\gamma^4 + (s_{44}+2s_{13})\,\gamma^2\,(1-\gamma^2) + 2s_{14}\,\beta\gamma\,(3\alpha^2-\beta^2)$$
$$T = s_{44} + [2(s_{11}-s_{12}) - s_{44}]\,\gamma^2{}_2 + 4\,(s_{11}+s_{33}-s_{44}-2s_{13})\gamma^2\gamma_1{}^2$$
$$+ 4s_{14}\,[(\gamma\beta_1 + \beta\gamma_1)\,(3\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2]$$

Notisi che τ è proporzionale a T solo quando l'asse del prisma è normale ad un piano di simmetria elastico, nei rimanenti casi τ è dato da una formola molto complicata ed in cui compare una certa funzione f del rapporto delle dimensioni trasversali, che non viene data in tutti i casi dalla teoria e perciò deve in essi venire eliminata mediante le osservazioni.

Quarzo del Brasile.

L'asse delle z coincide coll'asse principale; il piano yz è piano di simmetria elastico; l'asse delle y esce da una delle faccie del romboedro diretto $+R$ le quali giaciono intorno all'estremità positiva dell'asse delle z. All'indice il numero dei gradi indica l'angolo dell'asse del prisma coll'asse principale; la lettera A indica che la dimensione trasversale maggiore è normale all'asse principale; ± 45 indicano rispettivamente che l'asse del prisma giace nel piano di simmetria yz nel primo e rispettivamente nel secondo quadrante, mentre in entrambi la dimensione trasversale maggiore coincide coll'asse delle x.

Si trovò

$$E_0 = (9{,}705 \pm 0{,}011)\,10^{-8} \qquad E_{+45} = (11{,}898 \pm 0{,}006)\,10^{-8}$$
$$E_{90} = (12{,}734 \pm 0{,}011)\,10^{-8} \qquad E_{-45} = (7{,}668 \pm 0{,}006)\,10^{-8}$$
$$T_0 = (19{,}665 \pm 0{,}018)\,10^{-8}$$
$$T_{90\,A} = (28{,}725 \pm 0{,}030)\,10^{-8}$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (12{,}734 \pm 0{,}011)\,10^{-8} \qquad s_{12} = -(1{,}629 \pm 0{,}019)\,10^{-8}$$
$$s_{33} = (9{,}705 \pm 0{,}011)\,10^{-8} \qquad s_{13} = -(1{,}486 \pm 0{,}015)\,10^{-8}$$
$$s_{44} = (19{,}665 \pm 0{,}018)\,10^{-8} \qquad s_{14} = -(4{,}230 \pm 0{,}010)\,10^{-8}$$

$$E = [12{,}734\,(1-\gamma^2)^2 + 16{,}693\,(1-\gamma^2)\,\gamma^2 + 9{,}705\,\gamma^4 - 8{,}460\,\beta\gamma\,(3\alpha^2 - \beta^2)]\,10^{-8}$$

$$T = (19{,}665 + 9{,}060\,\gamma^2_2 + 22{,}984\,\gamma^2\gamma_1^2 - 16{,}920\,[(\gamma\beta_1 + \beta\gamma_1)(3\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2)]10^{-8}$$

$$A_x = A_y = 9{,}62\,.\,10^{-8}, \quad A_z = 6{,}73\,.\,10^{-8}, \quad M = 25{,}97\,.\,10^{-8}$$
$$q_x = q_y = 143{,}9\,, \quad q_z = 124{,}8$$

$$c_{11} = 8,682 \,.\, 10^6 \qquad c_{12} = 0,709 \,.\, 10^6$$
$$c_{33} = 10,745 \,.\, 10^6 \qquad c_{13} = 1,438 \,.\, 10^6$$
$$c_{44} = 5,823 \,.\, 10^6 \qquad c_{14} = 1,715 \,.\, 10^6$$

Calcite d' Islanda.

L' orientazione è come la precedente pel quarzo. Il numero dei gradi all'indice indica l'angolo dell'asse del prisma coll'asse principale contando gli angoli nella direzione verso l' asse delle y; T_{90} e T'_{90} si distinguono fra loro inquanto è la minore e la maggiore dimensione trasversale che coincide coll' asse principale.

$$E_0 = (17,13 \pm 0,007)\, 10^{-8} \qquad E_{-70} = (17,37 \pm 0,014)\, 10^{-8}$$
$$E_{90} = (11,14 \pm 0,008)\, 10^{-8} \qquad E_{+50} = (8,955 \pm 0,005)\, 10^{-8}$$
$$T_{90} = (29,61 \pm 0,022)\, 10^{-8}\,, \qquad T'_{90} = (39,52 \pm 0,014)\, 10^{-8}$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (11,14 \pm 0,008)\, 10^{-8} \qquad s_{12} = -(3,67 \pm 0,013)\, 10^{-8}$$
$$s_{33} = (17,13 \pm 0,007)\, 10^{-8} \qquad s_{13} = -(4,24 \pm 0,015)\, 10^{-8}$$
$$s_{44} = (39,52 \pm 0,002)\, 10^{-8} \qquad s_{14} = +(8,98 \pm 0,017)\, 10^{-8}$$

$$E = [11,14\,(1-\gamma^2)^2 + 17,13\,\gamma^2 + 31,05\,\gamma^2\,(1-\gamma^2) + 17,97\,\beta\gamma\,(3\alpha^2-\beta^2)]\,10^{-8}$$

$$T = (39,52 - 9,91\,\gamma_2^2 - 11,08\,\gamma^2\gamma_1^2 + 35,93\,[(\gamma\beta_1+\beta\gamma_1)(3\alpha\alpha_1-\beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2)]\,10^{-8}$$

$$A_x = A_y = 3,23 \,.\, 10^{-8}\,, \quad A_z = 8,65 \,.\, 10^{-8}\,, \quad M = 15,11 \,.\, 10^{-8}$$
$$q_x = q_y = 20,1\,, \qquad q_z = 163,1$$

$$c_{11} = 13,97 \,.\, 10^6 \qquad c_{12} = 4,65 \,.\, 10^6$$
$$c_{33} = 8,12 \,.\, 10^6 \qquad c_{13} = 4,60 \,.\, 10^6$$
$$c_{44} = 3,49 \,.\, 10^6 \qquad c_{14} = -2,12 \,.\, 10^6.$$

Tormalina del Brasile.

Colla medesima orientazione e notazione che per la calcite si trovò

$$E_0 = (6{,}124 \pm 0{,}002)\,10^{-8} \qquad E_{-45} = (6{,}424 \pm 0{,}007)\,10^{-8}$$

$$E_{+45} = (5{,}852 \pm 0{,}006)\,10^{-8} \qquad E_{90} = (3{,}911 \pm 0{,}005)\,10^{-8}$$

$$T_{90} = (9{,}843 \pm 0{,}016)\,10^{-8} \qquad T'_{90} = (14{,}837 \pm 0{,}019)\,10^{-8}$$

da cui si deduce

$$s_{11} = (\ 3{,}911 \pm 0{,}005)\,10^{-8} \qquad s_{12} = -(1{,}011 \pm 0{,}009)\,10^{-8}$$

$$s_{33} = (\ 6{,}124 \pm 0{,}002)\,10^{-8} \qquad s_{13} = -(0{,}160 \pm 0{,}017)\,10^{-8}$$

$$s_{44} = (14{,}837 \pm 0{,}019)\,10^{-8} \qquad s_{14} = +(0{,}572 \pm 0{,}009)\,10^{-8}$$

$$E = [3{,}911\,(1-\gamma^2)^2 + 6{,}124\,\gamma^4 + 17{,}93\,\gamma^2\,(1-\gamma^2) + 2{,}288\,\beta\gamma\,(3\alpha^2 - \beta^2)]\,10^{-8}$$

$$T = [14{,}837 - 4{,}993\,\gamma_2^2 - 17{,}928\,\gamma^2\,\gamma_1^2 + 2{,}288\,(\gamma\beta_1 + \beta\gamma_1)\,(3\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2]\,10^{-8}$$

$$A_x = A_y = 2{,}74\,.\,10^{-8}, \qquad A_z = 5{,}80\,.\,10^{-8}, \qquad M = 11{,}28\,.\,10^{-8}$$

$$q_x = q_y = 275{,}8, \qquad q_z = 167{,}5$$

$$c_{11} = 27{,}54\,.\,10^6 \qquad c_{12} = +7{,}04\,.\,10^6$$

$$c_{33} = 16{,}38\,.\,10^6 \qquad c_{13} = +0{,}90\,.\,10^6$$

$$c_{44} = 6{,}80\,.\,10^6 \qquad c_{14} = -0{,}79\,.\,10^6\,.$$

(Continua).

UNA NUOVA INTERPRETAZIONE DEI FENOMENI ELETTRICI, MAGNETICI E LUMINOSI; PER ERNESTO PADOVA.

Causas rerum naturalium non plus admitti debere quam quæ et veræ sint et earum phænomenis explicandi sufficiant.

NEWTON.

Le ipotesi, che fino ad ora sono state fatte sulla natura dell' etere sede dei fenomeni elettrici, magnetici e luminosi, sono varie e la principale fra esse, posta a base delle attuali teorie dell' ottica, ch' esso sia al tempo stesso infinitamente poco denso e goda delle proprietà dei corpi solidi elastici, è tanto singolare, che può solo essere accettata coll' ammettere che l' etere sia di natura affatto diversa da quella della materia ponderabile. Ma una volta ammessa la necessità di considerare l' etere come un corpo *sui generis*, sembra più consentaneo al modo col quale si studiano i fenomeni fisici, spogliare l' etere di tutte quelle proprietà, che attribuiamo alla materia ponderabile, come la elasticità, il peso ecc., attribuirgliene altre speciali e caratteristiche, e dimostrare poi la validità delle ipotesi fatte col provare che le conseguenze, che ne derivano, vengono confermate dall' esperienza. Questa è la via che ho seguito in una nota pubblicata nel fascicolo del 1° marzo dei Rendiconti della r. Accademia dei Lincei. Ho provato che basta attribuire all' etere la proprietà di fare un lavoro, ogniqualvolta si fanno ruotare le sue parti infinitesime, per giungere ad una spiegazione semplicissima dei fenomeni elettrici, magnetici e luminosi.

Ma saremo per ciò solo noi più addentro nella natura intima dell' elettricità? No, ma potremo rispondere colle parole del Lodge [1]) « Nous aurons de la sorte fait un pas en avant, mais disons-le, ce n' est qu' un pas et nous ne saurions dire quelles modifications et additions il faudra faire à la théorie esposée,

1) O. Lodge, *Les théories modernes de l'electricité*, traduction de E. Meylan, Paris 1891, pag. 42.

pour obtenir une explication complète des phénomènes électriques. Il y en aura sans doute beaucoup et d'importantes, mais n'oublions pas non plus, qu'il n'est guère prudent de s'engager dans un dédale de phénomènes compliqués sans autre guide que de sèches équations mathématiques. Il y a peu d'esprits capables de se passer de tout autre secours que celui du pur raisonnement, et une peinture mentale des phénomènes sera toujours utile, à la condition qu'elle soit suffisamment approchée de la réalité des faits ». Ed a quest'ultima osservazione aggiungerò quella, che nella prefazione alla traduzione del libro del Lodge fa il signor Meylan: « Il est bien certain qu'une solution un peu générale serait un puissant moyen d'investigation et permettrait de soupçonner l'existence de phénomènes encore inconnus, comme on en a vu des exemples éclatants avec la théorie mécanique de la chaleur et la théorie cinétique des gaz ».

Ho perciò pensato di esporre in forma meno concisa di quella, che mi era consentita dai ristretti confini, dentro i quali deve stare una comunicazione ad una Accademia, e nel modo più chiaro, che mi fosse dato raggiungere, questi miei concetti, per sottoporli ai fisici ed in particolare agli elettricisti, cedendo alla mia convinzione sull'importanza e l'opportunità dell'argomento.

1. Cominciamo dal rammentare alcuni teoremi della Cinematica dei sistemi di forma variabile soggetti alla sola condizione, che punti infinitamente vicini fra loro inizialmente, tali si conservino durante tutto il movimento [1]).

Se a_1, a_2, a_3 sono le coordinate iniziali di un punto ed $a_1 + \mathbf{a}_1, a_2 + \mathbf{a}_2, a_3 + \mathbf{a}_3$ quelle di un secondo punto infinitamente vicino al primo e se, dopo il tempo t, le coordinate di questi due punti divengono rispettivamente x_1, x_2, x_3 ed $x_1 + \mathbf{x}_1$, $x_2 + \mathbf{x}_2$, $x_3 + \mathbf{x}_3$, le x_1, x_2, x_3 saranno funzioni di t, a_1, a_2, a_3 e gli incrementi infinitesimi $\mathbf{x}_i$ verranno dati dalle equazioni

$$\mathbf{x}_i = \Sigma_s \frac{dx_i}{da_s} \mathbf{a}_s\,, \quad (i = 1, 2, 3)\,. \tag{1}$$

Restringendo le nostre considerazioni ai punti che formano

1) Per questa teoria, della quale do qui solo quel tanto che basta all'intelligenza di ciò che segue, si può consultare la Memoria del prof. E. Beltrami, *Ricerche sulla Cinematica dei fluidi*, Bologna 1875.

un piccolissimo campo attorno al punto (a_1, a_2, a_3), potremo dedurre dalle equazioni (1) che i punti i quali inizialmente erano sopra un piano e quelli che erano sopra una retta, verranno al tempo t sopra un piano e sopra una retta respettivamente. Segmenti rettilinei inizialmente paralleli si cangieranno in segmenti paralleli e quindi i segmenti paralleli inizialmente uguali si cangiano in altri paralleli ed uguali; od in altri termini, rette parallele hanno lo stesso coefficiente di dilatazione.

Se poniamo

$$A_{rs} = A_{sr} = \Sigma_{qp} \frac{dx_q}{da_r} \frac{dx_p}{da_s}$$

sarà

$$\Sigma_r\, x^2_r = \Sigma_{qp}\, A_{qp}\, a_q\, a_p,$$

ossia i punti, che al tempo t sono sopra una sfera di raggio piccolissimo, si trovavano al principio del tempo sopra un' ellissoide. Per un secondo punto, che avesse avuto le coordinate $a_r + b_r$, supposto che le b_r fossero al pari della a_r infinitesime, le coordinate al tempo t sarebbero $x_r + y_r$, con

$$y_r = \Sigma_i \frac{dx_r}{da_i} b_i,$$

si avrà quindi

$$\Sigma_r\, x_r\, y_r = \Sigma_{qp}\, A_{qp}\, a_q\, b_p\,.$$

Vediamo dunque che a rette ortogonali nel tempo t corrispondono nel tempo zero direzioni coniugate nell' elissoide infinitamente piccolo e reale

$$\Sigma_{qp}\, A_{qp}\, a_q\, a_p = r^2\,;$$

gli assi dell'ellissoide si cangieranno in tre rette ortogonali ed essi costituiranno in generale la sola terna di direzioni che godrà di questa proprietà. Ma il tempo t si può prendere piccolo quanto si vuole e si può anche arbitrariamente scegliere un istante qualunque come istante iniziale, per cui da ciò che precede concluderemo che: in una qualunque particella di un fluido in moto, esistono sempre tre direzioni ortogonali, che hanno la proprietà di conservare la loro ortogonalità anche nello stato della particella immediatamente consecutivo a quello che si considera. Diremo rette principali quelle tre rette, che supporremo spiccate

dal punto x_1, x_2, x_3, che possiamo chiamare il centro della particella, e diremo piani principali quelli che contengono due rette principali.

Ciò posto, consideriamo due stati successivi di una stessa particella e sia t il tempuscolo necessario per passare dal primo al secondo; poichè la terna delle direzioni principali si comporta come se fosse rigida, il suo movimento consisterà in un trasporto $x'_1 \mathrm{t}$, $x'_2 \mathrm{t}$, $x'_3 \mathrm{t}$ della origine ed in una rotazione le cui componenti attorno alle parallele agli assi x_1, x_2, x_3 condotte pel centro della molecola, saranno $p_1 \mathrm{t}, p_2 \mathrm{t}, p_3 \mathrm{t}$, cerchiamo le espressioni di p_1, p_2, p_3. Se con d_1, d_2, d_3 indichiamo le distanze del punto qualunque $x_i + \mathrm{x}_i$ della molecola dai tre piani principali, con l_1, l_2, l_3 le distanze di questo punto dopo lo spostamento dai piani principali nella posizione corrispondente al tempo $t + \mathrm{t}$, avremo

$$l_1 = \mu_1 d_1, \quad l_2 = \mu_2 d_2, \quad l_3 = \mu_3 d_3$$

essendo $\mu_i - 1$ i coefficienti di dilatazione nelle tre direzioni principali, quindi si potrà porre $\mu_i = 1 + \lambda_i \mathrm{t}$ e le quantità λ_i saranno finite. Nella tabella

	1	2	3
x_1	α_{11}	α_{12}	α_{13}
x_2	α_{21}	α_{22}	α_{23}
x_3	α_{31}	α_{32}	α_{33}

sono indicati i coseni degli angoli che le direzioni principali 1, 2, 3 fanno nel tempo t cogli assi fissi x_1, x_2, x_3; con $\beta_{rs} = \alpha_{rs} + \alpha'_{rs} \mathrm{t}$ indichiamo gli analoghi coseni che al tempo $t + \mathrm{t}$ le direzioni principali fanno cogli assi fissi. Le coordinate relative, rispetto al centro, di un punto della particella saranno al tempo t

$$\mathrm{x}_r = \alpha_{r1} d_1 + \alpha_{r2} d_2 + \alpha_{r3} d_3, \qquad (r = 1, 2, 3)$$

donde, stante l'ortogonalità di questi sistemi di assi,

$$d_s = \Sigma_r \alpha_{rs} \mathrm{x}_r.$$

Le coordinate dello stesso punto materiale dopo il tempo $t + \mathrm{t}$ rispetto al centro della particella spostata saranno

$$\mathrm{y}_r = \Sigma_s \beta_{rs} \mu_s d_s = \Sigma_{qp} \beta_{rq} \mu_q \alpha_{pq} \mathrm{x}_p.$$

Se per β_{ri} e μ_i poniamo le loro espressioni e trascuriamo i termini che contengono t^2 avremo

$$y_1=x_1+t[x_1\Sigma_i\lambda_i\alpha_{1i}^2+x_2\Sigma_i(\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{2i}+\alpha'_{1i}\alpha_{2i})+x_3\Sigma_i(\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{3i}+\alpha'_{1i}\alpha_{3i})]$$
$$y_2=x_2+t[x_1\Sigma_i(\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{2i}+\alpha'_{2i}\alpha_{1i})+x_2\Sigma_i\lambda_i\alpha_{2i}^2+x_3\Sigma_i(\lambda_i\alpha_{2i}\alpha_{3i}+\alpha'_{2i}\alpha_{3i})]$$
$$y_3=x_3+t[x_1\Sigma_i(\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{3i}+\alpha'_{3i}\alpha_{1i})+x_2\Sigma_i(\lambda_i\alpha_{2i}\alpha_{3i}+\alpha'_{3i}\alpha_{2i})+x_3\Sigma_i\lambda_i\alpha_{3i}^2]$$

Ora dalla Cinematica dei sistemi rigidi abbiamo

$$p_1=\Sigma\alpha_{2i}\alpha'_{3i}=-\Sigma\alpha_{3i}\alpha'_{2i}\,,\qquad p_2=\Sigma\alpha_{3i}\alpha'_{1i}=-\Sigma\alpha_{1i}\alpha'_{3i}$$
$$p_3=\Sigma\alpha_{1i}\alpha'_{2i}=-\Sigma\alpha_{2i}\alpha'_{1i}$$

e d'altra parte le y_r sono anche date dalle equazioni

$$y_r=x_r+\Sigma_s\frac{dx'_r}{dx_s}x_s t$$

quindi confrontando le due espressioni delle y_r resulta

$$\Sigma\lambda_i\alpha_{1i}^2=\frac{dx'_1}{dx_1}\,,\qquad \Sigma\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{2i}-p_3=\frac{dx'_1}{dx_2}\,,$$
$$\Sigma\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{3i}+p_2=\frac{dx'_1}{dx_3}\,,$$

$$\Sigma\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{2i}+p_3=\frac{dx'_2}{dx_1}\,,\qquad \Sigma\lambda_i\alpha_{2i}^2=\frac{dx'_2}{dx_2}\,,$$
$$\Sigma\lambda_i\alpha_{2i}\alpha_{3i}-p_1=\frac{dx'_2}{dx_3}\,,$$

$$\Sigma\lambda_i\alpha_{1i}\alpha_{3i}-p_2=\frac{dx'_3}{dx_1}\,,\qquad \Sigma\lambda_i\alpha_{2i}\alpha_{3i}+p_1=\frac{dx'_3}{dx_2}\,,$$
$$\Sigma\lambda_i\alpha_{3i}^2=\frac{dx'_3}{dx_3}\,,$$

donde

$$(2)\qquad 2p_1=\frac{dx'_3}{dx_2}-\frac{dx'_2}{dx_3}\,,\ 2p_2=\frac{dx'_1}{dx_3}-\frac{dx'_3}{dx_1}\,,\ 2p_3=\frac{dx'_2}{dx_1}-\frac{dx'_1}{dx_2}$$

Conseguentemente se poniamo

$$2a_{12}=\frac{dx'_1}{dx_2}+\frac{dx'_2}{dx_1}\,,\ 2a_{13}=\frac{dx'_1}{dx_3}+\frac{dx'_3}{dx_1}\,,\ 2a_{23}=\frac{dx'_2}{dx_3}+\frac{dx'_3}{dx_2}$$
$$a_{11}=\frac{dx'_1}{dx_1}\,,\qquad a_{22}=\frac{dx'_2}{dx_2}\,,\qquad a_{33}=\frac{dx'_3}{dx_3}$$

avremo, come componenti del cammino percorso nel tempo $\mathbf{t}$ dal punto $x_i + \mathrm{x}_i$, le espressioni

$$(x'_1 + p_2\,\mathrm{x}_3 - p_3\,\mathrm{x}_2 + a_{11}\,\mathrm{x}_1 + a_{12}\,\mathrm{x}_2 + a_{13}\,\mathrm{x}_3)\,\mathbf{t}\,,$$
$$(x'_2 + p_3\,\mathrm{x}_1 - p_1\,\mathrm{x}_3 + a_{12}\,\mathrm{x}_1 + a_{22}\,\mathrm{x}_2 + a_{23}\,\mathrm{x}_3)\,\mathbf{t}\,,$$
$$(x'_3 + p_1\,\mathrm{x}_2 - p_2\,\mathrm{x}_1 + a_{13}\,\mathrm{x}_1 + a_{23}\,\mathrm{x}_2 + a_{33}\,\mathrm{x}_3)\,\mathbf{t}\,,$$

e queste si comporranno di due parti: 1° una che ha per componenti

$$\mathbf{t}(x'_1 + p_2\,\mathrm{x}_3 - p_3\,\mathrm{x}_2),\ \mathbf{t}(x'_2 + p_3\,\mathrm{x}_1 - p_1\,\mathrm{x}_3),\ \mathbf{t}(x'_3 + p_1\,\mathrm{x}_2 - p_2\,\mathrm{x}_1)$$

non produrrà alcun moto intestino; in questo movimento la particella si sposterà come se fosse rigida compiendo una traslazione ed una rotazione, che ha per componenti $p_1\mathbf{t}$, $p_2\mathbf{t}$, $p_3\mathbf{t}$; 2° una parte che ha per componenti

$$\mathbf{t}\,(a_{11}\,\mathrm{x}_1 + a_{12}\,\mathrm{x}_2 + a_{13}\,\mathrm{x}_3)\,,\quad \mathbf{t}\,(a_{12}\,\mathrm{x}_1 + a_{22}\,\mathrm{x}_2 + a_{23}\,\mathrm{x}_3)\,,$$
$$\mathbf{t}\,(a_{13}\,x_1 + a_{23}\,x_2 + a_{33}\,x_3)\,,$$

la quale produrrà una deformazione della particella.

Se il corpo del quale si studia il movimento è elastico, nasceranno per la deformazione della particella delle forze interne, che produrranno un lavoro; questo sarà una funzione delle $a_{rs}\,\mathbf{t}$, che sarà negativa per tutti i valori delle a_{rs}, se nel tempo t il corpo era allo stato naturale. Sviluppiamo in serie questa funzione, trascuriamo il termine costante ed osserviamo che le forze elastiche sono in equilibrio quando non vi è deformazione, vedremo allora che nello sviluppo i termini di grado 0 ed 1 nelle a_{rs} mancheranno, di più potendosi trascurare i termini di grado superiore al secondo, perchè le quantità $a_{rs}\,\mathbf{t}$ contengono il fattore infinitesimo $\mathbf{t}$, riconosceremo che questa funzione è omogenea e del secondo grado nelle $a_{rs}\,\mathbf{t}$ ed i coefficienti saranno o costanti, o dipendenti dalle sole x_r.

2. Prendiamo ora a considerare un mezzo, le cui particelle si oppongono ad una rotazione, le forze, che si svilupperanno quando si effettui una rotazione, produrranno un lavoro che dipenderà da

$$\mathrm{P}_1 = p_1\,\mathbf{t}\,,\quad \mathrm{P}_2 = p_2\,\mathbf{t}\,,\quad \mathrm{P}_3 = p_3\,\mathbf{t};$$

esse, se vi deve essere conservazione dell'energia, avranno, al

pari delle forze elastiche, un potenziale U, che, sviluppato per le potenze delle P, per le stesse ragioni or ora dette pel potenziale di elasticità, sarà dato dalla formula

$$U = \Sigma_{rs} U_{rs} P_r P_s,$$

ove le U_{rs} o saranno costanti, o dipenderanno soltanto dalle coordinate. La forma quadratica che apparisce nel secondo membro di questa equazione, se il corpo allo stato naturale è in equilibrio stabile, è una forma negativa. Per ragioni che vedremo in seguito, chiameremo la U il potenziale delle forze magnetiche. Vediamo ora quali sono le equazioni di equilibrio di una massa di siffatta natura, quando sia soggetta all'azione di forze (X_1, X_2, X_3) applicate ai punti dell'interno ed a forze (Y_1, Y_2, Y_3) applicate ai punti della superficie; facciamo per ciò uso del principio delle velocità virtuali; il lavoro fatto dalle forze attive per uno spostamento virtuale sarà

$$\iiint(X_1\delta x_1 + X_2\delta x_2 + X_3\delta x_3)d\tau + \iint(Y_1\delta x_1 + Y_2\delta x_2 + Y_3\delta x_3)d\sigma$$

e di questi integrali il primo va esteso a tutto il corpo, il secondo alla superficie che lo limita; il lavoro delle forze interne sarà

$$\iiint\delta U \, . \, d\tau = \iiint\Sigma_r \frac{dU}{dP_r}\delta P_r\, d\tau =$$
$$= {}^1/_2 \iiint\left[\frac{dU}{dP_1}\left(\frac{d\delta x_3}{dx_2} - \frac{d\delta x_2}{dx_3}\right) + \frac{dU}{dP_2}\left(\frac{d\delta x_1}{dx_3} - \frac{d\delta x_3}{dx_1}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{dU}{dP_3}\left(\frac{d\delta x_2}{dx_1} - \frac{d\delta x_1}{dx_2}\right)\right] d\tau$$

ma integrando per parti si ha

$$\iiint f\,\frac{d\delta u}{dx_h}d\tau = -\iint f.\delta u\,\alpha_h\, d\sigma - \iiint \delta u\,\frac{df}{dx_h}\,d\tau$$

ove α_h è il coseno dell'angolo che la normale alla superficie contorno nel punto $d\sigma$ rivolta verso l'interno fa coll'asse x_h; quindi il lavoro delle forze interne è dato da

$$-\tfrac{1}{2}\iint\left[\left(\frac{dU}{dP_2}\alpha_3-\frac{dU}{dP_3}\alpha_2\right)\delta x_1+\left(\frac{dU}{dP_3}\alpha_1-\frac{dU}{dP_1}\alpha_3\right)\delta x_2\right.$$
$$\left.+\left(\frac{dU}{dP_1}\alpha_2-\frac{dU}{dP_2}\alpha_1\right)\delta x_3\right]d\sigma$$
$$-\tfrac{1}{2}\iiint\left[\left(\frac{d}{dx_3}\frac{dU}{dP_2}-\frac{d}{dx_2}\frac{dU}{dP_3}\right)\delta x_1+\left(\frac{d}{dx_1}\frac{dU}{dP_3}-\frac{d}{dx_3}\frac{dU}{dP_1}\right)\delta x_2\right.$$
$$\left.+\left(\frac{d}{dx_2}\frac{dU}{dP_1}-\frac{d}{dx_1}\frac{dU}{dP_2}\right)\delta x_3\right]d\tau\,.$$

Vediamo dunque che le equazioni di equilibrio per i punti interni sono

$$(3)\qquad 2X_1=\frac{d}{dx_3}\frac{dU}{dP_2}-\frac{d}{dx_2}\frac{dU}{dP_3},\qquad 2X_2=\frac{d}{dx_1}\frac{dU}{dP_3}-\frac{d}{dx_3}\frac{dU}{dP_1},$$
$$2X_3=\frac{d}{dx_2}\frac{dU}{dP_1}-\frac{d}{dx_1}\frac{dU}{dP_2}$$

e pei punti della superficie

$$(4)\qquad 2Y_1=\frac{dU}{dP_2}\alpha_3-\frac{dU}{dP_3}\alpha_2,\qquad 2Y_2=\frac{dU}{dP_3}\alpha_1-\frac{dU}{dP_1}\alpha_3,$$
$$2Y_3=\frac{dU}{dP_1}\alpha_2-\frac{dU}{dP_2}\alpha_1.$$

Per questi corpi si ha dunque una teoria perfettamente analoga a quella dei corpi elastici, alle componenti delle tensioni, che là si presentano, qui corrispondono le funzioni

$$\tfrac{1}{2}\frac{dU}{dP_1},\qquad \tfrac{1}{2}\frac{dU}{dP_2},\qquad \tfrac{1}{2}\frac{dU}{dP_3},$$

delle quali determineremo ora il significato meccanico. Se si riguarda la massa ora presa in considerazione come rigida, potremo in tale ipotesi, che veramente non è lecita che quando se ne prenda in esame una parte piccolissima, sostituire alle forze X ed Y un sistema equivalente composto di una forza e di una coppia. Ora riducendo all' origine tutte queste forze avremo per la componente secondo l' asse delle x_r della forza, quando agli indici 4, 5, 6 che possono incontrarsi si sostituiscano gli indici 1, 2, 3 rispettivamente,

$$\iiint X_r\,d\tau + \iint Y_r\,d\sigma = \tfrac{1}{2}\iiint\left[\frac{d}{dx_{r+2}}\frac{dU}{dP_{r+1}} - \frac{d}{dx_{r+1}}\frac{dU}{dP_{r+2}}\right]d\tau$$
$$+\tfrac{1}{2}\iint\left(\frac{dU}{dP_{r+1}}\alpha_{r+2} - \frac{dU}{dP_{r+2}}\alpha_{r+1}\right)d\sigma = 0,$$

e la componente attorno all'asse x_{r+2} della coppia sarà

$$\iiint\left(X_r x_{r+1} - X_{r+1} x_r\right)d\tau + \iint\left(Y_r x_{r+1} - Y_{r+1} x_r\right)d\sigma$$
$$= \tfrac{1}{2}\iiint\left[x_{r+1}\left(\frac{d}{dx_{r+2}}\frac{dU}{dP_{r+1}} - \frac{d}{dx_{r+1}}\frac{dU}{dP_{r+2}}\right) - x_r\left(\frac{d}{dx_r}\frac{dU}{dP_{r+2}} - \frac{d}{dx_{r+2}}\frac{dU}{dP_r}\right)\right]d\tau$$
$$+\tfrac{1}{2}\iint\left[x_{r+1}\left(\frac{dU}{dP_{r+1}}\alpha_{r+2} - \frac{dU}{dP_{r+2}}\alpha_{r+1}\right) - x_r\left(\frac{dU}{dP_{r+2}}\alpha_r - \frac{dU}{dP_r}\alpha_{r+2}\right)\right]d\sigma$$
$$-\iiint\frac{dU}{dP_{r+2}}\,d\tau\,.$$

Vediamo quindi che le quantità $\frac{dU}{dP_1}$, $\frac{dU}{dP_2}$, $\frac{dU}{dP_3}$ rappresentano componenti di coppie distribuite nei vari punti della massa considerata e per questo motivo le potremo chiamare le componenti della coppia magnetica destata dalla torsione.

Se con ρ indichiamo la densità della massa che si trova nel punto x_1, x_2, x_3, dalle equazioni dell'equilibrio passeremo a quelle del moto col principio di D'Alembert e seguendo la stessa via che si tiene per passare dalle equazioni d'equilibrio d'elasticità alle equazioni del moto dei sistemi elastici, giungeremo per questi corpi alle equazioni

$$(5)\qquad X_r - \rho\frac{d^2x_r}{dt^2} = \tfrac{1}{2}\frac{d}{dx_{r+2}}\frac{dU}{dP_{r+1}} - \tfrac{1}{2}\frac{d}{dx_{r+1}}\frac{dU}{dP_{r+2}}$$

pei punti interni e

$$(6)\qquad Y_r - \frac{d^2x_r}{dt^2} = \tfrac{1}{2}\frac{dU}{dP_{r+1}}\alpha_{r+2} - \tfrac{1}{2}\frac{dU}{dP_{r+2}}\alpha_{r+1}$$

pei punti della superficie.

Quando il mezzo sia isotropo il lavoro fatto dalle forze interne dipenderà soltanto dalla grandezza della rotazione e non dalla direzione dell'asse attorno al quale essa si compie, sicchè U dipenderà soltanto da $P_1^2 + P_2^2 + P_3^2$ ed avremo

$$U = \frac{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}{\gamma} ,$$

ove γ, quantità sempre negativa, dipende dalla natura del corpo; è costante se il corpo è omogeneo, varia da punto a punto in caso contrario. Le (5) e (6) diverranno allora

$$X_r - \rho \frac{d^2x_r}{dt^2} = \frac{d}{dx_{r+2}} \left(\frac{P_{r+1}}{\gamma}\right) - \frac{d}{dx_{r+1}} \left(\frac{P_{r+2}}{\gamma}\right) \tag{5'}$$

$$Y_r - \frac{d^2x_r}{dt^2} = \frac{1}{\gamma} (P_{r+1}\, \alpha_{r+2} - P_{r+2}\, \alpha_{r+1}) . \tag{6'}$$

3. Ammettiamo ora che l' etere, sede dei fenomeni elettrici, magnetici e luminosi, sia appunto un mezzo della natura di quelli ora considerati, che goda cioè della proprietà di fare un lavoro quando si fanno girare le sue parti infinitesime, ma non quando se ne varia la forma; in altre parole, sia magnetico e non elastico. Allora per una porzione isotropa di esso avremo, come ora abbiamo veduto,

$$\frac{dU}{dP_r} = \left(\frac{dx'_{r+2}}{dx_{r+1}} - \frac{dx'_{r+1}}{dx_{r+2}}\right) \frac{\mathbf{t}}{\gamma}$$

e se poniamo $\mathbf{L}_r = \frac{dU}{dP_r}$, sarà

$$\gamma \frac{\mathbf{L}_r}{\mathbf{t}} = \frac{dx'_{r+2}}{dx_{r+1}} - \frac{dx'_{r+1}}{dx_{r+2}} .$$

La quantità $\frac{\mathbf{L}_r}{\mathbf{t}}$ è il rapporto dell' aumento della coppia magnetica attorno all' asse x_r nel tempo $\mathbf{t}$ divisa pel tempo corrispondente, al limite per $\mathbf{t}$ tendente a zero rappresenterà una derivata: la derivata della coppia magnetica L_r presa rapporto al tempo e potremo scrivere

$$\gamma \frac{dL_r}{dt} = \frac{dx'_{r+2}}{dx_{r+1}} - \frac{dx'_{r+1}}{dx_{r+2}} . \tag{7}$$

Quando non vi sieno forze interne le (5') daranno

$$- \rho \frac{d^2x_r}{dt^2} = \frac{d}{dx_{r+2}} \left(\frac{P_{r+1}}{\gamma}\right) - \frac{d}{dx_{r+1}} \left(\frac{P_{r+2}}{\gamma}\right) . \tag{5''}$$

Le P_r che si presentano in quest' ultime equazioni le dobbiamo considerare come rotazioni provenienti da una deformazione anteriore al tempo t, sicchè le $2\frac{P_r}{\gamma}$ sono le componenti della coppia magnetica che si ha in quell' istante, cioè quelle quantità che abbiamo indicato con L_r. Se per semplicità poniamo $Z_r = \frac{dx_r}{dt}$, le nostre equazioni assumeranno la forma

$$(8) \qquad -2\rho\frac{dZ_r}{dt} = \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}}.$$

e le (7) l' altra

$$(9) \qquad \gamma\frac{dL_r}{dt} = \frac{dZ_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dZ_{r+2}}{dx_{r+1}}$$

Supponiamo ora che l' etere muovendosi eserciti sulle particelle materiali delle pressioni proporzionali alla sua velocità e normali alle superficie sulle quali si esercitano. La pressione sopra una particella, nel caso che questa sia sferica e quando il corpo sia cristallizzato nel sistema monometrico, si ridurrà ad una forza diretta come la velocità ed a questa proporzionale. Chiamando X_r le componenti di questa pressione, avremo $X_r = \mu Z_r$ e le (8), (9) diverranno

$$(8') \qquad -2\frac{\rho}{\mu}\frac{dX_r}{dt} = \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+1}},$$

$$(9') \qquad \gamma\mu\frac{dL_r}{dt} = \frac{dX_{r+1}}{dx_{r+2}} = \frac{dX_{r+2}}{dx_{r+1}}.$$

La quantità μ ha le dimensioni MT^{-1}, per cui ρ/μ rappresenta un tempo e $\gamma\mu$ ha le dimensioni TL^{-2}, perchè $1/\gamma$ ha le dimensioni di un lavoro.

Se le X_r si chiamano le componenti della forza elettrica e le L_r (che abbiamo riconosciuto essere delle coppie) le chiamiamo per un momento, onde uniformarci alle locuzioni di Maxwell e di Hertz, le componenti della forza magnetica, queste equazioni sono quelle che furono da quegli autori trovate per l'etere libero e situate in corpi isotropi e dalle quali l' Hertz ha dedotto

tutta la teoria del magnetismo e dell'elettricità [1]) per l'etere libero e per gli isolanti isotropi.

Ma se l'etere in un dato corpo non è isotropo, allora il potenziale magnetico avrà la forma generale $\Sigma U_{rs} P_r P_s$ e sarà $P_r = \Sigma_s \lambda_{rs} L_s$. Se il corpo è omogeneo le λ_{rs} sono costanti e, quando avviene un movimento infinitesimo nel tempo t le P_r aumentano di $^1/_2\, t \left(\frac{dx'_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dx'_{r+2}}{dx_{r+1}}\right)$, le L_s di L_s ed avremo

$$(9'') \qquad \Sigma_s \lambda_{rs} \frac{dL_s}{dt} = \frac{dZ_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dZ_{r+2}}{dx_{r+1}} .$$

Queste stesse formule si possono conservare anche pel caso che il corpo sia eterogeneo e quindi le λ_{rs} sieno funzioni delle coordinate e ciò per lo stesso motivo pel quale nella teoria dell'elasticità, quando ad una data deformazione se ne aggiunge una nuova, si conserva ai coefficienti il valore che avevano nella posizione naturale, sia perchè si suppone che il loro valore dipenda dalla distribuzione della materia attorno al punto considerato e che la deformazione eseguita non alteri sensibilmente questa distribuzione, sia perchè i corpi che noi consideriamo, anche se non sono omogenei non variano la loro struttura che per gradi insensibili, quindi, nel passare da un punto ad un altro vicino, i coefficienti del potenziale (che sono grandissimi dal momento che a deformazioni infinitesime corrispondono valori finiti del potenziale) variano pochissimo, quindi l'aumento del potenziale, per un accrescimento delle variabili dalle quali dipende, è incomparabilmente più grande di quello dovuto ad un aumento di coordinate nelle espressioni dei coefficienti.

Le (9') sono le relazioni stabilite dall'Hertz fra le variazioni delle forze elettriche e delle forze magnetiche nei campi anisotropi pel magnetismo.

Ma fermiamoci un poco a considerare come ci siamo rappresentati i fenomeni elettromagnetici nei corpi che hanno le

1) Vedasi H. Hertz *Annalen der Physik. und Chemie* vol. XL 1890. Per Hertz la forza magnetica non è che un vettore al quale si può dare anche il significato di coppia. Ma avendo Hertz dato a quel vettore il significato di una forza i coefficienti delle derivate rapporto al tempo hanno naturalmente nella sua memoria dimensioni diverse da quelle da noi trovate.

molecole sferiche o sieno cristallizzati nel sistema monometrico e che conseguentemente per l'elettricità sono isotropi. Un fluido, dotato della proprietà di fare un lavoro quando le sue particelle sono ruotate, è in movimento, la distorsione genera in esso delle coppie, che abbiamo detto coppie magnetiche, esso incontra nel suo moto delle particelle ponderabili e esercita sopra ogni particella una pressione proporzionale alla sua velocità, diretta come questa e che abbiamo chiamato forza elettrica. Ora se il corpo è cristallizzato in un sistema che non sia quello monometrico, esso non è isotropo per l'elettricità, la pressione esercitata sopra ciascuna particella non sarà più in generale diretta come la velocità stessa ma le sue componenti saranno funzioni lineari delle componenti x'_r. Le espressioni $\frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}}$, che abbiamo trovato essere nei corpi isotropi proporzionali alle $\frac{dX_r}{dt}$ verranno ora funzioni lineari di queste quantità ed avremo così le formule di Hertz pei corpi anisotropi

$$(8'') \qquad \Sigma_s \varepsilon_{sr} \frac{dX_r}{dt} = \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}} .$$

In questi corpi l'etere può considerarsi come anisotropo, le (9') conservano la stessa forma, ma le equazioni del moto dell'etere non soggetto a forze, anzichè essere le (8) sono ora

$$(8_a) \qquad - \Sigma_s m_{rs} x_s'' = \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}}$$

Abbiamo in tal guisa ritrovato tutte le formule fondamentali che valgono per mezzi dielettrici od isolanti, vediamo quali sono quelle che si hanno pei conduttori. Sono stati detti impropriamente conduttori dell'elettricità quei corpi che presentano una resistenza al moto dell'etere; se il corpo è omogeneo ed isotropo, supporremo questa resistenza od attrito proporzionale ed opposta alla velocità e quando non vi sia isotropia, supporremo che le componenti della resistenza sieno funzioni lineari delle componenti della velocità; la esperienza insegna inoltre che nei conduttori eterogenei la forza elettrica non si estingue completamente, quindi per calcolare la resistenza al moto dell'etere offerta dal conduttore si dovranno sostituire alle componenti della

velocità attuale, quelle della differenza fra la velocità attuale e quella residua. In questo caso, supposto anche per maggiore generalità che il corpo sia anisotropo per la elettricità, le equazioni (9') assumono la forma

$$(9''')\qquad \Sigma_s \varepsilon_{rs} \frac{dX_s}{dt} = \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}} + \Sigma_s a_{rs}(X_s - X_s')$$

ove le X_s' sono le componenti della forza elettrica residuale, mentre le equazioni (8') o (9'') restano invariate.

Si può osservare che con una conveniente scelta dei coefficienti ε, a le (9''') forniscono le (8') e le (8'').

Per conservare le notazioni dell' Hertz poniamo

$$A\frac{d\overline{X}_r}{dt} = \Sigma_s \varepsilon_{rs} \frac{dX_s}{dt}, \quad A\frac{d\overline{L}_r}{dt} = \Sigma_s \gamma_{rs} \frac{dL_s}{dt}, \; -4\pi A u_r = \Sigma_s a_{rs}(X_s - X_s')$$

ed avremo

$$A\frac{d\overline{X}_r}{dt} = \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}} - 4\pi A u_r,$$

$$A\frac{d\overline{L}_r}{dt} = \frac{dX_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dX_{r+2}}{dx_{r+1}};$$

queste costituiscono l' ultimo gruppo delle equazioni fondamentali dell' Hertz, quelle cioè che valgono pei conduttori.

L' espressione $\frac{1}{4\pi}\Sigma_r \frac{dX_r}{dx_r}$ che l' Hertz, ha chiamato la densità dell' elettricità libera in un elemento di volume e l'altra $\frac{1}{4\pi}\Sigma_r \frac{d\overline{X}_r}{dx_r}$, ch' egli ha chiamato la densità dell' elettricità vera, hanno nella ora svolta teoria un significato meccanico. La prima è proporzionale alla condensazione dell' etere nell' unità di tempo e la seconda ad una quantità analoga corrispondente, anzichè agli spostamenti x_r't agli altri t $\Sigma_s \varepsilon_{rs} x_s'$.

4. Riprendiamo le equazioni (8) e scriviamole sotto la forma

$$(8_1)\qquad -2\rho\frac{d^2x_r}{dt^2} = \frac{dL_{r+1}}{dx_{r+2}} - \frac{dL_{r+2}}{dx_{r+1}};$$

se le L_r, che si presentano nel secondo membro, provengono da

una deformazione di componenti u_r, fatta in una porzione di etere libera ed omogenea noi abbiamo

$$L_r = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{du_{r+2}}{dx_{r+1}} - \frac{du_{r+1}}{dx_{r+2}}\right),$$

quindi sarà

$$-2\,\rho\gamma\,\frac{d^2x_r}{dt^2} = \Delta^2 u_r - \frac{d\Theta}{dx_r} \tag{10}$$

ove è $\Theta = \Sigma_r \dfrac{du_r}{dx_r}$ e $\Delta_2 u_r = \Sigma_s \dfrac{d^2u_r}{dx^2_s}$. Le coordinate dei punti mobili si possono porre uguali ad $y_r + u_r$, se y_r è il valore della coordinata x_r nella posizione naturale, quindi nel primo membro a $\dfrac{d^2x_r}{dt^2}$ potremo sostituire $\dfrac{d^2u_r}{dt^2}$ e nel secondo membro, se si considerano soltanto moti periodici, si potrà trascurare il termine che contiene la derivata di Θ, sicchè le nostre equazioni diverranno

$$-2\,\rho\gamma\,\frac{d^2u_r}{dt^2} = \Delta^2 u_r\,. \tag{11}$$

Ma ρ è quantità essenzialmente positiva e γ, come già osservammo, è negativa, per cui $-2\,\rho\gamma$ è quantità positiva; d'altro canto $\dfrac{1}{\gamma}$ ha le dimensioni di una energia e ρ quelle di una massa, per cui $-2\,\rho\gamma$ ha le dimensioni dell'inversa del quadrato di una velocità. Le (11) hanno quindi la forma delle equazioni che determinano la propagazione della luce in un mezzo isotropo.

Queste formule valgono non solo pel moto dell'etere libero, ma anche quando esso è situato in un mezzo isotropo. Per trovare le equazioni del moto dell'etere in un dielettrico anisotropo bisognerà eliminare le L_r dalle (8_a) ed avremo allora

$$\rho\,\frac{d^2u_r}{dt^2} = \Sigma_s\lambda_{rs}\left[\frac{d}{dx_{r+2}}\left(\frac{du_r}{dx_{r+2}} - \frac{du_{r+2}}{dx_r}\right) - \frac{d}{dx_{r+1}}\left(\frac{du_{r+1}}{dx_r} - \frac{du_r}{dx_{r+1}}\right)\right] \tag{12}$$

e queste sono le equazioni della propagazione della luce date dal Lamé (pag. 231 delle *Leçons sur la Théorie mathématique de l'Elasticité*) pei mezzi birefrangenti. Vediamo quindi come la doppia refrazione, al pari degli effetti elettrici prodotti nei corpi ponderabili dal moto dell'etere, dipenda dalla struttura molecolare di questi corpi.

Si vede così che l'etere è un mezzo atto a propagare la luce e che i fenomeni luminosi sono dovuti, non già, come dice l'Hertz a variazioni periodiche delle forze elettriche o magnetiche, ma ad effettive vibrazioni dell'etere.

Questa teoria ci permette anche di renderci facilmente conto del perchè le vibrazioni luminose avvengono normalmente al raggio luminoso, secondo il quale la luce si propaga. S'immagini infatti una serie A, B, C, ... di punti disposti sopra una retta r, si sposti il punto A normalmente ad r portandolo in A', se B stesse fermo l'elemento AB girerebbe attorno alla normale al piano determinato dalle rette r, AA'; ma poichè l'etere si oppone alla rotazione, come in un corpo elastico l'elasticità nasce dalla resistenza di due punti a lasciarsi avvicinare fra loro od allontanare, il punto B sarà spinto a seguire il moto di A ed a spostarsi nel piano ora considerato normalmente ad r, al punto B seguirà il punto C e così via, ma il nostro mezzo non essendo elastico, il moto di A non si propagherà nel verso dello spostamento ed avremo quindi soltanto vibrazioni, che si propagheranno nella direzione di r.

Se invece di considerare le equazioni dell'etere libero o nei dielettrici, avessimo preso in esame quelle che reggono il movimento dell'etere nei conduttori, avremmo trovato delle equazioni, che già il Maxwell ha adoperato (*Traité d'éléctricité et de magnétisme* Vol. II, pag. 499) per spiegare le relazioni fra l'opacità e la conducibilità elettrica; ma poichè quelle formule, non solo, da quanto asserisce lo stesso Maxwell, non danno risultati concordanti coll'esperienza, ma non danno neppure la spiegazione del fenomeno della dispersione, è da ritenersi che effettivamente, come avverte quell'autore, la resistenza al moto dell'etere offerta dai conduttori non sia più, nel caso delle rapidissime vibrazioni luminose, rappresentata da un termine proporzionale alla velocità, il che è molto probabile. Si è piuttosto condotti a credere che l'azione dei conduttori sull'etere sia allora rappresentata da una forza proporzionale alla differenza dei cammini percorsi dall'etere e dalla materia ponderabile per effetto delle forze elettriche, il che ci conduce alla teoria della dispersione e dell'assorbimento della luce proposta da Helmholtz [1]).

1) *Zur Theorie der anomalen Dispersion* (*Pogg. Ann.* Bd. 154. — *Wiss. Abhand.* Bd. II. pag. 213).

L'ipotesi fatta sulla natura dell'etere ci ha così condotti nel modo più naturale alle equazioni fondamentali dell'elettricità, del magnetismo e dell'ottica, quindi alla interpretazione dei fenomeni elettrici, magnetici e luminosi, collegandoli intimamente fra loro; le deduzioni tratte dalla nostra ipotesi sono così confermate dalla esperienza, per cui essa è da ritenersi intieramente legittima e conforme al vero.

Padova, 20 Maggio 1891.

INTORNO AL MEZZO ELASTICO DI *Green*; NOTA DEL PROF. E. BELTRAMI.

(Dai *Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, Serie II, Vol XXIV, fasc. XII. 1891).

Se nelle equazioni del moto vibratorio libero di un mezzo elastico:

$$\frac{dX_x}{dx}+\frac{dX_y}{dy}+\frac{dX_z}{dz}+k\frac{d^2u}{dt^2}=0\,,$$

$$\frac{dY_x}{dx}+\frac{dY_y}{dy}+\frac{dY_z}{dz}+k\frac{d^2v}{dt^2}=0\,,$$

$$\frac{dZ_x}{dx}+\frac{dZ_y}{dy}+\frac{dZ_z}{dz}+k\frac{d^2w}{dt^2}=0\,,$$

(dove k è la densità) si attribuisce alle componenti di spostamento u, v, w la forma

$$(1)\qquad u=\frac{d\phi}{dx}\,,\quad v=\frac{d\phi}{dy}\,,\quad w=\frac{d\phi}{dz}\,,$$

si ottengono tre equazioni le quali, quando il mezzo è isotropo, trovansi essere le derivate prime rispetto ad x, y, z dell'unica equazione

$$(1)_a\qquad \frac{d^2\phi}{dt^2}=\Omega^2\Delta_2\phi\,,$$

nella quale Ω rappresenta la velocità di propagazione dei moti longitudinali. Questa riduzione non si verifica, in generale, quando il mezzo non è isotropo; donde consegue che, generalmente parlando, non sono ammissibili spostamenti dotati di potenziale.

È quindi naturale il domandare se, oltre ai mezzi isotropi, non vi sieno per avventura altri mezzi elastici, più o meno speciali, i quali ammettano l'esistenza di un tal potenziale, ossia per i quali si verifichi, come per gli isotropi, l'anzidetta riduzione delle tre equazioni del moto ad una sola, quando le componenti di spostamento ricevano la forma (1).

Per rispondere a tale quesito, si denotino le componenti di deformazione con

$$\alpha = \frac{du}{dx}, \qquad \lambda = \frac{dw}{dy} + \frac{dv}{dz},$$

$$\beta = \frac{dv}{dy}, \qquad \mu = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx},$$

$$\gamma = \frac{dw}{dz}, \qquad \nu = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy},$$

e si rappresentino i valori generali delle componenti di pressione mutate di segno

$$-X_x, \quad -Y_y, \quad -Z_z, \quad -Y_z, \quad -Z_x, \quad -X_y$$

colle sei espressioni lineari che si deducono ordinatamente da

$$a_{r1}\alpha + a_{r2}\beta + a_{r3}\gamma + a_{r4}\lambda + a_{r5}\mu + a_{r6}\nu$$

(dove $a_{rs} = a_{sr}$) ponendo

$$r = 1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ 6.$$

Se ad u, v, w si attribuiscono i valori (1) e se quindi si pone in queste sei espressioni lineari

$$\alpha = \frac{d^2\phi}{dx^2}, \qquad \beta = \frac{d^2\phi}{dy^2}, \qquad \gamma = \frac{d^2\phi}{dz^2},$$

$$\lambda = 2\frac{d^2\phi}{dy\,dz}, \qquad \mu = 2\frac{d^2\phi}{dz\,dx}, \qquad \nu = 2\frac{d^2\phi}{dx\,dy},$$

i termini di $-X_y$ e di $-X_z$ che non contengono derivate di ϕ rispetto ad x sono

$$\text{per } -X_y: \quad a_{62}\frac{d^2\phi}{dy^2} + a_{63}\frac{d^2\phi}{dz^2} + 2\,a_{64}\frac{d^2\phi}{dy\,dz},$$

$$\text{per } -X_z: \quad a_{52}\frac{d^2\phi}{dy^2} + a_{53}\frac{d^2\phi}{dz^2} + 2\,a_{54}\frac{d^2\phi}{dy\,dz}.$$

Ne consegue che lo sviluppo del primo membro dell'equazione

$$-\frac{dX_x}{dx}-\frac{dX_y}{dy}-\frac{dX_z}{dz}=k\frac{d}{dx}\left(\frac{d^2\phi}{dt^2}\right)$$

si compone della derivata rispetto ad x d'una espressione formata linearmente colle derivate seconde di ϕ, ed inoltre dei termini seguenti:

$$a_{62}\frac{d^3\phi}{dy^3}+a_{53}\frac{d^3\phi}{dz^3}+(a_{63}+2a_{54})\frac{d^3\phi}{dydz^2}+(a_{52}+2a_{64})\frac{d^3\phi}{dzdy^2}\ ,$$

i quali debbono necessariamente scomparire affinchè abbia luogo la mentovata riduzione. Bisogna dunque porre:

$$a_{62}=a_{53}=a_{63}+2\,a_{54}=a_{52}+2\,a_{64}=0\,.$$

Colla permutazione ciclica delle due terne d'indici 1, 2, 3 e 4, 5, 6 si ottengono così le condizioni seguenti:

$$(1)_b\qquad \begin{gathered} a_{42}=a_{43}=a_{53}=a_{51}=a_{61}=a_{62}=0,\\ 2\,a_{56}=-a_{14}\,,\quad 2\,a_{64}=-a_{25}\,,\quad 2\,a_{45}=-a_{36}\,,\end{gathered}$$

tenendo conto delle quali si trova poscia:

$$-\left(\frac{dX_x}{dx}+\frac{dX_y}{dy}+\frac{dX_z}{dz}\right)$$
$$=\frac{d}{dx}\left\{a_{11}\frac{d^2\phi}{dx^2}+(a_{12}+2\,a_{66})\frac{d^2\phi}{dy^2}+(a_{31}+2\,a_{55})\frac{d^2\phi}{dz^2}\right\}\ .$$

Ora affinchè il trinomio fra parentesi nel secondo membro si mantenga inalterato anche nelle due altre equazioni analoghe, è necessario che si abbia ulteriormente, denotando con H una costante arbitraria,

$$(1)_c\qquad \begin{gathered} a_{11}=a_{22}=a_{33}=H\,,\\ a_{23}=H-2\,a_{44}\,,\quad a_{31}=H-2\,a_{55}\,,\quad a_{12}=H-2\,a_{66}\,.\end{gathered}$$

Non restano dunque definitivamente $(1)_{b.c}$ che *sette* parametri arbitrari, cioè

$$H\,,\quad a_{44}\,,\quad a_{55}\,,\quad a_{66}\,,\quad a_{14}\,,\quad a_{25}\,,\quad a_{36}\,.$$

Se al posto di questi si scrive, per comodo,

$$H\,,\quad A\,,\quad B\,,\quad C\,,\quad 2E\,,\quad 2F\,,\quad 2G\,,$$

il cercato potenziale d'elasticità Π, di cui le componenti di pressione

$$X_x\,,\quad Y_y\,,\quad Z_z\,,\quad Y_z\,,\quad Z_x\,,\quad X_y$$

sono le derivate negative rispetto a quelle di deformazione

$$\alpha\,,\quad \beta\,,\quad \gamma\,,\quad \lambda\,,\quad \mu\,,\quad \nu\,,$$

assume la forma:

$$(2)\quad \begin{aligned} 2\,\Pi = {} & H\vartheta^2 + A(\lambda^2 - 4\beta\gamma) + B(\mu^2 - 4\gamma\alpha) + C(\nu^2 - 4\alpha\beta) \\ & + 2E(2\alpha\lambda - \mu\nu) + 2F(2\beta\mu - \nu\lambda) + 2G(2\gamma\nu - \lambda\mu)\,, \end{aligned}$$

dove

$$\vartheta = \alpha + \beta + \gamma\,.$$

Questa è precisamente la forma assegnata da Green al potenziale del più generale mezzo elastico nel quale possono propagarsi onde piane longitudinali, qualunque sia l'orientazione del piano di onda. Effettivamente il caso delle onde piane rientra in quello qui considerato, attribuendo a φ il significato di funzione del tempo t e d'un unico altro argomento formato linearmente colle tre coordinate x, y, z. Qualunque sia del resto il tipo di questa funzione φ, l'equazione che la regge conserva sempre la forma $(1)_a$, per

$$(2)_a \qquad \Omega^2 = \frac{H}{k}\,.$$

Il mezzo elastico di Green, definito dall'espressione (2) del potenziale d'elasticità, presenta molte particolarità, interessanti, che meritano d'essere studiate e la cui conoscenza può giovare alla retta interpretazione di parecchie fra le formole che s'incontrano nella teoria delle onde.

Innanzi tutto bisogna rammentare una proprietà che scaturisce dalla definizione delle componenti $\alpha, \beta, \ldots, \nu$. Se si cambia l'orientazione della terna ortogonale di riferimento e se si denotano con $\alpha', \beta', \ldots, \nu'$ le componenti relative alla nuova terna, si ha identicamente:

$$\begin{aligned} & \alpha X^2 + \beta Y^2 + \gamma Z^2 + \lambda YZ + \mu ZX + \nu XY \\ & = \alpha' X'^2 + \beta' Y'^2 + \gamma' Z'^2 + \lambda' Y'Z' + \mu' Z'X' + \nu' X'Y', \end{aligned}$$

dove X, Y, Z sono tre variabili che si trasformano (al modo delle coordinate) in X', Y', Z'.

Da quest' identità seguono queste altre notissime:

$$\vartheta = \vartheta', \qquad \nabla = \nabla',$$

dove

$$\nabla = \begin{vmatrix} 2\alpha & \nu & \mu \\ \nu & 2\beta & \lambda \\ \mu & \lambda & 2\gamma \end{vmatrix}$$

Si ha quindi anche

$$\frac{d\nabla}{d\alpha}d\alpha + \frac{d\nabla}{d\beta}\delta\beta + \ldots + \frac{\delta\nabla}{d\nu}\delta\nu = \frac{d\nabla'}{d\alpha'}\delta\alpha' + \frac{d\nabla'}{d\beta'}\delta\beta' + \ldots + \frac{d\nabla'}{d\nu'}\delta\nu'$$

dove le variazioni $\delta\alpha$, $\delta\beta$. . . . sono quantità arbitrarie, vincolate alle $\delta\alpha'$, $\delta\beta'$, . . . dall' identità

$$\delta\alpha X^2 + \delta\beta Y^2 + \ldots + \delta\nu XY = \delta\alpha' X'^2 + \delta\beta' Y'^2 + \ldots + \delta\nu' X'Y'.$$

Da questa semplice osservazione risulta immediatamente, scrivendo — A, — B, . . . , — 2G al posto di $\delta\alpha$, $\delta\beta$, . . . , $\delta\nu$, che il potenziale Π, riferito alla nuova terna, è dato da

$$2\Pi' = H\vartheta'^2 + A'(\lambda'^2 - 4\beta'\gamma') + B'(\mu'^2 - 4\gamma'\alpha') + \ldots$$
$$\ldots + 2G'(2\gamma'\nu' - \lambda'\mu'),$$

dove A', B', . . . , 2G' sono nuovi coefficienti dipendenti linearmente dai primitivi A, B, . . . , 2G per mezzo dell' identità

$$AX^2 + BY^2 + CZ^2 + 2EYZ + 2FZX + 2GXY$$
$$= A'X'^2 + B'Y'^2 + C'Z'^2 + 2E'Y'Z' + 2F'Z'X' + 2G'X'Y'.$$ [1])

Ne consegue che il potenziale del mezzo elastico di Green può sempre essere ridotto alla forma canonica

$$(2)' \quad 2\Pi' = H\vartheta'^2 + A'(\lambda'^2 - 4\beta'\gamma') + B'(\mu'^2 - 4\gamma'\alpha') + C'(\nu'^2 - 4\alpha'\beta').$$

1) Questa dipendenza proviene dunque da un' analogia dei coefficienti A, B, ... colle componenti α, β, ... e non già colle X_x, Y_y, . . . , come lascierebbe credere una frase di Lamé (*Leçons sur l'élasticité*, p. 233). L' equivoco è prodotto dal fattore 2 applicato, per puro comodo, ai coefficienti E, F, G.

e ciò mediante quello stesso cambiamento d'orientazione degli assi ortogonali delle x, y, z che riduce alla forma canonica la quadratica

$$(2)_b \qquad Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Eyz + 2Fzx + 2Gxy .$$

Ciò premesso si osservi che se in (2) si suppongono nulle tutte le componenti $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$ ad eccezione di λ, oppure di μ, oppure di ν, si ottiene rispettivamente

$$2\Pi = A\lambda^2, \qquad = B\mu^2, \qquad = C\nu^2:$$

la positività di Π richiede adunque indubbiamente che i tre coefficienti A, B, C sieno tutti *maggiori di zero*. Lo stesso dicasi dei coefficienti A′, B′, C′ nella forma canonica (2)′.

In base a ciò è facile assegnare le condizioni necessarie sufficienti per la positività di Π.

Si consideri dapprima la forma canonica (2)′, dove si è già visto dover essere

$$A' > 0, \qquad B' > 0, \qquad C' > 0 ,$$

talchè basta accertare la positività della quadratica

$$H(\alpha' + \beta' + \gamma')^2 - 4(A'\beta'\gamma' + B'\gamma'\alpha' + C'\alpha'\beta').$$

Dovendo essere

$$H > 0 .$$

(senza di che questa funzione diverrebbe negativa per tutti i valori positivi di α', β', γ') si può porre

$$1 - \frac{2A'}{H} = \mathbf{A} , \qquad 1 - \frac{2B'}{H} = \mathbf{B} , \qquad 1 - \frac{2C'}{H} = \mathbf{C}$$

e considerare l'altra quadratica

$$\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 + 2\mathbf{A}\beta'\gamma' + 2\mathbf{B}\gamma'\alpha' + 2\mathbf{C}\alpha'\beta' ,$$

per la quale il noto processo elementare conduce subito alle due condizioni di positività

$$1 - \mathbf{C}^2 > 0 , \qquad 1 + 2\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{C} - \mathbf{A}^2 - \mathbf{B}^2 - \mathbf{C}^2 > 0 ,$$

equivalenti ad

$$1-\frac{C'}{H}>0,$$

$$2B'C'+2C'A'+2A'B'-A'^2-B'^2-C'^2-\frac{4A'B'C'}{H}>0.$$

Ma la seconda di queste può scriversi

$$4A'B'\left(1-\frac{C'}{H}\right)>(A'+B'-C')^2,$$

e però include la prima; le condizioni di positività della forma canonica di Π sono quindi:

$$H>0,\quad A'>0,\quad B'>0,\quad C'>0,$$

$$4(B'C'+C'A'+A'B')-(A'+B'+C')^2-\frac{4A'B'C'}{H}>0.$$

Per passare da queste condizioni speciali alle generali, basta osservare che i coefficienti canonici A', B', C' sono le radici, sempre reali, dell' equazione di 3° grado in s:

$$\begin{vmatrix} A-s & G & F \\ G & B-s & E \\ F & E & C-s \end{vmatrix}=0,$$

Affinchè queste radici sieno tutte maggiori di zero è necessario e sufficiente che i segni dei coefficienti presentino tre variazioni, cioè che si abbia

$$D>0,\quad d>0,\quad \Delta>0,$$

dove

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} D&=A+B+C=A'+B' \\ d&=a+b+c=B'C'+C'A'+A'B', \\ \Delta&=\begin{vmatrix} A & G & F \\ G & B & E \\ F & E & C \end{vmatrix}=A'B'C' \\ a&=BC-E^2,\quad e=FG-AE, \\ b&=CA-F^2,\quad f=GE-BF, \\ c&=AB-G^2,\quad g=EF-CG. \end{aligned}\right.$$

Il sistema completo delle condizioni per la positività di Π è quindi:

$$(3)_a \qquad H > 0, \quad D > 0, \quad \Delta > 0, \quad 4Hd - HD^2 - 4\Delta > 0,$$

delle quali diseguaglianze la prima, terza e quarta includono l'altra dapprima trovata $d > 0$, che perciò è stata soppressa. (Questa riduzione avrebbe potuto eseguirsi anche prima, sulle cinque condizioni trovate per la forma canonica).

Un' altra ricerca preliminare, necessaria a farsi, è quella della forma che prende il potenziale Π, quand'esso venga espresso per le componenti di pressione, anzichè per quelle di deformazione.

Il calcolo diretto di questa nuova espressione di Π esigerebbe la risoluzione, rispetto ad $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$, delle sei equazioni lineari:

$$(4) \quad \begin{cases} X_x + H\vartheta - 2B\gamma - 2C\beta + 2E\lambda = 0, \\ Y_y + H\vartheta - 2C\alpha - 2A\gamma + 2F\mu = 0, \\ Z_z + H\vartheta - 2A\beta - 2B\alpha + 2G\nu = 0, \\ Y_z + 2E\alpha + A\lambda - F\nu - G\mu = 0, \\ Z_x + 2F\beta + B\mu - G\lambda - E\nu = 0, \\ X_y + 2G\gamma + C\nu - E\mu - F\lambda = 0, \end{cases}$$

ma si può evitare il tedio di siffatta operazione nel modo seguente.

Pongasi per poco

$$(4)_a \quad \Phi = AX_x + BY_y + CZ_z + 2EY_z + 2FZ_x + 2GX_y + DH\vartheta,$$
$$\psi = a\alpha + b\beta + c\gamma + e\lambda + f\mu + g\nu$$

e si osservi che, formando l'espressione

$$\chi = \Phi - 2\psi,$$

si possono sostituire alle equazioni (4) le seguenti:

$$\frac{d\chi}{dA} = \frac{d\chi}{dB} = \frac{d\chi}{dC} = \frac{d\chi}{dE} = \frac{d\chi}{dF} = \frac{d\chi}{dG} = 0.$$

Ora, per essere il determinante Δ diverso da zero $(3)_a$, le quantità a, b, c, e, f, g sono funzioni *indipendenti* delle A, B, C, E, F, G:

dunque le sei equazioni testè scritte possono alla loro volta essere sostituite da queste altre

$$\frac{d\chi}{da}=\frac{d\chi}{db}=\frac{d\chi}{dc}=\frac{d\chi}{de}=\frac{d\chi}{df}=\frac{d\chi}{dg}=0\,,$$

ossia da

$$(4)_b \qquad \begin{array}{lll} \dfrac{d\phi}{da}=2\alpha\,, & \dfrac{d\phi}{db}=2\beta\,, & \dfrac{d\phi}{dc}=2\gamma\,, \\ \dfrac{d\phi}{de}=2\lambda\,, & \dfrac{d\phi}{df}=2\mu\,, & \dfrac{d\phi}{dg}=2\nu\,, \end{array}$$

dove l'espressione di ϕ è da considerarsi come definita dall'equazione:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= (bc-e^2)\,X_x+(ca-f^2)\,Y_y+(ab-g^2)\,Z_z \\ &+2\,(fg-ae)\,Y_z+2\,(ge-bf)\,Z_x+2\,(ef-cg)\,X_y \\ &+(bc-e^2+ca-f^2+ab-g^2)\,H\vartheta\,. \end{aligned}$$

Per agevolare lo sviluppo delle equazioni $(4)_b$ giova scrivere

$$\Delta\frac{d\phi}{da}=\frac{d\,(\Delta\phi)}{da}-\phi\,\frac{d\Delta}{da}\,,\quad \text{ecc.}$$

ed osservare che da

$$\begin{vmatrix} a & g & f \\ g & b & e \\ f & e & c \end{vmatrix}=\Delta^2$$

si ricava

$$2\,\Delta\frac{d\Delta}{da}=bc-e^2=\Delta\,A$$

$$2\,\Delta\frac{d\Delta}{de}=2\,(fg-ae)=2\,\Delta\,E\,,$$

talchè

$$\Delta\frac{d\phi}{da}=\frac{d\,(\Delta\phi)}{da}-\frac{1}{2}\,A\,\phi\,.$$

$$\Delta\frac{d\phi}{dc}=\frac{d\,(\Delta\phi)}{dc}-E\,\phi\,.$$

In base a ciò le sei equazioni $(4)_b$, sviluppate, diventano:

$$c\,Y_y + b\,Z_z - 2\,e\,Y_z + (b+c)\,H\vartheta - {}^1/_2\,A\varphi = 2\,\Delta\alpha\,,$$

. . . .

$$-e\,X_x - a\,Y_z + g\,Z_x + f\,X_y - e\,H\vartheta - {}^1/_2\,E\varphi = \Delta\lambda\,,$$

. . . .

dove ora conviene restituire a φ la sua primitiva espressione $(4)_a$.

Sommando le prime tre di queste equazioni, si trova:

$$d\,(X_x + Y_y + Z_z) + 2\,d\,H\vartheta - {}^1/_2\,D\,\varphi - 2\,\Delta\vartheta$$
$$-(a\,X_x + b\,Y_y + c\,Z_z + 2\,e\,Y_z + 2\,f\,Z_x + 2\,g\,X_y) = 0\,,$$

d' onde, posto per brevità

$$(4)_c \qquad \begin{aligned} &A X_x + B Y_y + C Z_z + 2\,E Y_z + 2\,F Z_x + 2\,G X_y = 2\,\Theta\,,\\ &a\,X_x + b\,Y_y + c\,Z_z + 2\,e\,Y_z + 2\,f\,Z_x + 2\,g\,X_y = 2\,\theta\,,\\ &X_x + Y_y + Z_z = \Pi\,, \end{aligned}$$

si deduce

$$(4)_d \qquad \vartheta = 2\,\frac{D\Theta + 2\,\theta - dP}{4\,Hd - H\,D^2 - 4\,\Delta}\,.$$

Sommando finalmente tutte sei le equazioni, dopo averle ordinatamente moltiplicate per

$$X_x\,,\quad Y_y\,,\quad Z_z\,,\quad 2\,Y_z\,,\quad 2\,Z_x\,,\quad 2\,X_y\,,$$

ed osservando che il secondo membro dell' equazione risultante equivale a $-4\,\Delta\Pi$, si ottiene, mercè la sostituzione del valore $(4)_d$ di ϑ

$$(5) \qquad 2\Delta\Pi = \Theta^2 + H\,\frac{(D\Theta + 2\theta - dP)^2}{4\,Hd - HD^2 - 4\Delta}$$
$$+ a\,(Y_z^2 - Y_yZ_z) + b\,(Z_x^2 - Z_zX_x) + c\,(X_y^2 - X_xY_y)$$
$$+ 2e\,(X_xY_z - Z_xX_y) + 2f\,(Y_yZ_x - X_yY_z) + 2g\,(Z_zX_y - Y_zZ_x)\,.$$

Quest' equazione fornisce la richiesta espressione del potenziale Π in funzione delle componenti di pressione, e le derivate negative di tale espressione rispetto a queste componenti forniscono i valori di $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu, \nu$ espressi per $X_x, Y_y, Z_z, Y_z, Z_x, X_y$, vale a dire quei valori che si sarebbero dovuti ricavare dalle

equazioni (4). È manifesta la correlazione dell' ultimo sestinomio in (5) con quello che figura nella primitiva espressione (2) di Π; come è notevole la forma assai più complicata del primo gruppo di termini della nuova espressione (5).

Ma di quest' ultima particolarità, come d' altre svariate questioni, si dirà in altre Note.

RIVISTA

Comptes Rendus

Fine del 2° semestre 1890. — 1° semestre 1891.

16. 17. — M. CH. FABRY. *Visibilità periodica dei fenomeni di interferenza, quando la sorgente luminosa è limitata.* — Sia un apparecchio interferenziale qualunque, illuminato da una sorgente monocromatica. La parte utilizzata della sorgente è limitata a un certo numero di aperture fatte in uno schermo piano P. Si osservano le frangie in un piano P' all' intorno di un punto di questo piano. L' Autore analiticamente dimostra che se si mette al punto successivamente il cannocchiale di osservazione a differenti distanze, si vedranno le frangie alternativamente nette e confuse. Esse potranno anche sparire completamente se le aperture del piano P hanno una forma conveniente.

Se si fa variare in modo continuo la forma delle aperture si devon vedere le frangie confuse e nette periodicamente; ed in certi casi potranno sparire completamente nell' intervallo di due apparizioni nette.

MM. CHASSAGNY e ABRAHAM. *Ricerche di termoelettricità.* — Gli Autori, nel corso di uno studio sugli elementi termoelettrici, confrontando fra loro più coppie formate di metalli differenti, hanno trovato verificata esattamente la legge dei metalli intermediarii.

18. — M. R. BOULOUCH. *Sul fotometro di* Bunsen. — L' A. presenta una teoria rigorosa del fotometro di Bunsen, precisando le condizioni nelle quali la macchia translucida dello schermo fotometrico cessa di essere visibile; cioè quando lo schermo sembra uniformemente illuminato, la quantità di luce inviata all' occhio da una piccola superficie presa nella parte translucida è uguale alla quantità di luce inviata da un ugual superficie presa nella parte riservata allo schermo. Applicando il calcolo egli esprime

facilmente le quantità di luce che si devono uguagliare. Siano I ed I' le intensità delle due sorgenti, che si possono spostare lungo la normale allo schermo nel centro della macchia; e siano R ed R' le loro distanze allo schermo quando la macchia sparisce dal lato della luce I, per un occhio che osserva sotto una data incidenza α. Siano ρ e ρ' le distanze delle sorgenti allo schermo, quando la macchia sparisce dal lato di I', per l'occhio che guarda sotto l'angolo α. L'A. arriva alla formola

$$\frac{I'}{I} = \frac{R'\rho'}{R\rho}$$

Le esperienze hanno confermato questa formola.

19, 20. — MM. CHASSAGNY e ABRAHAM. *Ricerche di termoelettricità.* — Nel n. 17 è già un resoconto delle prime ricerche degli Autori; ed ora descrivono minutamente tutte le cure che ebbero per le misure della massima precisione nel loro apparecchio. La formola empirica seguente che dà le forze elettromotrici non è ancora quella che può secondo gli Autori raggiungere la massima precisione desiderata, ma basta per dare esattamente il cinquantesimo di grado fra 0° e 100°

$$E_0^t = \frac{at + bt^2 + ct^3}{t + 273} \qquad \begin{aligned} a &= 10^{-3}\,3{,}56604 \\ b &= 10^{-6}\,8{,}3827 \\ c &= 10^{-8}\,3{,}265 \end{aligned}$$

M. A. LEDUC. *Sulla resistenza elettrica del bismuto in un campo magnetico.* L'Autore ha espresso quella resistenza con una formola empirica di terzo grado rispetto alla temperatura; ma la Nota non è suscettibile di un breve sunto.

21. — M. E. BRANLY. *Variazioni della conducibilità sotto diverse influenze elettriche.* — In alcune esperienze l'Autore prese per conduttore uno strato sottilissimo di rame porfirizzato, steso sopra vetro spulito o ebonite. Questo strato passato al brunitoio, ha resistenze variabili da alcuni a molti milioni di ohms. Se si chiude il circuito con un elemento Daniell, un galvanometro e quel conduttore, non passa che debole corrente; ma avviene una forte deviazione quando presso il circuito si hanno scariche elettriche. Per mezzo del ponte di Wheatstone fu verificata tale azione a più di venti metri di distanza. La diminuzione di resistenza persiste spesso più di 24 ore. L'Autore confermò questi resultati ponendo in circuito con una Daniell un elettrometro capillare.

Non è necessario che il circuito sia chiuso durante la scintilla, per verificar poi quel fatto. Il passaggio di una corrente indotta nella sostanza sensibile produce lo stesso effetto di una

scintilla. Il passaggio di una forte corrente continua rende la sostanza sensibile più atta a trasmettere una debole corrente.

M. CH. FABRY. *Visibilità periodica delle frange di interferenza.* — L' Autore applica a due casi semplici la teoria della visibilità periodica delle frange di interferenza da lui pubblicata in una precedente Nota.

22. — M. ULYSSE LALA. *Sulla compressibilità dei miscugli d' aria e di gas carbonico.* — L' A. ha studiato la compressibilità dei miscugli gassosi facendo variare progressivamente le proporzioni dei miscugli e le pressioni. Fra i resultati ottenuti troviamo che « la compressibilità dei miscugli di aria e di gas acido carbonico, quando la quantità di quest' ultimo gas non sorpassa circa il 22 $^{0}/_{0}$ è compresa fra quelle dell' aria e del gas carbonico. Ma questa compressibilità, che dapprima è più vicina a quella dell' aria che a quella del gas carbonico, si approssima a questa a misura che la pressione iniziale relativa al volume 1 cresce in modo da diventare più vicina alla compressibilità del gas carbonico che a quella dell' aria ».

La rappresentazione grafica delle esperienze indica inoltre per dette pressioni superiori ai limiti dell' apparecchio, che la compressibilità del miscuglio tende non solamente ad approssimarsi a quella del gas carbonico ma a diventare ancora più grande.

Ci limitiamo a questi cenni per difetto di spazio.

M. R. SALVADOR BLOCH. *Riflessione e rifrazione nei corpi a dispersione anormale.* — La teoria della riflessione metallica indica un cangiamento di fase dei raggi riflessi e rifratti relativamente al raggio incidente.

L' Autore si è proposto la ricerca delle leggi di tali cangiamenti di fase, variando la grossezza, l' indice ed il potere assorbente della lamina.

Questa nota non essendo suscettibile di un sunto non facciamo che indicarne il soggetto.

23. M. E. H. AMAGAT. *Nuovo metodo per lo studio della compressibilità e della dilatazione dei liquidi e dei gas.* — L' Autore descrive un suo nuovo metodo per esperimentare a temperature fino a 200°, ma a pressioni non superiori a 100 atm. Egli studiò la dilatazione a pressione costante ed a volume costante e riferisce i suoi resultati per l' ossigeno, l' idrogeno, l' azoto e l' aria, presentando quattro diverse estese tavole numeriche. Anche qui un sunto non sarebbe possibile.

24. — M. GOUY. *Sulla propagazione anomala delle onde sonore.* — L' Autore descrisse già nei Conti Resi del Giugno e del

Luglio 1890 i fenomeni di propagazione delle onde luminose, che egli chiamò propagazione anomala; ed ora studia sullo stesso punto di vista le onde sonore.

L' A. considera in una massa d' aria indefinita un punto O, origine di oscillazione, all' intorno del quale le oscillazioni sono uguali in tutte le direzioni, e parte dalle note equazioni che esprimono la velocità v di vibrazione diretta secondo la distanza r da quel punto, e la condensazione s, per mezzo delle funzioni arbitrarie f ed F e delle loro derivate, funzioni di $r + at$ e di $r - at$. Poi immagina una sfera solida di raggio ε col centro in O, che periodicamente si contragga e si dilati, in modo che alla sua superficie si abbia $v = k \operatorname{sen} 2\pi \dfrac{t}{\theta}$. Siccome tal moto è il solo esistente, indicando con n ed m due costanti, l' A. pone

$$v = \frac{n}{r} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \frac{r}{a\theta} + m\right).$$

formula che esprime le note leggi della propagazione delle onde piane o di grande raggio. Con queste due equazioni l' A. imprende a determinare f ed F, ed arriva a due nuove espressioni di v e di s; e per r molto grande trova

$$v = \frac{1}{r} \frac{2\pi k\varepsilon^2}{a\theta} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \frac{r}{a\theta} + \frac{1}{4}\right).$$

confrontando questo valore con quello precedente di v, si vede che il moto ha acquistato un avanzo di un quarto di periodo, relativamente a quello che sarebbe se si fosse sempre propagato con la velocità normale a; e bisogna dunque che in prossimità del centro O la velocità sia maggiore; cosa che è confermata dalle nuove espressioni generali dell' A. trovate per v e per s.

L' A. trova che tutto ciò non è in contraddizione con la nota legge della propagazione di un tremito limitato, secondo le idee comunemente ammesse in questo soggetto; e trova altresì che non contraddice al principio di Huygens nell' ottica, dell' avanzo di un quarto d' onda. Conclude che la velocità di propagazione delle onde periodiche non è costante che come limite, per onde piane o di grande raggio relativamente alla lunghezza d' onda.

25. — M. A. Cornu. *Sul limite ultravioletto dello spettro solare, secondo le fotografie ottenute dal* Dott. Simony *sulla vetta del picco di Teneriffa.* — Già da molto tempo l' Autore ha cercato di scoprire il limite dello spettro solare ultravioletto osservabile con la fotografia. In questa nota, dopo alcune considerazioni, l'A. conclude che la sola via per aumentare le nostre cognizioni sulla

costituzione dello spettro solare al di là di quel limite, è la diminuzione della grossezza atmosferica.

Il Dott. Oskar Simony di Vienna fece nel 1888 un viaggio scientifico alle isole Canarie, e dalla vetta del picco di Teneriffa fece una lunga serie di prove fotografiche dello spettro solare, prove che il Dott. Simony generosamente confidò all' Autore, il quale le esaminò con la maggior cura possibile per prolungare la carta dello spettro normale ultravioletto del sole, carta che l' A. avea già composta con osservazioni a basse altitudini.

Relativamente al limite anzidetto dell' ultravioletto ci si può regolare sia secondo l' ultima traccia visibile in quello spettro, sia secondo il gruppo di strie a partire dal quale cominciano nello spettro ad offuscarsi i dettagli. Questi due modi lasciano dell' incertezza, ma i valori ottenuti sono all' incirca gli stessi.

Prove fotografiche ottenute a

	Altitudine	LUNGHEZZA D' ONDA	
		dell' ultima traccia visibile.	del principio di offuscamento dei dettagli
TENERIFFA	3700m	292,2	293,7
COURTENAY	170m	294,8 (raggio U)	298,0
Differenza	3530m	— 2,6	— 4,3

Da questo quadro si concluderebbe che per prolungare lo spettro solare ultravioletto di una unità (milionesimo di millimetro) bisognerebbe innalzarci di 1358m secondo il primo modo di valutazione, e di 821m nel secondo; ma il primo valore è troppo grande; e per diverse considerazioni l' Autore stima che il secondo numero sia più vicino al vero. L' A. da osservazioni fatte sulle Alpi ottenne invece il numero 868, compreso fra quei due precedenti. Par dunque che si guadagni poco trasportando lo spettrografo sulle alte montagne.

M. FR. L. PERROT. *Ricerche sulla rifrazione e la dispersione in una serie isomorfa di cristalli a due assi.* — L' A. studiò la serie completa dei sali doppi a sei equivalenti di acqua, formata dal solfato di zinco coi solfati dei metalli alcalini, e misurò ancora un sale di magnesia, ed impiegò il metodo della *riflessione totale*, semplificato dal Soret. Si adoprò la luce solare ed il refrat-

tometro del Soret, completato da un meccanismo che permette di girare il cristallo nel piano della faccia tagliata. L' A. presenta un quadro di numerose misure. Il lavoro sarà stampato interamente negli *Archives des Sciences* di Ginevra di quest' anno.

(*1. Semestre 1891*).

1. — M. MOUREAUX. *Sul valore assoluto degl' elementi magnetici nel 1. Gennaio 1891.* — Si tratta dell' Osservatorio del *Parco di Saint-Maur*, e di quello di *Perpignan*. La Nota contiene i valori di quegl' elementi, e quelli della variazione secolare nel 1890.

M. RIGOLLOT. *Sugli spettri di assorbimento delle soluzioni di jodio.* — L' A. ha studiato in quegli spettri lo spostamento della parte assorbita, e la quantità di luce trasmessa; e la Nota, che contiene tavole numeriche, termina concludendo che per i corpi omologhi, o per i composti di uno stesso radicale dissolvente lo iode, si verifica che, quando il peso molecolare aumenta, la striscia di assorbimento si avanza leggermente verso il violetto dello spettro, ed il minimo di luce trasmessa diminuisce.

M. H. CHATELIER. *Influenza della tempra sulla resistenza elettrica dell' acciaio.* — La tempra agisce sull' acciaio modificando lo stato chimico e la interna struttura, ed è importante di studiare a parte questi due effetti, e l' Osmond, in questo studio, si approfittò delle variazioni delle proprietà del carbonio per caratterizzare lo stato chimico del metallo. Ora l' A. procede verso lo stesso scopo, osservando invece la resistenza elettrica. La Nota, con questa prima serie di esperienze, dimostra che con la misura delle resistenze elettriche si può determinare lo stato del carbonio nel ferro ed anche, in certo modo, dosarne la proporzione trasformata nell' acciaio temperato.

2. — M. GUILLAUME. *Soluzione pratica del problema della colonna emergente di un termometro, con l' impiego di una bacchetta correttrice.* — La Nota cominciando con l' osservare che la correzione per la parte emergente della bacchetta del termometro non è trascurabile, e che, fra 300 a 350°, può arrivare anche a 20°, prosegue indicando una formula di correzione adoperata pei termometri dell' Ufficio centrale di Pesi e Misure, e quindi passa alla soluzione pratica. L' A. chiama *bacchetta correttrice* una bacchetta, senza bulbo, contenente mercurio e graduata, trovandosi immersa nel bagno con la sua parte inferiore, e identicamente nelle stesse condizioni della bacchetta di un termometro emergente della stessa quantità. La differenza fra la lettura attuale e quella che corrisponde alla temperatura del bagno può dare la correzione a farsi a quella parte emergente; e si vede facilmente

che se il termometro e quella bacchetta stanno nello stesso bagno, la correzione è data dalla differenza di lettura fra il termometro e la bacchetta, moltiplicata dal rapporto fra la lunghezza dei gradi, nella bacchetta e nel termometro. L' A. narra diverse esperienze che verificarono la precedente conclusione.

M. BRANLY. *Variazioni di conducibilità delle sostanze isolanti.* — L' A. trovò già (*Compt. r.* 1890) che la scintilla e le correnti aumentano la conducibilità dei metalli in polvere. Si hanno resultati simili sostituendo diversi dielettrici all' aria interposta fra le particelle della polvere metallica. Una pasta di limatura metallica e di balsamo del Canadà, colata in una piccola capsula di ebanite tra due bacchette metalliche serventi da elettrodi, indurisce raffreddandosi, e posta nello stesso caso, sopra indicato, la sua resistenza può scendere di più milioni di Ohm, e come per le semplici polveri metalliche, ritornare alla resistenza primitiva, dando piccoli colpi alla capsula che la contiene. L' A. narra diverse altre esperienze dello stesso genere, fatte con la macchina Holtz o con un piccolo rocchetto Ruhmkorff.

M. JOUBIN. ***Proprietà fisiche e costituzione molecolare dei corpi semplici metallici.*** — Secondo la legge di Dulong e Petit, il numero n^3 delle molecole per unità di volume, è proporzionale al prodotto del calorico specifico per la densità.

Se si prende come ascissa la distanza media $1:n$ delle molecole di un metallo, e come ordinata la resistenza specifica ρ corrispondente, si vede esser impossibile di far passare per tutti i punti così determinati una curva continua, ma che due curve semplici soddisfanno al problema separatamente, per due gruppi di metalli, che sono con due quadri indicati nella Nota. Il primo gruppo contiene tutti i metalli diamagnetici, ed il secondo tutti i magnetici. I metalli del primo gruppo sono ordinati in modo che la distanza molecolare *diminuisce* nello stesso tempo della resistenza, il zinco eccettuato: e nel secondo gruppo la distanza molecolare aumenta quando la resistenza diminuisce. Dunque nei diamagnetici le particelle sarebbero più conduttrici del mezzo che le circonda; e il contrario avverrebbe pei magnetici.

Le anzidette curve sono bene rappresentate dalla espressione seguente, ove γ è la conducibilità, ossia il valore inverso della resistenza, ed $N = n^3$.

$$1.^\circ \text{ gruppo, } N^6 = k\,\gamma^{\frac{1}{a\gamma - b\gamma + c}},\ a = 1{,}5,\ b = 0{,}87,\ c = 1{,}04$$

$$2.^\circ \text{ gruppo, } N^6 = k'\left(\frac{1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{a'\gamma^2 - b'\gamma + c'}},\ a' = 0{,}626,\ b' = 0{,}477,\ c' = 1{,}03.$$

Ma per tutti i metalli indicati dall' A., l' esponente nelle due formule differisce *estremamente* poco dall' unità; onde si può dire che: per tutti i diamagnetici la conducibilità è sensibilmente proporzionale alla sesta potenza del numero delle molecole, e per i magnetici è in ragione inversa della stessa potenza di questa distanza. Il confronto fra i poteri termoelettrici conduce l' A. ai medesimi resultati; e così pure considerando i coefficienti di magnetizzazione si ottengono due curve. Infine, riassumendo, tutte le proprietà fisiche dei metalli di uno stesso gruppo dipenderebbero dalla distanza delle loro molecole, ed i due gruppi si distinguerebbero fra loro per la conducibilità *relativa* delle molecole. Ma qui abbiamo riferite le sole cose essenziali contenute nella Nota.

M. E. Mercadier. *Sulla intensità degl' effetti telefonici.* — L' A. (*Compt r.* 1889) mostrò già che per ogni telefono vi ha una data grossezza del diaframma, per la quale si ottiene il massimo di quella intensità. Ora studiando la influenza del diametro del diaframma, l' A. trova la stessa cosa per un dato valore di quel diametro; e che questo valore è tanto maggiore quanto più intenso è il campo magnetico. Per studiare la influenza della intensità di quest' ultimo, l' A. magnetizzò i nuclei di ferro dolce dei rocchetti indotti con elettrocalamite, invece di fissarli sui poli di una calamita, e facendo variare la intensità della corrente che anima l' elettromagnete. Così arrivò ad un limite di intensità del campo, oltre il quale più non varia l' effetto telefonico. Altre esperienze dell' A. dimostrarono che la miglior forma del campo e dei rocchetti, è quella nella quale le linee di forza sono normali alla direzione del filo dei rocchetti, come era a prevedersi. Questi dati danno evidentemente le regole principali per ottenere da un telefono l' effetto migliore.

M. A. Collot. *Apparecchio di proiezione luminosa, applicabile alle bilancie di precisione, per ottenere rapide pesate.* — È spostato il centro di gravità del giogo per diminuire la sensibilità, ed ottenere una velocità maggiore molto. Poi con dei mezzi ottici si aumenta molto l'ampiezza delle oscillazioni, che sono proiettate sopra uno scherma diviso come un quadrante, e le di cui divisioni son vedute per trasparenza. La sorgente luminosa è un becco a gas con un riflettore. La Nota contiene una figura, e la descrizione della pesata.

3. — M. E. Mercadier. *Sulla riproduzione telefonica della parola.* — L' A. analizza la attrazione del metallo, quella delle vocali, e le risonanze diverse del suono telefonico; ma questa Nota non è suscettibile di un breve sunto.

4. — A. Cornu. *Sopra una recente esperienza che determina la direzione delle vibrazioni nella luce polarizzata.* — L' A. comincia

con un poco di storia dell' argomento e ricorda un metodo che fu proposto nel 1867 dal Zenker di Berlino. Ma recentemente il problema esperimentale fu sciolto dal Wener di Strasburgo senza nulla sapere delle ricerche dello Zenker, ma ponendolo sotto una forma leggermente modificata tale da ottenere la soluzione. L' A. per maggior chiarezza fa il seguente confronto coi fenomeni d' acustica.

Comincia col rammentare la esperienza dei nodi e dei ventri, originati dalle onde dirette e da quelle riflesse dal fondo di un tubo, e come si verificano quei nodi con la nota membrana esploratrice. Il Wiener riproduce questa esperienza con le onde luminose fotogeniche, rimpiazzando la membrana con una pellicola fotografica sottilissima, assai trasparente per dar libero passaggio alle due onde che si incrociano alla sua superficie, e nulladimeno impressionabile dalle vibrazioni di amplitudine massima. Con la luce, i piani dei nodi e dei ventri successivi sono separati da un intervallo piccolissimo (un quarto d' onda circa un decimillesimo di millimetro) ma regolando la inclinazione della pellicola si tagliano quei piani obliquamente per aumentare molto la distanza delle loro traccie. Le vibrazioni luminose producono un' impressione sulle linee ove le loro amplitudini si sommano, e non alterano lo strato sensibile sulle linee nodali ove le amplitudini si annullano. Da ciò le vere frangie quando si sviluppa la pellicola come una negativa fotografica. Il Wiener studia con questa pellicola i movimenti vibratori resultanti, esistenti in prossimità di una superficie sulla quale un largo fascio polarizzato si riflette sotto la incidenza di 45°. Le onde incidente e riflessa si tagliano ad angolo retto come nel progetto dello Zenker; le vibrazioni non possono dunque sommare o sottrarre le loro ampiezze che quando le loro direzioni sono parallele e ciò non può aver luogo che nel caso in cui le vibrazioni sono normali al piano di incidenza. Il fascio incidente attraversa un romboide di spato d' Islanda che dà insieme due fasci, l' uno polarizzato nel piano d' incidenza e l' altro nel piano perpendicolare. Allora la pellicola presenta due luoghi contigui, l' uno impressionato in modo uniforme, vale a dire senza traccie di azione mutua, l' altro rigato da frangie, che è quello che corrisponde alla polarizzazione nel piano di incidenza, il che mostra che le vibrazioni sono normali a questo piano.

A. Potier. *Sul principio di Huyghens.* — In un mezzo in cui la velocità di propagazione delle onde è V, l' espressione

$$\frac{d^{\alpha+\beta+\gamma}}{dx^{\alpha}\, y^{\beta}\, z^{\gamma}} \frac{S(R+V_t)}{R}$$

in cui R è la distanza fra due punti A e B, dà la forma delle componenti dello spostamento del punto B per una vibrazione (*ebranlement*) semplice di un tipo particolare, il cui centro di scuotimento è A. La forma più generale si otterrà con una somma di termini analoghi al precedente, mutando α, β e γ. L'A. chiama la vibrazione di ordine p, quando $\alpha + \beta + \gamma = p$.

Sia Σ una superficie che includa A ed escluda B. Partendo da un lemma d' analisi, l' A. trova che la vibrazione ricevuta in B si può ottenere sostituendo, in due maniere diverse, al centro di vibrazione A dei centri fittizii di vibrazione, lungo tutti gli elementi della superficie σ, in ritardo di tempo r/V sul movimento del centro A, essendo r la distanza degl' elementi della superficie dal punto. Cioè, o si può ammettere che le vibrazioni che emanano dai centri fittizii siano del 1° e del 2° tipo soltanto; oppure si può ammettere che da ciascun centro fittizio parton due vibrazioni, ma dello stesso ordine della vibrazione primitiva, e l' altro di un ordine più elevato, di un' unità.

Considerando le cose nel 1° modo, l' A. può dedurne dei resultati conformi a quelli di Poisson, Helmholtz, Kirchhoff; e gli sembra che il considerare le cose nella seconda maniera sia meno comodo pel calcolo.

CH. ED. GUILLAUME. *Teorema relativo al calcolo della resistenza di una derivazione.* — Le cassette di resistenza a doppia entrata (decadi di Carpentier) sono generalmente impiegate per ottenere per addizione di rocchetti dei multipli esatti dell' unità; mentre stabilendo delle derivazioni dei rocchetti fra loro si arriva a dei valori frazionari o a dei sottomultipli dell' unità. Ma in questo caso il numero delle caviglie necessarie, aumentando col numero dei rocchetti, cresce quando la resistenza diminuisce; e l' A. osserva che la resistenza delle caviglie è allora ben lungi dall' esser trascurabile. Dopo aver detto che quando si passano tre o quattro rocchetti il calcolo esatto di una resistenza è laboriosissimo l' A. espone un processo che in questo caso particolare conduce ad un calcolo molto semplice, che egli rende poi ancora più facile introducendo l' ipotesi che le resistenze delle caviglie siano eguali, cosicchè trova subito la formola che dà la espressione di una resistenza in funzione di quelle dei rocchetti e di quella delle caviglie.

Osserva infine che il calcolo è sempre molto semplice qualunque siano i valori delle resistenze sia dei rocchetti che delle caviglie, purchè la resistenza di queste sia molto piccola in confronto di quella dei rocchetti. L' A. conclude col dire che mentre la correzione relativa alle caviglie migliora sensibilmente i resul-

tati quando si mettono i rocchetti in derivazione, pure la variabilità dei contatti lascia sempre dell' incertezza, tantochè se si vuole operare esattamente è necessario servirsi di contatti a mercurio.

5. — M. G. LIPPMANN. *La fotografia dei colori.* — L' A. usò le solite sostanze generalmente adoperate dai fotografi; ma le condizioni indispensabili per ottenere i colori sono, la continuità dello strato sensibile e la presenza di una superficie riflettente a contatto con quello strato. Per *continuità* si intende che nello strato trasparente adoperato non vi siano *grani* visibili neppure al microscopio. Per formare lo strato l' A. adoperò albumina, collodion o gelatina; e come sostanze sensibili il joduro od il bromuro di argento.

La lastra, secca, è posta entro un telaio ove si versa mercurio sopra lo strato sensibile, se la esposizione e lo sviluppo della immagine si fanno come all' ordinario; ed a prova finita ed asciutta appariscono i colori. Si fissa all' iposolfito di soda.

La luce incidente, che forma la immagine nella camera oscura interferisce con luce riflessa dal mercurio, e così si producono i colori delle lamine sottili. Dentro lo strato sensibile si forma un sistema di frange di massima e minima intensità. I massimi soli impressionano lo strato, e restano marcati da dei depositi di argento più o meno riflettenti. Così quello strato resta diviso in una serie di lamine sottili grosse come una semilunghezza d'onda incidente.

In questa seduta dell' accademia (2 febb. 1891) M. Edm. Becquerel fece osservare la grandissima differenza fra il metodo intieramente fisico del Lippmann per riprodurre i colori, ed il suo ben noto processo fotochimico; ed entra ancora in alcuni particolari relativi a questo ultimo modo.

M. CH. ANTOINE. *Nota complementare sulla equazione caratteristica dei gas e dei vapori.* — Nella Nota presentata all' Accademia nel 4 marzo 1890, l' A. cercò dimostrare che quell' equazione è data dalle due relazioni.

$$pv = \mathrm{D}(\beta + t), \qquad \beta = \mathrm{A} - \mathrm{B}\sqrt{p}.$$

Il coefficiente D è sensibilmente costante quando p non è considerevole molto; ed aumenta con le grandi pressioni. Le successive esperienze dell' Amagat introducono delle modificazioni di dettaglio alla relazione che esprime quel coefficiente, ma il principio rimane lo stesso. Per le esperienze presentate all' Accademia nel dì 8 dicembre 1890, l' A. presenta i valori di β e di D, per l' idrogeno, l' aria e l' azoto.

Idrogeno	$\beta = 273{,}0$	$D = 41{,}16 + (0{,}0280 - 0{,}0000\ 5t)p^{1,0}$,
Aria . .	$273{,}6 - \sqrt{p}$.	$2{,}56 + (0{,}00182 - 0{,}000003t)p^{1,1}$,
Azoto . .	$273{,}6 - \sqrt{p}$.	$2{,}73 + (0{,}00196 - 0{,}000003t)p^{1,1}$,

alla condizione che D non discenda sotto i valori seguenti:

Idrogeno	$D = 41{,}19$,
Aria . .	$2{,}837$,
Azoto . .	$2{,}922$,

L' Amagat diede i valori di $\frac{v}{\omega}$ dei volumi v alla temperatura t sotto la pressione p, ai volumi ω alla temperatura zero ed alla pressione normale $p = 1$.

Si ha

$$\frac{v}{\omega} = \frac{p\omega}{pv} = \frac{D(\beta + t)}{p\omega},$$

e secondo le densità ammesse per l' idrogeno l' aria e l' azoto quei volumi ω sarebbero respettivamente, in litri,

$$1219{,}0\,, \qquad 773{,}4\,, \qquad 790{,}6\,.$$

Per mezzo dei valori di D, β ed ω l' A. calcola e presenta una tavola, ove di fronte alle tensioni in atmosfere, da 100 fino a 1000, sono dati i valori del rapporto fra v ed ω secondo l' Amagat, e secondo la teoria dell' A. stesso, a date temperature, per quei tre gas.

6. — M. H. Poincaré. *Sulla esperienza di* M. Wiener. — Vista la grande importanza di quella esperienza, l' A. ricerca quali sono le diverse interpretazioni delle quali essa è suscettibile, perchè non se ne conoscerebbe il vero significato, se si credesse aver essa una sola possibile interpretazione. L' A. riconosce volentieri che i resultati del Wiener, quelli del Carvallo, ed i fenomeni dell' aberrazione, danno alla teoria del Fresnel un alto grado di probabilità, ma nulladimeno non si hanno prove di certezza assoluta. Infatti, che cosa è la quantità fisicamente misurabile che chiamiamo *intensità luminosa?* Si può supporre sia la media energia cinetica dell' etere (come lo suppose M. Cornu) ma si può anche supporre egualmente che sia la media energia potenziale, oppure sia la energia media totale. Queste tre definizioni tornano l' una all' altra nel caso di un' onda unica e piana, o quando le due onde piane si tagliano secondo un angolo molto acuto; ma non è più la stessa cosa per due onde piane che si tagliano ad angolo retto.

Sotto un altro punto di vista, si possono ancor fare più ipotesi; relativamente all' espressione della energia potenziale media. Siano x, y, z le coordinate di una molecola di etere nella sua posizione di riposo, ed $x+\xi$, $y+\eta$, $z+\zeta$ quelle della stessa molecola allontanata dalla sua posizione di equilibrio. Poniamo,

$$\mathrm{H} = \left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\xi}{dy}\right)^2 + \left(\frac{d\xi}{dz}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dx}\right)^2 + \text{etc...} + \left(\frac{d\zeta}{dx}\right)^2 + \text{etc.}$$

$$\mathrm{T} = \left(\frac{d\zeta}{dy} - \frac{d\eta}{dz}\right)^2 + \left(\frac{d\xi}{dz} - \frac{d\zeta}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dx} - \frac{d\xi}{dy}\right)^2$$

$$\Theta = \frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz}.$$

La teoria della elasticità ci dà per la espressione della energia potenziale « localizzata » in un elemento di volume

$$\alpha\mathrm{H} + \beta\mathrm{T} + \gamma\Theta^2,$$

α, β e γ essendo delle costanti. Questa espressione si riduce ad $\alpha\mathrm{H} + \beta\mathrm{T}$, poichè la vibrazione è trasversale, e Θ è nullo. Esaminiamo successivamente queste diverse ipotesi. Se si suppone che la intensità rappresenti la energia cinetica, la esperienza del Wiener dà ragione a Fresnel contro il Neumann. Se si ammette che la intensità rappresenti la energia potenziale, quella esperienza dà ragione al Neumann; ed inoltre obbliga a supporre che il coefficiente β non sia nullo. Se si ammette che la intensità rappresenti la energia totale, quella esperienza dà ragione al Fresnel, ed obbliga a supporre che β sia nullo; ciò che del resto non ha altro inconveniente che quello di non esser d' accordo con la teoria elettromagnetica della luce.

La intensità che si misura nelle esperienze del Wiener, è il poter fotochimico delle radiazioni, ossia la forza che tende a separare gli atomi materiali. Se due atomi sono spinti in un comune moto di traslazione, in modo che le loro velocità sian le stesse in grandezza e direzione, non si vede perchè un simil movimento tenda a separarle l' una dall' altra. Sembra naturale il supporre che la tendenza alla separazione dipenda dalle variazioni periodiche che avvengono nel valore della distanza fra i due atomi, ed è facile rendersi conto della grandezza di queste variazioni. Qui l' A. fa un calcolo che tende a dimostrare la sua asserzione.

7. — M. A. Cornu. *Sulle obbiezioni fatte all' interpretazione delle esperienze di* Wiener. — All' A. dispiace di avere omessa una esperienza del Wiener, apparentemente secondaria ma che risponde alle obbiezioni ultimamente fatte dal Poincarè. L' A. co-

mincia con lo sviluppare brevemente col comune linguaggio gli argomenti contenuti nell'analisi del Poincarè.

Studiando le equazioni differenziali per la propagazione di un'onda piana a vibrazioni trasversali, in un mezzo indefinito, si trovano due grandezze, ugualmente assimilabili alla vibrazione luminosa dei fisici. L'una è lo *spostamento rettilineo* o *vibrazione* di un punto del mezzo, e l'altra è la *linea rappresentativa dello strisciamento relativo di due onde infinitamente vicine.* Tutte e due queste grandezze sono nel piano dell'onda e sono perpendicolari fra loro. Queste due grandezze variano periodicamente col tempo, ma non in modo concomitante, abbenchè le loro ampiezze siano proporzionali; l'una è massima quando l'altra è nulla, e reciprocamente. Esiste dunque fra loro una relazione analoga a quella che lega lo spostamento di una sezione alla sua compressione nella propagazione di uno spostamento lungo un tubo indefinito. La intensità luminosa o l'energia trasmessa per unità di superficie, è rappresentata dal quadrato dell'amplitudine dell'una così bene che per quella dell'altra. Nelle onde a vibrazioni longitudinali e stazionarie formate dalla sovrapposizione di due onde identiche ed in senso inverso, gli spostamenti vibratori si annullano periodicamente nello spazio, secondo piani paralleli (nodi) e sono massimi nei piani intermediari (ventri). Al contrario l'ampiezza delle compressioni si annulla ai ventri ed è massima ai nodi. Nelle onde stazionarie a vibrazioni trasversali, ai nodi, punti di spostamento nullo, l'ampiezza dello strisciamento è massima, ed inversamente ai ventri, ove l'ampiezza dello spostamento è massima, lo strisciamento è costantemente nullo. Così al punto di vista analitico, la simmetria alterna di quelle due grandezze, dirette normalmente nel piano dell'onda, è completa. Nel punto di vista fisico, il raggio luminoso polarizzato è stato assomigliato da Fresnel ad un'onda piana a vibrazioni trasversali, e l'identificazione dei due punti di vista lascia una indeterminazione, che è quella segnalata dal Poincarè nella sua ultima nota e nelle sue lezioni. Si tratta dunque di sapere se è lo spostamento che è perpendicolare al piano di polarizzazione, o se è l'asse di strisciamento. La memorabile esperienza di Fresnel e d'Arago lascia la questione indecisa: infatti allorquando due onde si tagliano sotto un angolo molto acuto, i due spostamenti così come i due assi di strisciamento sono affetti nello stesso modo dalla differenza di fase, e si può dire che interferiscono ambedue nello stesso tempo se le direzioni dello stesso nome sono parallele, oppure che ambedue sono senza apparente azione mutua se sono perpendicolari. La intensità luminosa, qualunque sia la definizione teorica adot-

tata presenta le stesse variazioni. Ma allorquando le onde si tagliano ad angolo retto, se i due spostamenti vibratori sono paralleli, gli assi di strisciamento sono perpendicolari ed inversamente. Dunque, se le vibrazioni interferiscono gli strisciamenti relativi conservano un valor medio costante nello stesso punto dello spazio; inversamente, se gli assi di strisciamento sono paralleli le vibrazioni sono normali fra loro; non vi ha dunque interferenza per gli spostamenti, ma gli strisciamenti hanno un ampiezza variabile con la differenza di fase, e vi ha dunque per essi interferenza. Tale è la traduzione in linguaggio ordinario dell' analisi del Poincarè, e, dice l' A., fino a qui siamo completamente d' accordo.

Esiste egli un mezzo per distinguere nel fenomeno ottico quella delle due grandezze, spostamento o strisciamento, la quale conserva un' intensità costante, da quella la cui ampiezza è variabile? Ciò è dubbioso, osserva il Poincarè, perchè è l' azione fotochimica che serve ad esplorare lo spazio ove si incrociano le onde e non si sa *a priori* qual' è la causa che determina la decomposizione chimica; se è l' energia cinetica, oppure la energia potenziale. Ebbene dice l' A., l' analisi delle esperienze del Wiener decide la questione.

Esiste infatti un fenomeno ove si sa *a priori* la grandezza relativa dello spostamento vibratorio, e corrisponde ad un caso pel quale e Fresnel e Neumann conducono alle stesse conseguenze. È il caso di un corpo di un potere riflettente uguale ad 1, corpo ideale, ma che l' argento speculare rappresenta approssimativamente. In questo caso sotto la incidenza normale il movimento trasmesso al metallo essendo rigorosamente nullo, la vibrazione riflessa è uguale e di segno contrario alla vibrazione incidente. Caso completamente analogo a quello del fondo di un tubo chiuso, considerato nella Nota del Potier.

La onda stazionaria, formata dalla sovrapposizione dell' onda incidente e della riflessa, deve dunque presentare un piano nodale sulla superficie riflettente, piano che è l' origine della serie dei piani nodali che si succedono ad una semi-lunghezza d' onda di intervallo al disopra della superficie. Quanto agli strisciamenti essi si sommano, come le compressioni nel fondo di un tubo chiuso, e la loro ampiezza è massima nel piano nodale.

Il Wiener fece questa esperienza, col dispositivo ordinario degli anelli colorati sotto l' incidenza normale, assicurandosi che le superficie riflettenti fossero bene a contatto per mezzo della legge di successione dei diametri degli anelli. Essendo la superficie piana che dà passaggio all' onda incidente ed all' onda ri-

flessa coperta dalla pellicola fotografica, l'azione della luce determina sotto forma di anelli concentrici, la traccia di una serie di piani distanti di una semi-lunghezza, e al centro d'impressione fotografica è nulla. Non vi è dunque alcuna azione fotografica nel punto ove le due teorie si accordano per affermare l'esistenza di un nodo. Così la lastra fotografica è affetta unicamente dagli spostamenti vibratori, vale a dire dall'energia cinetica del mezzo, e non dalle forze corrispondenti agli strisciamenti relativi o dall'energia potenziale del mezzo. L'A. conclude che l'esperienza del Wiener indica con certezza come vera la teoria di Fresnel.

G. Defforges. *Sulla resistenza dei diversi gas al movimento di un pendolo.* — L'A. fece già conoscere all'Accademia la legge che rappresenta la variazione relativa, della durata di oscillazione di un pendolo in funzione della pressione H, e quindi della densità d dell'aria

$$\frac{\Delta T}{T_0} = Pd + R\sqrt{d} \quad \text{e siccome} \quad d = DH,$$

se D è la densità dell'aria alla pressione normale presa come unità si ha

$$\frac{\Delta T}{T_0} = PDH + R\sqrt{DH} \;.\;.$$

L'A. esperimentò per sapere come variavano P ed R in altri gas facendo oscillare un pendolo variando le pressioni, e trovò che P ed R per lo stesso pendolo rimanevano invariate; ma naturalmente dipendevano dalla forma del pendolo. Dopo questo l'A. passa a delle considerazioni teoriche ove rammenta le equazioni generali dell'idrodinamica, nelle quali entra un coefficiente da Stokes chiamato coefficiente di attrito interno. Come è noto, la integrazione di quelle equazioni è molto difficile, ma lo Stokes pervenne ad eseguirla in alcuni casi, ammettendo che lo strato del fluido immediatamente in contatto col corpo oscillante vi abbia una perfetta aderenza, ed ottiene delle formole approssimate che limitandoci ai primi termini rientrano nella forma esperimentale più sopra indicata. Per un cilindro si avrebbe

$$\frac{P^2 T}{R^2} = \frac{\pi a^2}{2\mu g},$$

dove T è il periodo e a il raggio del cilindro.

Ora l'esperienza dimostra che per ognuno dei due pendoli di Brunner (lungo e corto) P ed R hanno lo stesso valore per

tutti i gas; ed il rapporto $\frac{P^2T}{R^2}$ è lo stesso per i due pendoli, ambi cilindrici e R^2 dello stesso raggio, benchè di lunghezze diverse. Se dunque quel coefficiente non dipende che dall' attrito interno, e se la suddetta aderenza di quello strato di gas si verifica per tutte le pressioni, bisognerebbe concludere che quel coefficiente è una caratteristica dello stato gassoso indipendentemente dalla natura chimica. Ma tutto ciò sarebbe in contradizione con le conclusioni risultanti da antiche e da recenti esperienze; perchè secondo queste quel coefficiente varierebbe secondo la natura del gas.

A. Potier. *Osservazioni riguardo alla Nota del* Poincarè *sulla esperienza di* O. Wiener. — L' A. comincia dall' osservare che mentre in acustica per studiare le onde dette *stazionarie* si posseggono due mezzi, e cioè la *membrana di Savart*, che resta immobile ai nodi, e la *capsula manometrica di Koenig*, la cui fiamma resta invariabile ai ventri; in Ottica invece non si sa *a priori* a quale dei due apparecchi si può paragonare la retina o una lamina sensibilizzata. Il poter decidere su questo riguardo è cosa di capitale importanza perchè in sostanza le notevoli esperienze del Wiener potrebbero servire, come ha fatto notare il Poincarè, a confermare l' una o l' altra delle due teorie di Fresnel o di Neumann, secondochè si ammettesse che la pellicola impressionabile subisse la massima azione ai ventri, oppure ai nodi. E l' A. imprende a dimostrare con un interessante ragionamento che nel caso dell' incidenza normale sopra una superficie opaca che abbia il potere riflettente eguale all' unità (superficie ideale a cui si approssimano peraltro i metalli ed in special modo l' argento) si può concludere che i piani nei quali il Wiener ha trovato che l' azione fotografica è nulla sono piani nodali, ciò che conferma la teoria di Fresnel. Di più l' A. non contradice al Poincarè che in un mezzo indefinito sia impossibile scegliere fra le due ipotesi di Fresnel e di Neumann, ma osserva che questa impossibilità scompare quando si considera un mezzo limitato e si è obbligati a porre delle condizioni alla superficie, come appunto accade nelle teorie della riflessione e della rifrazione. Ed è cercando le condizioni per una superficie dotata di un potere riflettente vicinissimo all' unità che l' A. trova la conferma analitica del suo ragionamento fatto precedentemente per mostrare che i piani dove l' azione fotografica è nulla sono piani nodali.

M. Multzer. *Variabilità del numero di vibrazioni delle note musicali, secondo le loro funzioni.* — Il Cornu e il Mercadier hanno constatato che le note musicali non hanno sempre i mede-

simi numeri di vibrazioni. Infatti, secondo il modo in cui una nota sarà condotta in una melodia, o accompagnata in un seguito di accordi, questa nota potrà avere delle funzioni differenti; essa farà parte di accordi differenti e potrà essere un po' più alta o un po' più bassa della nota del medesimo nome nella gamma. L' A. dimostra che queste variazioni, sebbene poco notevoli, bastano per semplificare assai certi accordi, per stabilire fra le loro note dei rapporti meno complicati, per rendere molto più giusti i suoni risultanti, come pure per stabilire una relazione tra i movimenti delle note che da un accordo passivo ad un altro. X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Philosoph. Magazine, Vol. XXIX. 1890.

H E. J. G. Du Bois. *Sulla magnetizzazione in campi molto intensi a diverse temperature.* — Da recenti esperienze fatte da Ewing e Low col metodo così detto dell'istmo (*Phil. Trans.* 1889) resulterebbe che non esiste un limite per l'induzione magnetica, che fu portata a valori superiori a 45000 unità C. G. S. e che la magnetizzazione rimane sensibilmente costante in tutto il campo magnetico studiata, da 2000 a 20000 C. G. S.

L' A. ha intrapreso delle ricerche per verificare, con metodo diverso da quello dell' istmo, cioè con un metodo ottico basato sul fenomeno di Kerr, i resultati precedenti; ed ha anche studiato l' effetto della temperatura su quei campi così intensi, specialmente in considerazione delle recenti applicazioni delle teorie termomagnetiche alla costruzione di motori come quelli di Stefan, Edison, ecc.

Le esperienze furon fatte sul ferro dolce di Svezia, sull'acciaio fuso inglese temperato, sul nichel temperato e sul cobalto fuso. I nuclei, in forma di ovoidi allungati, eran mantenuti, entro opportuno rocchetto, alla temperatura di 0° per mezzo di ghiaccio, o a quella di 100° per mezzo di vapor acqueo.

Invece di rappresentare i resultati al modo solito, tracciando la curva della magnetizzazione I, l' A studiò la curva della magnetizzazione specifica S, cioè del rapporto fra la magnetizzazione I e la densità del nucleo; perchè il magnetismo essendo un fenomeno essenzialmante molecolare, deve riferirsi piuttosto all' unità di massa, che contien sempre lo stesso numero di molecole, che all' unità di volume.

Le curve relative alla temperatura di 0° coincidono quasi dappertutto con quelle relative a 100°; la differenza si fa sensibile soltanto per grandi valori della intensità magnetica del campo.

Per un valore costante del campo magnetico (circa 900 C. G. S.) la magnetizzazione specifica decresce al crescere della temperatura. La curva così ottenuta pel nichel si abbassa meno rapidamente di ciò che accade per campi magnetici più deboli; quindi in campi infinitamente intensi è probabile che la magnetizzazione di tutti i metalli anzi detti cominci col diminuire lentamente al crescere della temperatura, per avvicinarsi senza discontinuità a valori praticamente evanescenti.

Dall' esame dei resultati ottenuti l' A. conclude che senza alcun dubbio le curve della magnetizzazione specifica, specialmente quelle pel cobalto e pel nichel, mostrano la tendenza a un valor limite della magnetizzazione. Questo limite non fu tuttavia raggiunto in nessun caso; ma è da osservare che a 100° i valori della magnetizzazione I non hanno sorpassato 1630, 1200, 530 C. G. S. respettivamente per l' acciaio, pel cobalto e pel nichel.

L' A. ha studiato anche l' acciaio con manganese, e lo ha trovato di struttura così eterogenea, da non consigliarne l' uso in apparecchi di misura.

J. S. Haldane e M. S. Pembrey. *Metodo perfezionato per determinare l' umidità e l' anidride carbonica dell' aria.* — È il solito metodo di assorbimento con pomice imbevuta d' acido solforico, e con soda caustica; ma gli A. indicano dettagliatamente le disposizioni da darsi agli apparecchi e le cure da usarsi per ottenere resultati precisi.

C. Barus. *Sul cambiamento dell' ordine di grandezza della viscosità assoluta nel passaggio dallo stato fluido a quello solido.* — In un precedente lavoro, eseguito insieme col Dott. Strouhal (*Pill. Journ.* 33, 1887) l' A. indicò come la viscosità relativa di due solidi possa esser determinata in funzione delle aree che respettivamente devono avere le sezioni dei due corpi, perchè alla superficie di unione di due fili o di due sbarre soggette a torsioni opposte sia nulla la deformazione. Se ora si suppone che uno dei fili sia solido, e l' altro sia di un liquido molto vischioso, se la viscosità di questo si può misurare col metodo della traspirazione, è evidente che si può col metodo sopra accennato trovare anche la viscosità del solido.

L' A. ha misurato da prima la viscosità della glu marina (cemento fatto con gomma e ceralacca) facendola passare attraverso un tubo capillare che da una parte aveva un imbuto riempito di quel cemento, e dall' altra era saldato a un pallone di vetro ove era fatto il vuoto. Lasciato per 7 mesi sotto l' azione della pressione atmosferica, il cemento penetrò per 35 mm. entro il tubo;

e dalle dimensioni del tubo, colla formula di Poiseuille si ha così per la glu marina a 25° il coefficiente di viscosità

$$\eta = 2 \times 10^{8} \ g/c.s.$$

Per la paraffina a 25° non fu possibile osservare nessun movimento entro il tubo capillare; quindi per essa deve aversi $\eta > 2 \times 10^{11}$.

Mediante il resultato trovato per la glu marina, furon potuti determinar facilmente i valori di η per i solidi, sia col metodo di confronto anzidetto, sia anche con misure assolute eseguite direttamente con un nuovo metodo immaginato dall' A. I resultati ottenuti mostrano che per i solidi, come l' acciaio e il vetro, i coefficienti di viscosità hanno valori compresi fra 10^{11} e 10^{20} unità assolute g/c. s.; mentre per i gas e i vapori sono dell' ordine di 10^{-5} e per i liquidi variano da 9×10^{-4} per l' etere a 30°, a $1,0 \times 10^{-2}$ per l' acqua a 20°.

J. J. THOMSON. *Sul passaggio dell' elettricità attraverso i gas riscaldati.* — Secondo una teoria già esposta dall' A. nel 1883, la scarica elettrica nei gas deve essere accompagnata dalla scomposizione delle molecole in atomi che si caricano ugualmente e di nome opposto, e l' elettricità deve esser trasportata da un punto all' altro per mezzo degli atomi. La facilità della scomposizione delle molecole nei loro atomi deve determinare la maggiore o minore conduttività dei gas.

Da numerose ricerche fatte ad altissime temperature con dei gas racchiusi entro un cilindro di platino, nel qual cilindro gli elettrodi, pure di platino, erano isolati mediante tubi di vetro, l' A. ha riconosciuto che infatti la conduttività dei gas, studiata per mezzo di un galvanometro, è tanto maggiore quanto più è facile la loro dissociazione. Ma la dissociazione prodotta dal riscaldamento è, secondo l' A. di due specie: una nella quale si rendon liberi o degli atomi o dei gruppi non saturi, come nel caso di HÇl, J, Cl, Br, ... ; e un' altra dove le molecole si scompongono in altre più semplici, come NH_3 che si scompone in molecole di azoto e in molecole di idrogeno; l' acqua in molecole di idrogeno e in molecole di ossigeno, etc. La prima dissociazione è sempre accompagnata da conduttività dei gas; l' altra no, o appena.

L' A. ha osservato di più che, eliminando ogni causa d' errore, non si presenta alcuna polarizzazione degli elettrodi coi gas buoni conduttori e coi vapori di J, HJ, HCl, Na e K; e poichè la polarizzazione corrisponde al lavoro che occorre per scomporre gli elettroliti nei relativi joni, le molecole dei gas riscaldati potrebbero essere di già scomposte.

W. R. Dunstan e T. S. Dymond. *Apparecchio per la distillazione del mercurio nel vuoto.* — Gli A. hanno modificato l'apparecchio del Clark (*N. Cim.* 15, pag. 84), in modo che sia di più facile manipolazione, e meno voluminoso; e con la forma adottata si ha anche il vantaggio che il residuo del mercurio che non distilla è ridotto a circa 20 c^3, mentre cogli apparecchi usati generalmente quel residuo varia da $^1/_4$ a $^1/_2$ litro.

F. J. Smith. *Nuova forma di cronografo elettrico* — È un apparecchio assai utile, ma che non si può descrivere senza l'aiuto di disegni.

H. Tomlinson. *Sul punto critico del* Villari *nel ferro e nel nichel.* — La permeabilità del ferro, come ha dimostrato il Villari, è aumentata da una trazione longitudinale, purchè la forza magnetizzante non sorpassi un certo limite; al di là di quel limite la trazione, fa diminuire la permeabilità. Il valore della forza magnetizzante per la quale la trazione non produce alcun cangiamento nella permeabilità, è stato chiamato punto critico del Villari.

Nessuno aveva osservato che il nichel possiede un punto critico analogo; e l'A. l'ha scoperto studiandone la magnetizzazione temporaria. Egli ha studiato anche la variazione dei punti critici del Villari dovuta ai cambiamenti della trazione, tanto pel ferro che pel nichel, e ha ricercato l'influenza di una trazione permanente su quei punti.

Le esperienze furon fatte per mezzo di un galvanometro balistico, studiando la permeabilità per diverse cariche conservando la medesima forza magnetizzante; per ogni carica si chiudeva e si apriva il circuito finchè le oscillazioni galvanometriche relative alla chiusura e all'apertura non fossero divenute uguali, e allora la deviazione era presa come misura dell'induzione per la carica data.

L'A. ha trovato che per il ferro rincotto il valor critico della forza decresce al crescere della carica, e che il punto critico è molto più basso per la magnetizzazione temporaria che per quella totale. Per una forza magnetizzante data, vi sono in generale due cariche che non hanno effetto alcuno sulla magnetizzazione temporaria.

Per il nichel che non ha subito trazione il valore critico della forza è molto maggiore che pel ferro: è circa 114 unità C. G. S. per una carica di 10 Cg su un filo di mm. 0,8 di diametro, e 67 per una carica di Cg 6,6. Per una forza di 21 unità non vi ha punto critico.

Un filo di ferro sottoposto a trazione permanente non ha punto critico per forze che variano da 0,03 a 0,3, e tutte le curve rap-

presentative del fenomeno sono identiche: tuttavia una differenza notevole esiste fra le osservazioni fatte durante l' applicazione della carica, e quelle fatte senza la carica.

G. Gore. *Su un nuovo metodo e su un nuovo campo di ricerche chimiche.* — Due pile Zn - Pt - acqua distillata si pongono in opposizione in un circuito contenente un galvanometro di 100 ohm di resistenza, e a una delle pile si aggiunge tal quantità di HCl, p. es. fino a che l' equilibrio al galvanometro sia rotto; di poi si ristabilisce l' equilibrio adoprando una soluzione contenente una unità in peso di una stessa sostanza per pila, e si aggiunge di nuovo a una pila quella quantità della medesima sostanza, che è necessaria a turbar l' equilibrio; e così via: si potrà in tal modo costruire delle curve che indichino le relazioni fra le quantità delle sostanze aggiunte e le corrispondenti f. e. m. delle differenti soluzioni usate.

Le curve ottenute dall' A. per un gran numero di casi mostrano che esse sono caratteristiche di ciascuna sostanza, e che il metodo anzi detto può servire per scoprire differenze e cambiamenti prodotti nelle soluzioni dalla luce, dal calore, dalle azioni chimiche; per scoprire e misurare differenze molecolari e chimiche in liquidi isomeri, e per molti altri soggetti di studio.

S. U. Pickering. *La natura delle soluzioni.* — Questa Memoria contiene i dettagli delle ricerche che furono accennate dall' Arrenius (cfr. *N. Cim.* 28, pag. 86).

M. T. Mother. *Sulla forma dei rocchetti mobili usati negli strumenti di misura.* — L' A. ha determinato qual' è la forma più conveniente per la sezione orizzontale dei rocchetti oscillanti usati nei galvanometri D' Arsonval, negli elettrodinamometri, nei wattmetri etc. Supponendo costante il periodo e il momento di inerzia rispetto all' asse di rotazione, l' A. dimostra che per gli strumenti usati col metodo dello zero, la miglior forma della sezione è quella di due cerchi tangenti alla direzione del campo di deviazione, nel punto attorno al quale ruota il rocchetto.

La Nota è accompagnata da una tavola che dà, per differenti forme della sezione, i momenti relativi della deviazione per un momento d' inerzia uguale all' unità, supponendo i rocchetti di ugual lunghezza e costante la densità della corrente elettrica. Da quella tavola resulta che i rocchetti ordinari dei galvanometri del D' Arsonval non dànno che il 45 % circa del momento massimo di deviazione, e i dinamometri Siemens ordinari dal 40 al 53 % per un momento d' inerzia uguale all' unità.

C. Runge. *Su un metodo per distinguere le coincidenze reali dalle accidentali fra le linee di diversi spettri.* — L' A. fa osser-

vare che se il metodo indicato da Love (*N. Cim.* 25, pag. 174) può bastare a riconoscere se la coincidenza fra le linee di due spettri è soltanto accidentale, quando cioè la curva che rappresenta la distribuzione delle differenze fra la lunghezza d'onda delle linee corrispondenti non ha l'andamento della curva degli errori

$$y = \frac{2c}{\sqrt{\pi}} e^{-c^2 x^2}$$

non serve a riconoscere se la coincidenza è reale; perchè egli dimostra che con quel metodo si potrebbe concludere la coincidenza reale fra linee di spettri assolutamente diversi. Egli mostra peraltro che se si può trovare il valore di c nella equazione che rappresenta la distribuzione delle differenze, si può avere un'indicazione più precisa sulla realtà della coincidenza.

L'A. termina facendo notare che non è certa nemmeno la prova che il Love addusse in favore del suo metodo col mostrare la coincidenza fra le lunghezze d'onda delle linee dello spettro del vapor acqueo con quelle che col teorema del Grünwald (*N. Cim.* 25, pag. 82) si deducono dallo spettro dell'idrogeno; perchè guardando alla distribuzione delle differenze, si potrebbe colla stessa sicurezza asserire che le lunghezze d'onda delle linee del vapor acqueo sono uguali p. es. alle mantisse dei log. sen. da 9°,43' a 12°,4'.

G. J. Stoney. *Sulla struttura dei mezzi, e sulla non esistenza della densità nell'etere elementare.* — Nelle ricerche dell'ordinaria dinamica si devono spesso eseguire delle integrazioni che si estendono a tutto un corpo che si considera, o alla sua superficie; e perchè quelle integrazioni sieno permesse si fanno tacitamente delle ipotesi, che non si accordano con ciò che esiste realmente in natura. Per es. nel considerare un elemento di volume $dx\ dy\ dz$ si suppone che il corpo di cui si tratta si possa suddividere in elementi piccoli quanto si vuole, e uguali l'uno all'altro sotto ogni rapporto; ciò che evidentemente non è vero, se si rammenta l'ipotesi comunemente ammessa sulla costituzione della materia. Le integrazioni che contengono l'elemento $dx\ dy\ dz$ condurranno perciò a resultati esatti solamente se si può dimostrare che il resultato ottenuto da

$$\iiint \phi\,(x, y, z)\ dx\ dy\ dz$$

è identico a quello fornito dalla sommazione $\Sigma\,\phi\,(x, y, z)\ \Delta x\ \Delta y\ \Delta z$, ove ognuno dei volumi $\Delta x\ \Delta y\ \Delta z$ è grande assai da includere

un numero immenso delle operazioni che si compiono realmente nel mezzo considerato.

Lo stesso accade anche per le considerazioni che si fanno relativamente all' etere luminifero, cioè rispetto a ogni mezzo che abbia una determinata struttura, e i cui elementi sieno in moto come si suppone per gli atomi e per le molecole dei corpi ponderabili.

Ciò che precede non è applicabile allo spazio in sè stesso, che l'A. indica col nome di etere elementare. Le porzioni di questo spazio, per quanto piccole, son tutte identiche fra loro, con esattezza matematica; e quindi la distinzione fra diverse parti di esso, che nei corpi ponderabili è significata dal concetto di densità, qui non esiste, e nell' etere elementare l' elemento di volume è anche l' elemento di massa.

S. U. Pickering. *Sulla teoria della pressione osmotica, e sulla sua relazione colla natura delle soluzioni.* — L' A. ritiene che, data la validità delle premesse, le conseguenze dedotte da Arrenius, van 't Hoff, e altri, relativamente alla pressione osmotica (cfr. *N. Cim.* 23, pag. 276) sieno matematicamente corrette; ma non crede che le ipotesi da cui dipendono quelle premesse si possan ritener tali da poter servire a stabilire una teoria fisica delle soluzioni.

La misura diretta della soluzione osmotica è stata fatta in pochi casi, e tutti per sostanze affatto disadatte a mostrare l' esistenza delle azioni chimiche che posson aver luogo; ma fra i fenomeni che hanno attinenza colla pressione osmotica, quello che ha richiamato la maggiore attenzione è l' abbassamento del punto di congelazione di un solvente per l' aggiunta di sostanze estranee; e l' A., esaminando i fatti sperimentali che vi si riferiscono, trova che tutti contradicono le deduzioni che si trarrebbero dalla teoria della pressione osmotica; e perciò ritiene che quella teoria non si possa riguardare come definitivamente stabilita.

F. J. Smith. *Alambicco per distillare rapidamente il mercurio nel vuoto.* — L' innovazione consiste nell' aver reso fisso il serbatoio del mercurio da distillarsi, attivando il funzionamento coll' aspirazione dell' aria dal tubo d' efflusso per mezzo di una macchina pneumatica, che cessa di agire quando il mercurio è salito nel recipiente superiore, ove è scaldato al solito modo con una fiamma circolare a gas.

C. A. Carus-Wilson. *Sulla distribuzione degli efflussi in un solido deformato.* — L' A. determina la deformazione che subiscono gli elementi lineari di una sbarra soggetta a trazione longitudinale, uniforme, e trova che i resultati teorici son confermati

da quelli sperimentali che si osservano se si rende evidente quella deformazione in una sbarra di rame, per mezzo di un reticolato di rette ortogonali fra loro tracciato sulla sua superficie.

M. F. Osmond. *Considerazioni sul magnetismo permanente.* — Secondo l' A. il ferro esiste in due stati fisici; quello di ferro dolce, o ferro α e quello di ferro duro, o ferro β. La specie β, che è prodotta dal riscaldamento, dalla tempera, o dall' elettrolisi, non è magnetica; la specie α, magnetica, si ottiene col rincuocimento prolungato.

In un pezzo d' acciaio le molecole β formano, secondo l' A., un' orditura rigida, nella quale sono strette le molecole α sotto l' influenza della forza magnetica, e il magnetismo permanente dipende dal grado di compattezza di quell' orditura. Il magnetismo permanente sarà massimo quando le due varietà di molecole esistono in quantità uguali.

Se l' acciaio contiene carbonio e manganese in proporzioni considerevoli, le molecole son quasi interamente della specie β, ed è quasi impossibile di render l' acciaio magnetico.

Quando un pezzo d' acciaio ordinario si tempera, gli strati superficiali, raffreddandosi più presto, contengono molecole β in proporzione maggiore di quelli interni; e quindi, per un certo grado di durezza, una lamina magnetizzata è un magnete permanente migliore di un pezzo massimo, se gli strati esterni della lamina racchiudono più molecole α che molecole β; ma può avvenire il contrario per una durezza molto grande.

Wied. Ann. der Phys. und Chem. Vol. XL e XLI. 1890.

Vol. XL. (Continuazione). — M. Plauck. *Sulla differenza di potenziale fra due soluzioni diluite di elettroliti binari.* — In questo lavoro, che si riferisce a quello già pubblicato sulla produzione di elettricità e di calore negli elettroliti (*N. Cim.* 29, pag. 80) l' A. indica come si possa calcolare la differenza di potenziale anche pel caso più generale di due soluzioni di un numero qualunque di elettroliti binari.

E. Cohn. *Sulla sistematica della teoria dell' elettricità.* — Quantunque l' A. ritenga che una esposizione sistematica completa della teoria dell' elettricità, colla quale dalle leggi più semplici e più generali si possan dedurre tutti i fatti sperimentali, sia già stata data da Hertz (*N. Cim.* 28, pag. 173), pure ha creduto opportuno di pubblicare gli studi che egli ha fatto sul medesimo soggetto, ma in modo diverso da Hertz. La differenza consiste nel non comprendere fra i concetti fondamentali quelli della massa

magnetica ed elettrica della costante dielettrica e di quelle magnetiche, e della conduttività; e nel partire invece da quelle sole grandezze che si posson definire meccanicamente per mezzo dei concetti di lunghezza, massa e tempo, e per quanto si riferisce alle costanti nel considerar soltanto quella che si dicono costanti interne del corpo.

Egli tratta così dello stato stazionario, dei fenomeni statici, delle correnti stazionarie e dello stato variabile senza correnti d'insieme; e per i concetti sopra indicati di massa elettrica, etc. trova le stesse proprietà, per mezzo delle quali essi son definiti nei trattati conosciuti, ai quali perciò si riferisce per quanto resta a completare la trattazione del soggetto.

E. Wiechert. *Due modi per facilitare le osservazioni delle onde elettrodinamiche.* — Le scintille del risonatore di Hertz si osservano difficilmente, per la loro debole intensità luminosa. Le difficoltà son molto diminuite se tali scintille si osservano con un microscopio che lasci giungere all'occhio un grosso cono luminoso che parta da esse. L'A. ha ottenuto ciò servendosi di un sistema ottico formato dal sistema di lenti che si adopra nel microscopio a polarizzazione per le osservazioni nella luce fortemente convergente e da un obiettivo da cannocchiale. Quel sistema aveva l'ingrandimento di 50 diametri; e quantunque le immagini che dà sieno poco nette, pure permette di osservare comodamente in una stanza illuminata quelle scintille, che ad occhio nudo sono con grande difficoltà visibili nell'oscurità perfetta.

L'altra disposizione è simile a quella indicata dal Boltzmann (*N. Cim.* 29, pag. 179) e consiste nell'osservare i movimenti delle foglie di un elettroscopio che è unito a una delle parti del conduttore secondario.

W. Voigt. *Sulla combinazione di due suoni semplici.* — Com'è noto, dalla composizione di due suoni semplici, i cui numeri di vibrazione al secondo sieno n_1 e n_2, con $n_1 < n_2$, secondo Helmholtz, si posson percepire dei suoni corrispondenti a $n_2 - n_1$ e $n_2 + n_1$ vibrazioni; mentre secondo König si percepiscono le note $n_2 - v n_1$ e $(v+1) n_1 - n_2$, essendo v un intero tale che $v n_1$ e $(v+1) n_1$ rappresentino i suoni armonici della nota inferiore, fra i quali è compresa la nota superiore.

L'A. discutendo i casi in cui si presentano i massimi e i minimi dell'equazione che rappresenta la composizione di due movimenti pendolari, trova che anche nei casi in cui è applicabile il principio della coesistenza delle piccole vibrazioni, si possono ottenere, secondo le circostanze, tanto i suoni di combinazione, per somma e per differenza, dell'Helmholtz, quanto quelli

dei battimenti, del König; e che le condizioni che si richiedono per la loro produzione si hanno sicuramente nelle esperienze del König, molto probabilmente in quelle di Helmholtz. Quanto più la forza viva della vibrazione corrispondente alla nota più acuta è diversa da quella dell'altra nota, e tanto più si indeboliscono i suoni di combinazione di Helmholtz, e si rinforzano quelli dei battimenti del König, e viceversa.

A. WINKELMANN. *Sulla dispersione anormale di vetri colorati.* — Con vetri fortemente colorati, e fabbricati appositamente, di cobalto, di uranio e di didimio, l'A. ha potuto osservare, col metodo degli spettri incrociati, la dispersione anormale, che è nel rosso e nel verde pel vetro di didimio, nel rosso fra il giallo e il verde e al principio del bleu per quello di uranio, e all'estremità del rosso verso il violetto, e nel verde per quello di cobalto. I fatti osservati corrispondono pienamente alle indicazioni del Kundt sulla dipendenza fra le righe di assorbimento e gli indici di refrazione.

E. LÖMMEL. *Fosforofotografia dello spettro ultra-rosso.* — Se lo spettro solare cade sulla superficie di una sostanza fosforescente, resa prima debolmente luminosa, per es. su uno schermo coperto di colore luminoso di Bolmain, una parte del violetto e i raggi ultravioletti eccitano ancora più la luminosità della sostanza; le rimanenti parti invece indeboliscono la luce già esistente.

Draper aveva mostrato che mediante una lastra preparata per la fotografia, applicata sopra la sostanza fosforescente, si può avere una fotografia dello spettro; ma la luce laterale, che egli credeva di non poter mai eliminare completamente, gli aveva impedito di ottenere una prova ben netta. L'A. ha in vece osservato che tale difficoltà non si presenta per le ragioni ove la luce già esistente è indebolita e insieme al sig. L. Fomm è riuscito a ottenere delle prove ben nette dello spettro solare ultra-rosso, ottenuto già con prismi di cristallo di tallio o di flint, sia con un reticolo del Rowland.

A. WINKELMANN. *Osservazioni alla Memoria del sig.* Donle "*Su un metodo per determinare la costante dielettrica coll' uso dell' elettrodinamometro* Bellati-Giltay. — L'A. fa osservare che, pel caso dell' alcole specialmente, il non aver tenuto conto della curvatura che subiscono le pareti laterali del recipiente che contiene il liquido, per effetto della quale lo spessore del dielettrico è diverso da quello introdotto nei calcoli, i valori delle costanti dielettriche posson esser lontani assai dal vero. Per es. l'A. mostra come dalle esperienze fatte in proposito usando il telefono

invece dell' elettrodinamometro (*N. Cim.* 28, pag. 170) la costante dielettrica dell' alcole, tenendo conto di quella curvatura è 23,9; non tenendone conto resulterebbe 103,4.

Il Donle non si occupò di quella correzione basandosi su un' osservazione del Boltzmann, che l' A. fa vedere per altro che non si poteva applicare al caso considerato.

Vol. XLI. — E. Warburg. *Sulla teoria della polarizzazione galvanica, e specialmente sui fenomeni elettro-capillari.* — Determinatovi da alcune osservazioni fatte a proposito di altre ricerche sulla polarizzazione (*N. Cim.* 28, pag. 177) l' A. mostra in questa sua Memoria come, anzichè spiegare, secondo Helmholtz, i fenomeni capillari ammettendo che la corrente di polarizzazione abbia per effetto di variare le cariche degli elettrodi alla superficie di contatto fra essi e gli elettroliti, si possa dare una teoria di tali fenomeni anche partendo dall' altra ipotesi che pur si fa circa la causa della f. e. m. di polarizzazione, cioè ammettendo che la corrente di polarizzazione determini una separazione elettrolitica degli ioni, e venga perciò a variare la f. e. m. fra gli elettrodi e l' elettrolita, perchè viene a cambiare la densità superficiale dei sali a contatto cogli elettrodi.

F. Tegetmeier. *Sulla conduttività elettrolitica del vetro e del quarzo.* — Continuando le ricerche eseguite sul quarzo insieme col Warburg (*N. Cim.* 27 pag. 90) l' A. ha costatato che il quarzo contiene anche del litio, e perciò egli ha voluto provare se il quarzo conduce elettroliticamente il litio come conduce il sodio, e ha trovato che ciò avviene di fatto. Anche il vetro conduce elettroliticamente il litio, che si sostituisce al sodio; e il vetro subisce così una modificazione che si rende visibile per l' aspetto simile alla neve che esso acquista. Di più il vetro che ha subìto tale sostituzione diminuisce di peso, e la diminuzione è quale si deduce dal rapporto dei pesi di combinazione dei due elementi.

Il vetro e il quarzo non si fanno peraltro attraversare elettroliticamente nè dal potassio, nè da altri metalli.

Secondo il Curie (*Lum. électr.* 29, 1888) il notevole aumento di resistenza che presenta il quarzo nella direzione normale all' asse cristallografico principale sarebbe dovuto a dell' acqua o a soluzioni saline contenute nel quarzo entro canaletti paralleli all' asse medesimo; secondo il Beckenkamp invece (*Zeitschrf. f. Kryst.* 15, 1889) tali soluzioni dovrebbero compenetrare tutta la massa quarzosa, con una distribuzione regolare, quasi intramolecolare.

Da numerose esperienze eseguite in proposito, e con ragionamenti diretti, l' A. conclude che non sono ammissibili, i filetti

liquidi del Curie, e che la sostanza conduttrice che nella direzione dell' asse cristallografico onde la conduttività elettrolitica del quarzo simile a quella di un corpo omogeneo, prende parte alla struttura cristallina, e in esso ha una conduttività molto maggiore che nel vetro.

F. Paschen. *Una soluzione del problema degli elettrodi a goccia.* — Secondo l' Helmholtz non vi dovrebbe essere alcuna differenza di potenziale fra una massa di mercurio isolata e un'elettrolita in cui il mercurio cada a goccie che si succedano rapidamente; e l' Ostwald si servì di questo metodo per determinare la f. e. m. fra un metallo e un' elettrolita. Tuttavia ciò non è assolutamente esatto, perchè fra le goccie di mercurio e l' elettrolita in cui esse cadono si ha sempre una differenza di potenziale.

Per eliminare queste cariche dagli elettrodi a goccia l' A. osserva che bisogna fare in modo che ogni goccia stia il più breve tempo possibile tanto a contatto coll' elettrolita, quanto in comunicazione coll' elettrodo, talchè sia separata dall' elettrodo appena che comincia a caricarsi. Per ottener ciò egli adopra un filetto di mercurio che cade con velocità conveniente, e che attraversa la superficie dell' elettrolita nel momento in cui comincia a dividersi in goccie. Le comunicazioni fra il mercurio, il metallo, l' elettrolita e l' elettrometro avvengono nel solito modo. Per determinare la differenza di potenziale fra due liquidi, si usano due di questi elettrodi a goccia, e i liquidi si fanno comunicare per mezzo di un sifone chiuso da membrana animale.

L' A. comunica i resultati di varie misure, che mostrano l' applicabilità di tali elettrodi alla determinazione della f. e. m. fra diversi elettroliti, e fra alcuni metalli ed elettroliti.

P. Cohn. *Sulle variazioni susseguenti della resistenza dei fili soggetti a trazione.* — Che la conduttività elettrica dei fili stirati o compressi subisce una variazione permanente non solo arroventandoli, ma anche per un notevole riscaldamento, fu già osservato da Matthiessen e Bose, come lo fu da Bergmann (*N. Cim.* 27, pag. 184) per i dischi metallici.

L' A. ha studiato sperimentalmente la relazione che tali variazioni di resistenza hanno col tempo e colla temperatura per fili di platino e di argento, portando la temperatura da 15° successivamente a 60, 100, 140 e 180°; e ha trovato che tali variazioni di resistenza (che son sempre diminuzioni) si compiono tanto più presto, quanto più alta è la temperatura; ma che aumentando la temperatura diminuisce la grandezza di questa variazione.

L' andamento del fenomeno è quello stesso che il Wiechert ha indicato per la elasticità susseguente a diverse temperature.

F. Streintz e G. Neumann. *Contribuzione alla teoria delle pile secondarie.* — Gli A. riassumono così i resultati delle loro ricerche: Tutti i fenomeni che si manifestano negli elementi secondari trovano una spiegazione sufficiente nel contegno del piombo, del suo solfato e del suo perossido, come pure nelle azioni dell' idrogeno e dell' ossigeno. Nella scarica la superficie metallica della lastra negativa si trasforma prima in solfato poi in perossido, mentre il perossido della lastra positiva si trasforma superficialmente in solfato. Durante la carica, invece, il solfato si elimina, di modo che a carica completa la lastra negativa è di piombo con idrogeno assorbito, quella positiva di puro perossido.

J. Seyffart. *Su un metodo per determinare la dispersione rotatoria delle sostanze polarizzanti circolarmente.* — L' apparato di polarizzazione è quello semplice di Mitscherlich con due nicol, dei quali uno, il polarizzatore è girevole. Seguendo le indicazioni di Lippisch è stata usata nelle esperienze luce monocromatica, ottenuta con uno spettrometro il cui collimatore era illuminato da luce ossidrica. Un secondo spettrometro, al quale giungeva per riflessione la luce che entrava nel polarizzatore, permetteva di riconoscere la qualità della luce utilizzata.

L' A. ha determinato il poter rotatorio delle soluzioni di zucchero di canna, e dell' acido acetico destrogiro. Egli ha trovato che il poter rotatorio dello zucchero è indipendente dalla concentrazione e dalla natura delle soluzioni, e anche dalla temperatura, per tutti i colori dello spettro. Perciò anche la dispersione è indipendente dalla temperatura. Egli indica anche i valori delle costanti e le formule da usarsi, per ottenere il poter rotatorio specifico di tali soluzioni per una lunghezza d' onda e per una concentrazione qualsiasi, e raccoglie in una tabella i resultati ottenuti per l' acido acetico.

E. Mach e L. Mach. *Sull' interferenza delle onde sonore di grande ampiezza.* — E. Mach aveva già mostrato nel 1878 che le onde eccitate da forti scintille elettriche non seguono più la legge semplice che vale per le onde sonore di ampiezza infinitesima, ma che colla grandezza dell' escursione cresce la loro velocità di propagazione. Da ciò resulta che le deformazioni che si hanno nello spazio in cui si sovrappongono due onde, si propagano più rapidamente di quelle che appartengono alle singole onde componenti, e sembra perciò che le due onde che interferiscono producano una nuova onda secondaria. Queste onde secondarie corrispondono a quelle ammesse nella teoria dei suoni di combinazione di Helmholtz; ma prima del Mach nessuno le aveva rese visibili.

Gli A. hanno ora ripetuto quelle esperienze in modo da poter fotografare (ciò che non potè farsi nel 1878) le onde che resultano dalla composizione di quelle che sono eccitate dalle scintille di due batterie di bottiglie di Leyda, e in 6 figure dànno la riproduzione delle fotografie ottenute.

E. Mach e P. Solcher. *Ricerche ottiche sull' efflusso dell'aria.* — Gli A. hanno fotografato le onde che si producono quando un getto d'aria, che esce da un recipiente in cui è fortemente compressa, si dirige contro un ostacolo fisso, studiando così il caso inverso a quello delle onde che si producono nell'aria pel moto di un proiettile.

L'aspetto che presenta il filetto d'aria dipende dalla forma dell' orifizio da cui esce, e dalla pressione che è nel recipiente, e può assomigliarsi a quello delle onde sonore stazionarie.

Il metodo d'osservazione consisteva nel produrre l'ombra della corrente d'aria su uno schermo illuminando con una piccolissima sorgente molto luminosa, che ordinariamente era luce solare o scintilla elettrica.

F. Kolacek. *Le equazioni aerodinamiche e il primo principio della termodinamica.* — Nel recente lavoro del Liedner: *Theorie der Gasbewegung* è detto che le equazioni fondamentali dell'aerodinamica contradicono quelle che dalla teoria del calore si deducono per le correnti dei gas. L'A. fa osservare che ciò non è esatto, e che le equazioni aerodinamiche, insieme con l'equazione caratteristica dei gas e con quella che esprime la legge di continuità, formano un sistema di 5 equazioni, alle quali devesi aggiungerne una sesta per determinare le sei grandezze p, ρ, T, u, v, w. La sesta equazione è quella che determina l'effetto del calore che è stato somministrato alla massa gasosa che si studia, e l'A. mostra come essa possa stabilirsi, riservandosi di applicarla alle correnti gasose nei tubi.

P. Drude. *Osservazioni alla Memoria del* Wiener *sulle onde luminose stazionarie e sulla direzione delle vibrazioni nella luce polarizzata.* — Da alcune considerazioni teoriche e da diverse formule, che non è possibile riassumer brevemente, l'A. deduce che non si può accettare la conclusione del Wiener che la direzione delle vibrazioni luminose sia quella ammessa da Fresnel; e che non si può ritenere assolutamente provato che l'azione chimica delle onde luminose sia dovuta alle vibrazioni della sola forza elettrica e non di quella magnetica.

R. Weber. *L' esperienza fondamentale sulla capacità induttiva specifica.* (*Arch. de Genéve*, XXIII, pag. 489). — Per mo-

strare facilmente in lezione che l' induzione esercitata da un corpo elettrizzato su un conduttore qualunque dipende assai dalla natura del mezzo interposto, l' A. ha costruito una speciale bottiglia di Leyda con due bicchieri di vetro: il primo è coperto di stagnola alla sua superficie esterna; il secondo, che ha un diametro esterno minore di 6 mm. del diametro interno del primo, è coperto di stagnola sulla superficie interna, ed è introdotto nel primo mantenendo la stessa distanza fra il fondo e le pareti. Se lo spazio così formato si riempie di aria, di alcole, o d' acqua, e si caricano le armature al medesimo potenziale, la differenza della capacità induttiva specifica dei tre corpi si rende manifesta al momento della scarica. Due bottiglie uguali così costruite, e contenenti fra le due armature, una aria e l' altra acqua, si posson caricare nelle stesse condizioni riunendo le loro armature esterne fra loro e con uno dei conduttori di una macchina elettrica, e le armature interne coll' altro conduttore; quando la bottiglia coll' aria non dà che una scarica appena sensibile, quella coll' acqua dà una forte commozione. Tanto col calcolo, che con misure dirette, si trova che la seconda bottiglia può aumentare una carica 14 volte più grande della carica dell' altra.

FINE DEL VOLUME XXIX, SERIE TERZA.

INDICE

RIVISTA

PATTI D' ASSOCIAZIONE

Del NUOVO CIMENTO si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l' associazione, s' intendono obbligati per l' anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l' intiero anno è fissato come segue:

Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50

Per l' Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l' amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al Prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*